



ENGENHARIA
E·L·É·T·R·I·C·A



Observabilidade de Redes Elétricas

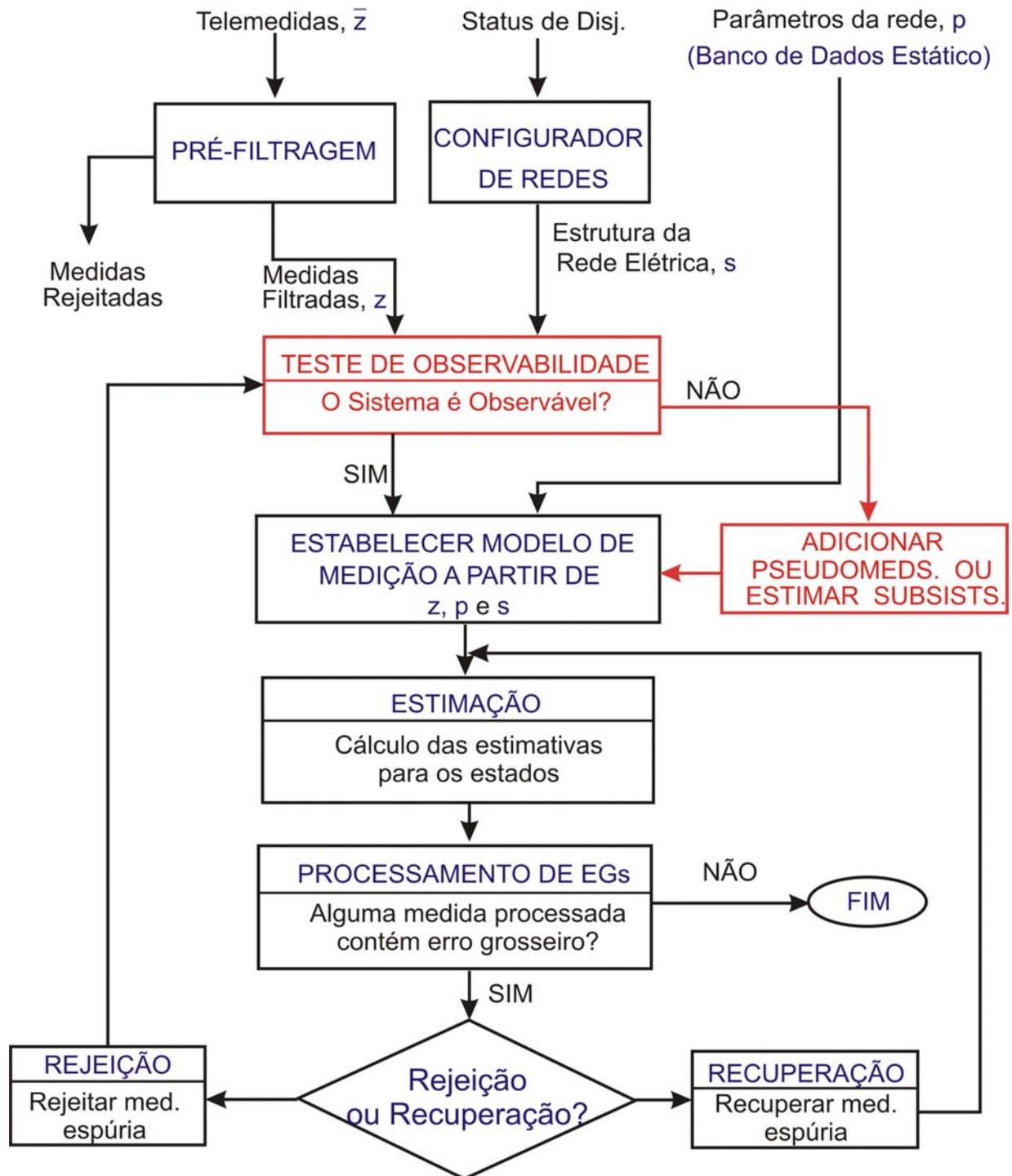
Antonio Simões Costa

UFSC – Depto. de Engenharia Elétrica
Grupo de Sistemas de Potência

Observabilidade de Redes Elétricas

- **Análise de Observabilidade:** Determina se medidas que compõem o **Plano de Medição** fornecem informação suficiente para a estimação de estados do sistema de potência;
- **Casos de Não-Observabilidade:**
 - **Alocação de pseudomedidas** para recuperar a observabilidade, ou
 - **Determinação de ilhas observáveis.**
- **Observabilidade como subproblema da EESP.**

Sub-funções da Estimação de Estados



Definições de Observabilidade

➤ Definição genérica:

“Um sistema de potência é *observável* com respeito a um plano de medição M se as variáveis de estado da rede podem ser determinadas através do processamento das medidas em M por um estimador de estados”.

➤ Observabilidade Algébrica:

“Um sistema de potência é *algebricamente observável* com respeito a um plano de medição M se a matriz Jacobiana H tem posto igual ao número de estados da rede elétrica, n .”

Observabilidade Algébrica

- Condição necessária e suficiente para resolver a Equação Normal:

$$\text{posto} (\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}) = \mathbf{n} \Rightarrow \text{posto} (\mathbf{H}) = \mathbf{n}$$

- Sistema de potência algebricamente observável com respeito a um dado Plano de Medição sse

$$\text{posto} (\mathbf{H}) = \mathbf{n}$$

- Decidir a questão da observabilidade com base no cálculo do posto não se mostra viável.

Observabilidade Numérica

➤ Definição:

“Um sistema de potência é **numericamente observável** com respeito a um plano de medição M se as estimativas para os estados podem ser obtidas através de **solução iterativa partindo do perfil plano de tensões** nas barras”.

➤ Observe que:

Observabilidade numérica \Rightarrow Observabilidade algébrica

porém

Observabilidade algébrica $\not\Rightarrow$ Observabilidade numérica

Métodos de Análise de Observabilidade de Redes

- *Métodos Topológicos:* utilizam técnicas combinatórias e conceitos de teoria de grafos para extrair conclusões sobre o **posto da matriz Jacobiana**;
- *Métodos Numéricos:* utilizam técnicas numéricas baseadas em cálculos em ponto flutuante para concluir sobre a **observabilidade numérica**.

Método de Clements & Wollenberg - I

- Pertence à classe dos métodos combinatórios;
- Conceitos importantes:
 - ***Ilha observável***: sub-rede formada por um conjunto de barras tais que todos os fluxos de potência nos ramos que as interconectam podem ser determinados a partir das medidas disponíveis.
 - Em caso contrário, a sub-rede é considerada uma ***ilha não-observável***.

Método de Clements & Wollenberg - II

- Observabilidade de sistemas nos quais apenas *fluxos de potência* são monitorados:
 - Exemplo ilustrativo;
 - Condição necessária e suficiente para observabilidade algébrica: *deve existir pelo menos um conjunto de ramos monitorados da rede que forma uma árvore geradora do grafo da rede (+ pelo menos uma medida de tensão).*

Método de Clements & Wollenberg - III

- Observabilidade de sistemas nos quais apenas *injeções nodais de potência* são monitoradas:
 - Exemplo ilustrativo;
 - Condição necessária e suficiente para observabilidade algébrica: *devem existir medidas de injeção de potência complexa (P e Q) em pelo menos $N-1$ barras (+ pelo menos uma medida de tensão na barra em que a injeção é não-monitorada).*

Método de Clements & Wollenberg - IV

- Observabilidade de sistemas cujo plano de medição inclui tanto *medições de injeção nodal* quanto *medidas de fluxos de potência*:
 - Caso mais geral e **mais realístico**;
 - Problema de **solução mais difícil**, devido à complexidade combinatória;
 - **Método de C & W** proposto para abordar este caso geral.

Propriedades em que se baseia o Método de C & W

1. Uma medida de fluxo em um ramo torna-o observável;
2. Uma linha que interliga **duas barras pertencentes à mesma Ilha Observável** é observável;
3. Se todos os ramos incidentes em uma barra cuja injeção é medida são observáveis, **com exceção de um, então a medida de injeção torna este ramo observável.**
 - Esta medida de injeção é chamada *medida de injeção do Tipo I*.

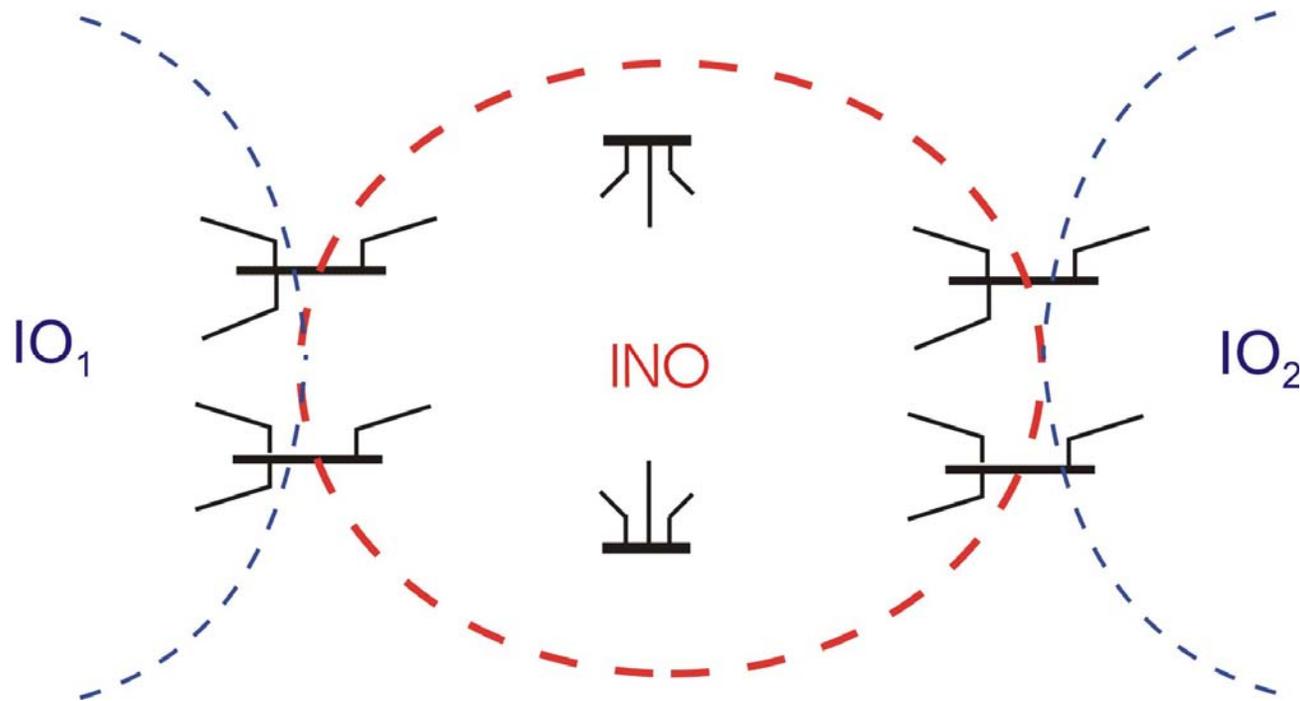
Método de C & W: Etapas Básicas

1. Processamento de **medidas de fluxo de potência** nas linhas: emprega *Propriedades 1 e 2* ;
2. Processamento de **medidas de injeção do tipo I**: baseia-se na *Propriedade 3* ;
 - Número de arestas observáveis é alterada quando medida de inj. do tipo I é empregada \Rightarrow necessidade de **reclassificar dinamicamente medidas de injeção** ainda não utilizadas.
3. Processamento das **demais medidas de injeção**.

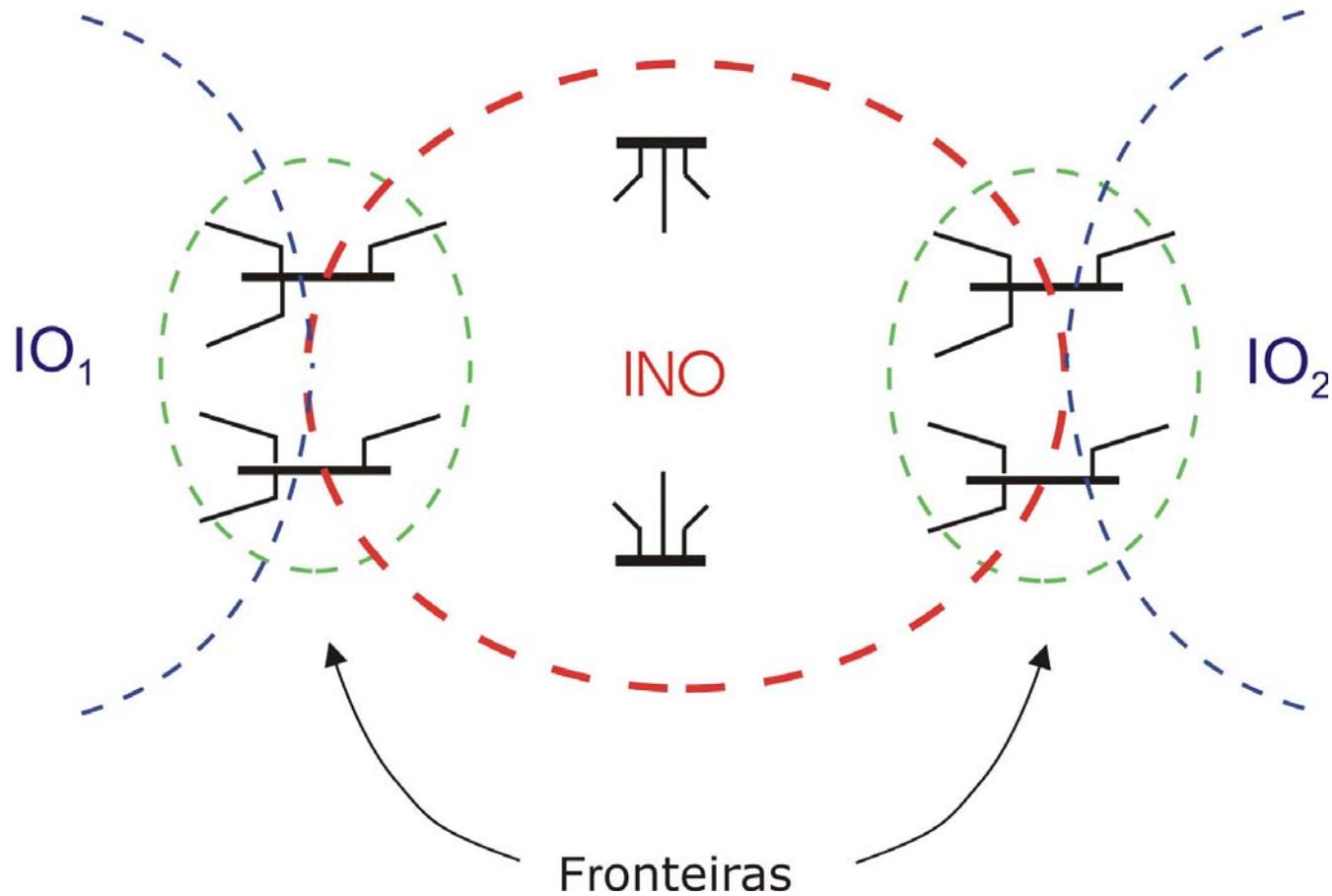
3ª. Etapa do Algoritmo de C & W

- Processa as medidas de injeção que não se qualificam como sendo do Tipo I;
- No início desta etapa, o sistema apresenta uma coleção de *IO's* disjuntas, separadas por *INO's* ;
- Busca-se lançar mão das medidas de injeção acima para *aglutinar as INO's* remanescentes às *IO's* previamente determinadas.

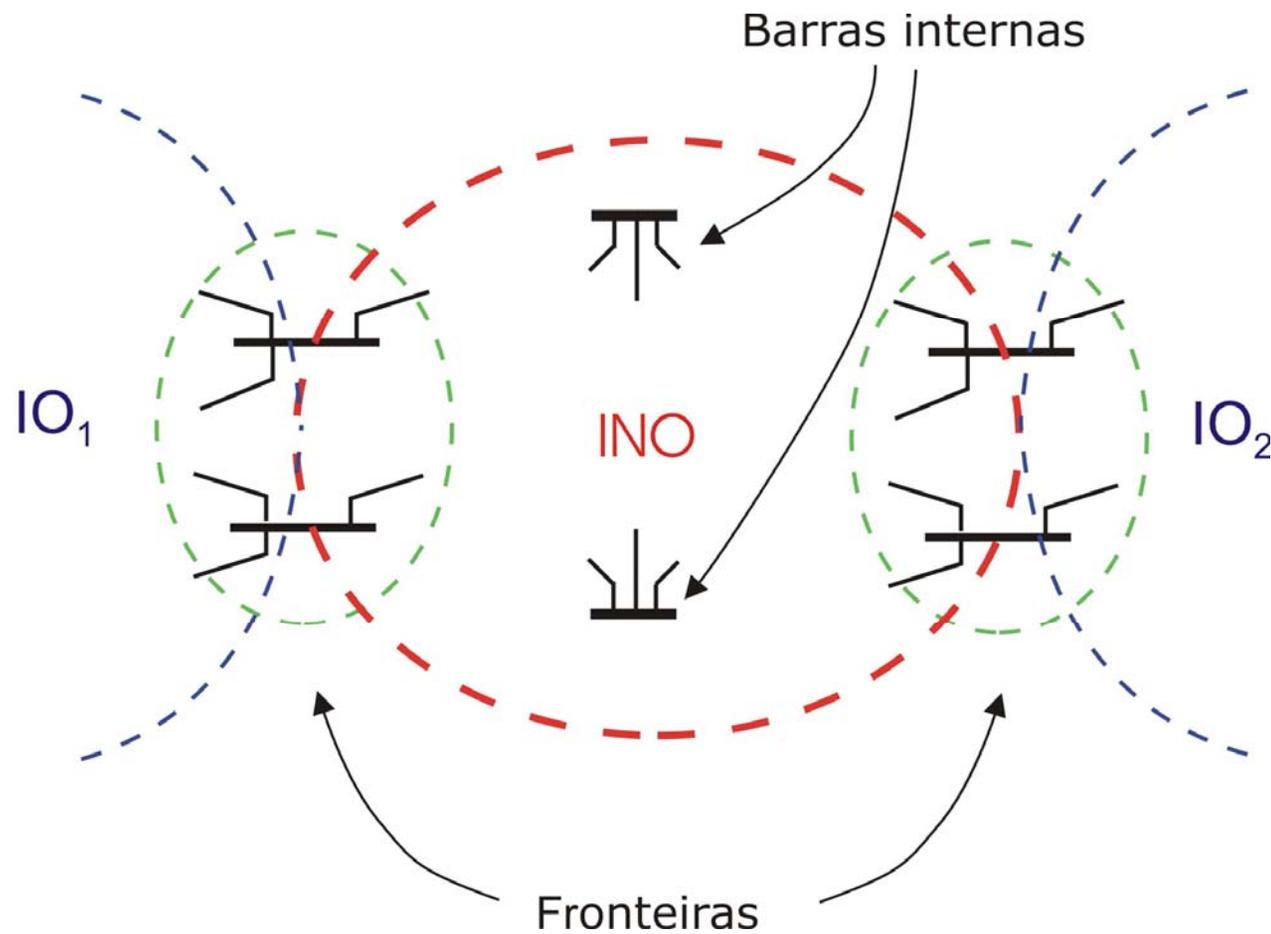
Situação Típica antes da Etapa 3 (1)



Situação Típica antes da Etapa 3 (2)



Situação Típica antes da Etapa 3 (3)



Base Teórica da Etapa 3 (1)

- Analogia com o problema de Fluxo de Potência, já que há apenas medidas de injeção a processar;
- Fusão de uma *INO* com *IO's* adjacentes intrinsicamente ligada à capacidade de transferir para a *INO* as mesmas informações de referência angular usadas nas *IO's*;
- Nesse sentido, medidas de injeção em barras distintas da mesma fronteira são redundantes.

Base Teórica da Etapa 3 (2)

➤ Conclusões:

- Todas as barras de fronteira de uma *INO* com uma *IO* adjacente são tratadas como um mesmo *macro-nó*;
- Todas as medidas de injeção nesta fronteira são tratadas como uma única medida de injeção no macro-nó;
 - Se pelo menos uma barra de fronteira é monitorada ⇒ considera-se que *injeção no macro-nó é conhecida*;
- Medidas de injeção em barras internas à *INO* são tratadas individualmente, da forma habitual.

Base Teórica da Etapa 3 (3)

➤ Se

- N_f : número de fronteiras da *INO*,
- N_{int} : número de barras internas da *INO*,

o número **efetivo** de medidas de injeção, m_{ef} é dado por:

$$m_{ef} = \text{no. de barras internas monitoradas} + \text{no. de macro-nós de fronteira monitoradas}$$

➤ O número efetivo de nós (barras) da INO é:

$$N_{ef} = N_{int} + N_f$$

Base Teórica da Etapa 3 (4)

- Por analogia com o problema de Fluxo de Potência, a condição para observabilidade é:

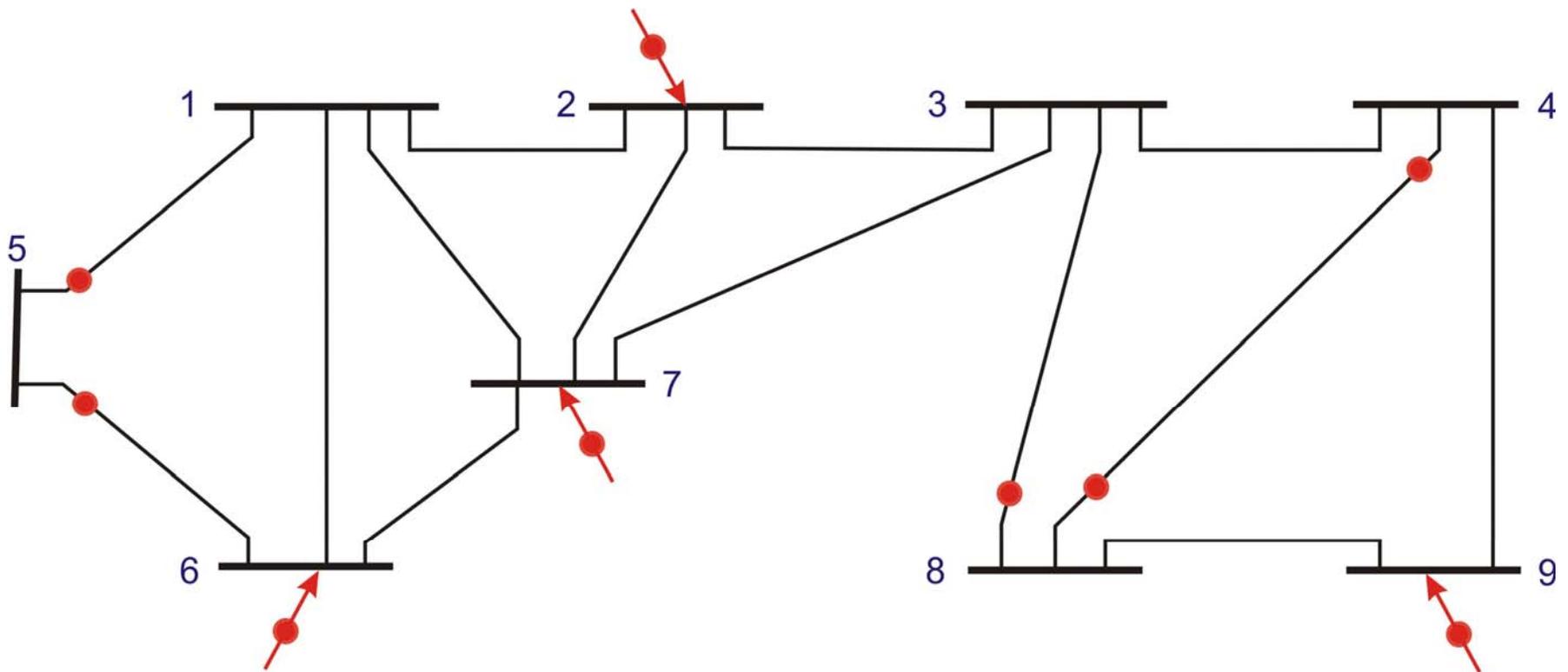
$$m_{ef} \geq N_{ef} - 1$$

ou

$$m_{ef} \geq N_{int} + N_f - 1$$

- Se condição for cumprida, a *INO* pode ser aglutinada às *IO*'s adjacentes, passando-se à próxima *INO*. Em caso contrário, sistema é não-observável;
- Sempre que uma *INO* torna-se observável em uma iteração, é necessário re-examinar as *INO*'s já processadas.

Método de C & W: Exemplo



Análise de Observabilidade Topológica

- Como o método de C-W, baseia-se exclusivamente em informações qualitativas sobre a topologia da rede e a distribuição dos medidores;
- Conceitos e definições básicas:
 - Grafo da rede elétrica;
 - Regras de associação de medidas a arestas do grafo da rede;
 - Árvore Geradora Observável;
 - Grafo de Medição associado a um Plano de medição M .

Grafo da Rede Elétrica

Grafo (X, E) em que o conjunto de vértices X e o conjunto de arestas E são definidos como:

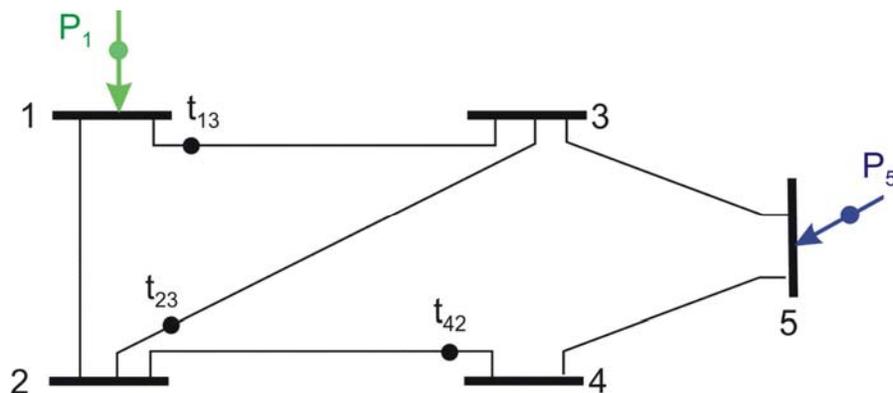
- $X = \{\text{barras do sistema de potência}\}$
- $E = \{\text{ramos da rede elétrica}\}$

Associação de Medidas a Arestas do Grafo da Rede

- Regras de associação de medidas a arestas do grafo que representa a rede:
 - Uma **medida de fluxo** de potência é associável ao **ramo** sobre o qual é feita a medida;
 - Uma **medida de injeção** é associável a **qualquer ramo** incidente na barra onde a injeção é medida;
 - **Medidas de tensão** são tratadas como **medidas de fluxo reativo em linhas fictícias** conectando a barra em que é feita a medida ao nó terra (*ver Observabilidade Q-V*).

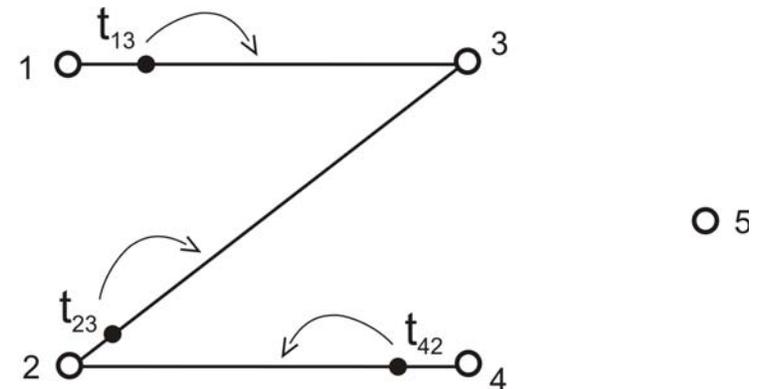
Exemplos de Associação de Medidas a Ramos

➤ Rede e Plano de Medição:



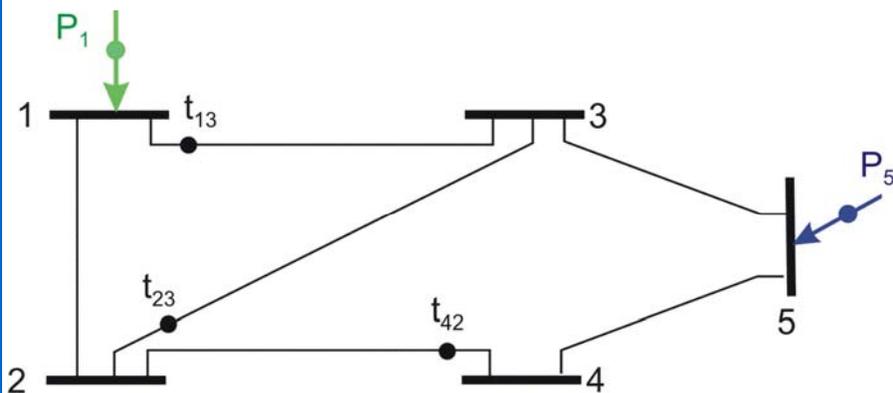
-  : Medida de Injeção nodal
-  : Medida de Fluxo em ramo

➤ Possíveis associações de medidas a ramos:



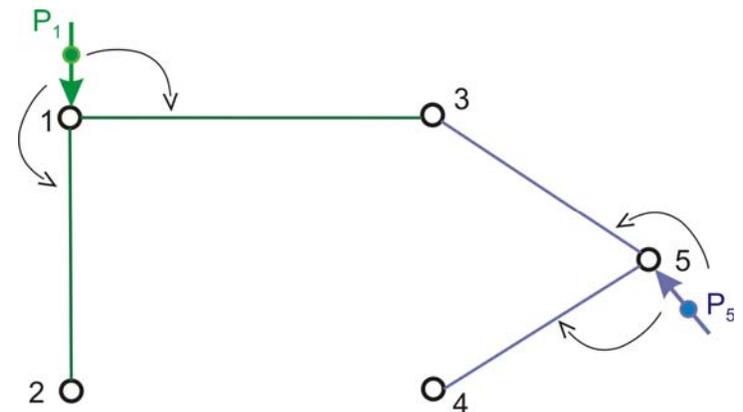
Exemplos de Associação de Medidas a Ramos

➤ Rede e Plano de Medição:



-  : Medida de Injeção nodal
-  : Medida de Fluxo em ramo

➤ Possíveis associações de medidas a ramos:

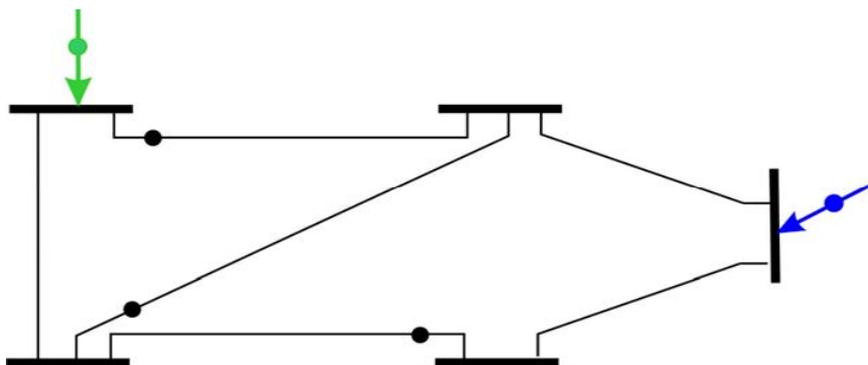


Árvore Geradora Observável (AGO)

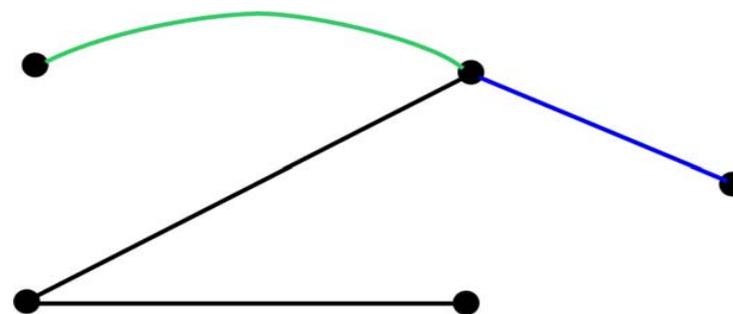
- Uma **árvore geradora** T do grafo da rede elétrica é **observável** com respeito a um plano de medição M se for possível se definir uma associação de medidas em M com as arestas de T tal que:
- Cada uma das arestas de T está **associada a uma medida**;
 - Não existem duas arestas de T associadas à mesma medida.

Exemplos de Árvores Geradoras Observáveis

➤ Rede e Plano de Medição

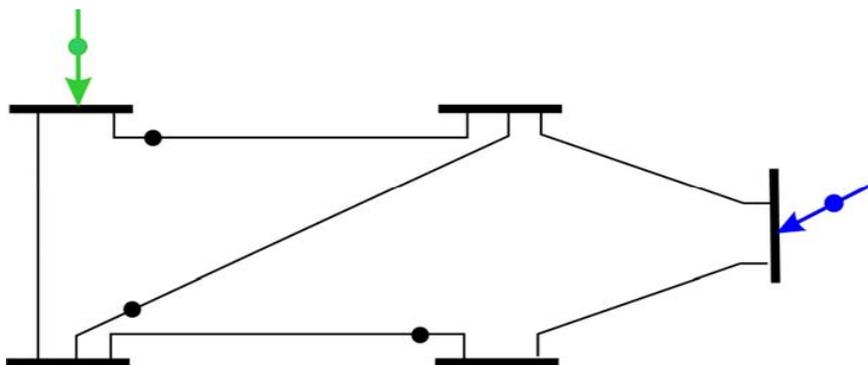


➤ Exemplo de AGO:

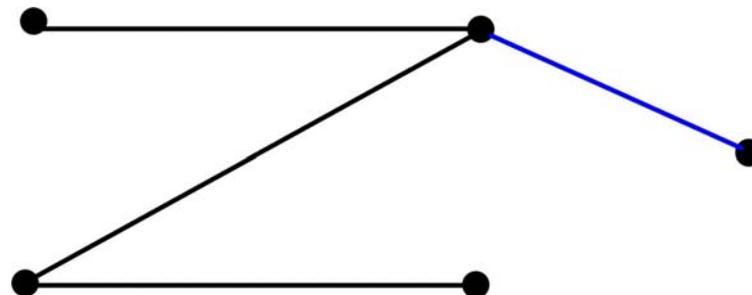


Exemplos de Árvores Geradoras Observáveis

➤ Rede e Plano de Medição

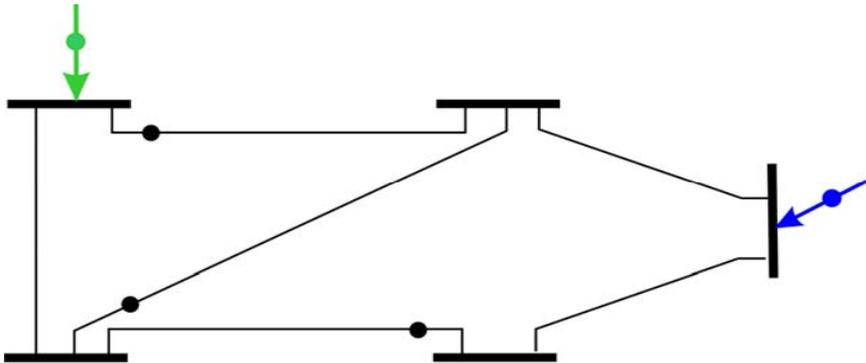


➤ Exemplo de AGO:

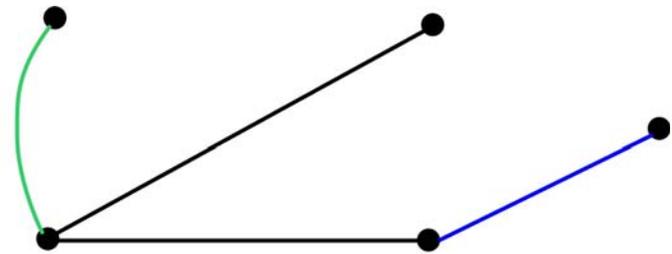


Exemplos de Árvores Geradoras Observáveis

➤ Rede e Plano de Medição



• Exemplo de AGO:



Observabilidade Topológica: Definição

Um sistema de potência é *topologicamente observável* com respeito a um plano de medição M se existir uma **Árvore Geradora Observável** do grafo da rede do sistema com respeito a M .

Relação entre os Conceitos de Observabilidade Algébrica e Observabilidade Topológica (1)

➤ Teorema 1:

Um sistema de potência **algebricamente observável** com respeito a M é também **topologicamente observável** com respeito a M , isto é:

Observabilidade algébrica \Rightarrow Observabilidade topológica

Relação entre os Conceitos de Observabilidade Algébrica e Observabilidade Topológica (2)

➤ Teorema 2:

Considere que um sistema de potência é **topologicamente observável** com respeito a M . Se os vetores correspondentes às impedâncias da rede não têm seus extremos em uma determinada superfície C de dimensão $n-1$, então o sistema é também **algebricamente observável com respeito a M** .

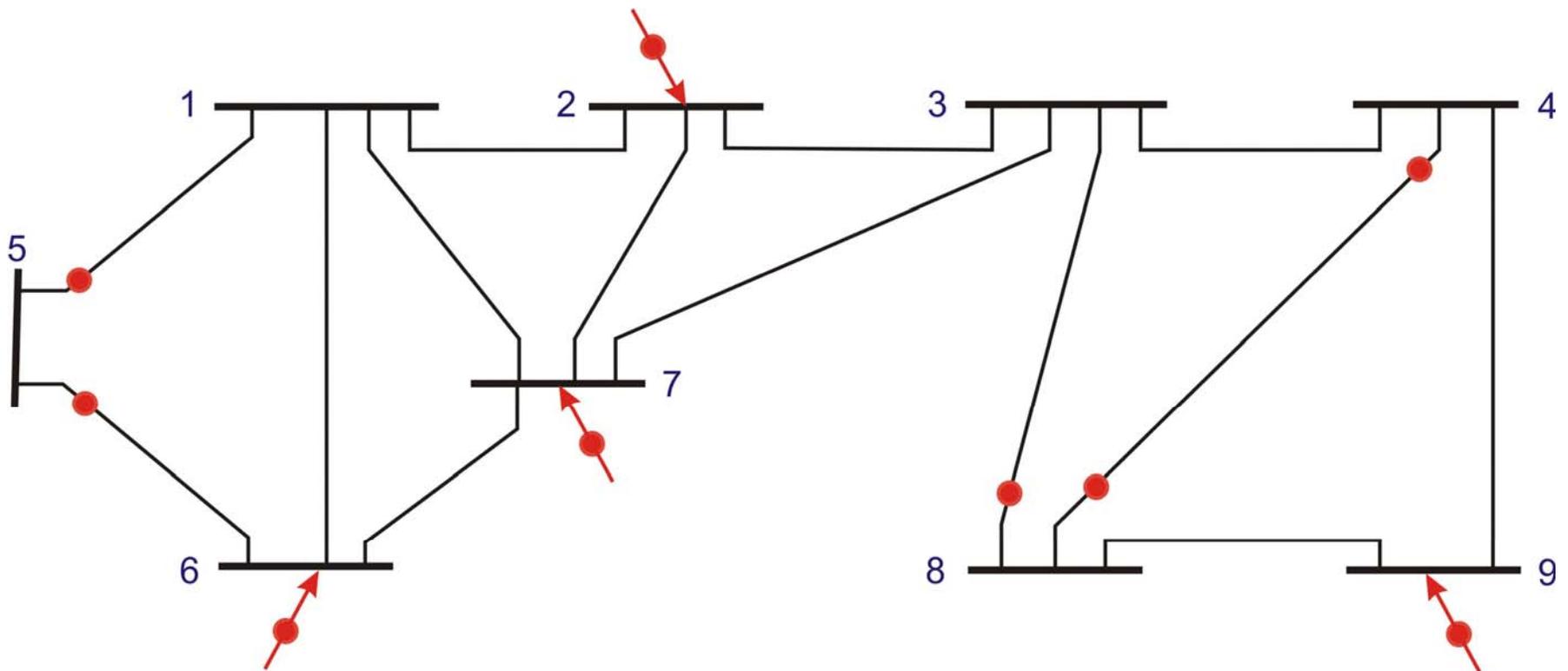
Observações sobre os Teoremas

- Observe que, segundo o Teorema 2, a rigor:

Observabilidade topológica $\not\Rightarrow$ *Observabilidade algébrica*

- Entretanto, a ressalva do teorema considera uma **combinação particular de valores de impedâncias** de ramo, de ocorrência bastante **improvável** na prática;
- Portanto, para efeitos práticos será considerado que a **análise de observabilidade é equivalente à busca de uma Árvore Geradora Observável** do grafo da rede.

Análise de Observabilidade Topológica: Exemplo



Algoritmos Computacionais para Análise de Observabilidade Topológica

- Para problemas de pequeno porte, a **busca de uma árvore geradora observável** pode ser realizada por *tentativa-e-erro*;
- Em problemas reais, porém, o problema combinatório assume uma **grande dimensão** e torna-se necessário se utilizar métodos sistemáticos de busca da **AGO**;
- Algoritmos eficientes da área de Matemática Discreta são utilizados para proceder à busca de uma **Árvore Geradora Observável** em um **número limitado de passos**;
- Em casos de não-observabilidade, o algoritmo **fornece as ilhas observáveis** e **sugere alocação de pseudomedidas** para recuperar observabilidade;
- **Não utiliza cálculos em ponto flutuante** \Rightarrow rapidez de execução.

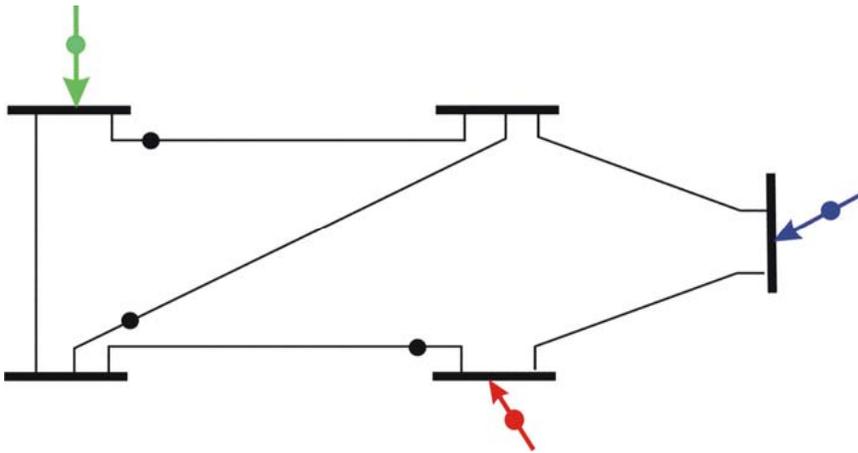
Etapa Preliminar do Algoritmo: Formação do Grafo de Medição

Grafo de Medição $Z(X_Z, E_Z)$:

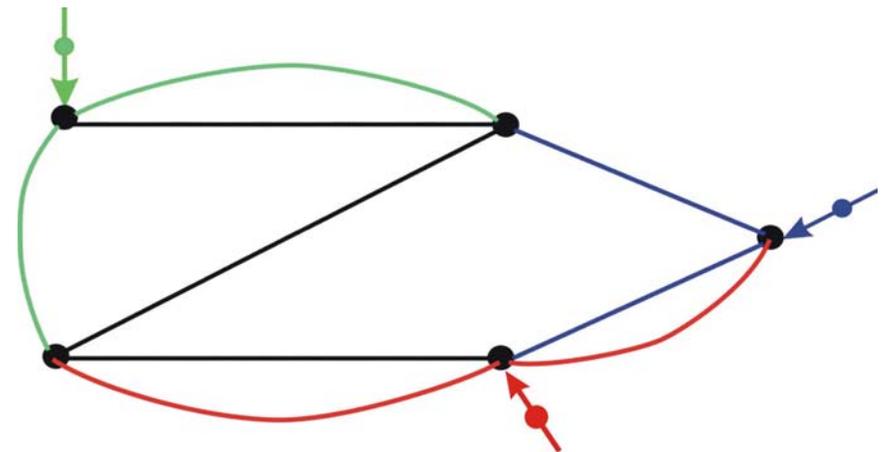
- $X_Z = \{\text{barras do sistema de potência}\}$
- $E_Z = \{\text{todas as possíveis arestas associáveis a medidas em } M\}$
 - Fluxo de potência i - j medido \Rightarrow aresta conectando vértices i e j é criada em Z (*aresta de fluxo*);
 - Injeção na barra i é medida \Rightarrow vértice i em Z conectado a todos os vértices correspondentes às **barras adjacentes à barra i** (*arestas de injeção*).

Exemplo de Grafo de Medição

- Rede elétrica e plano de medição:



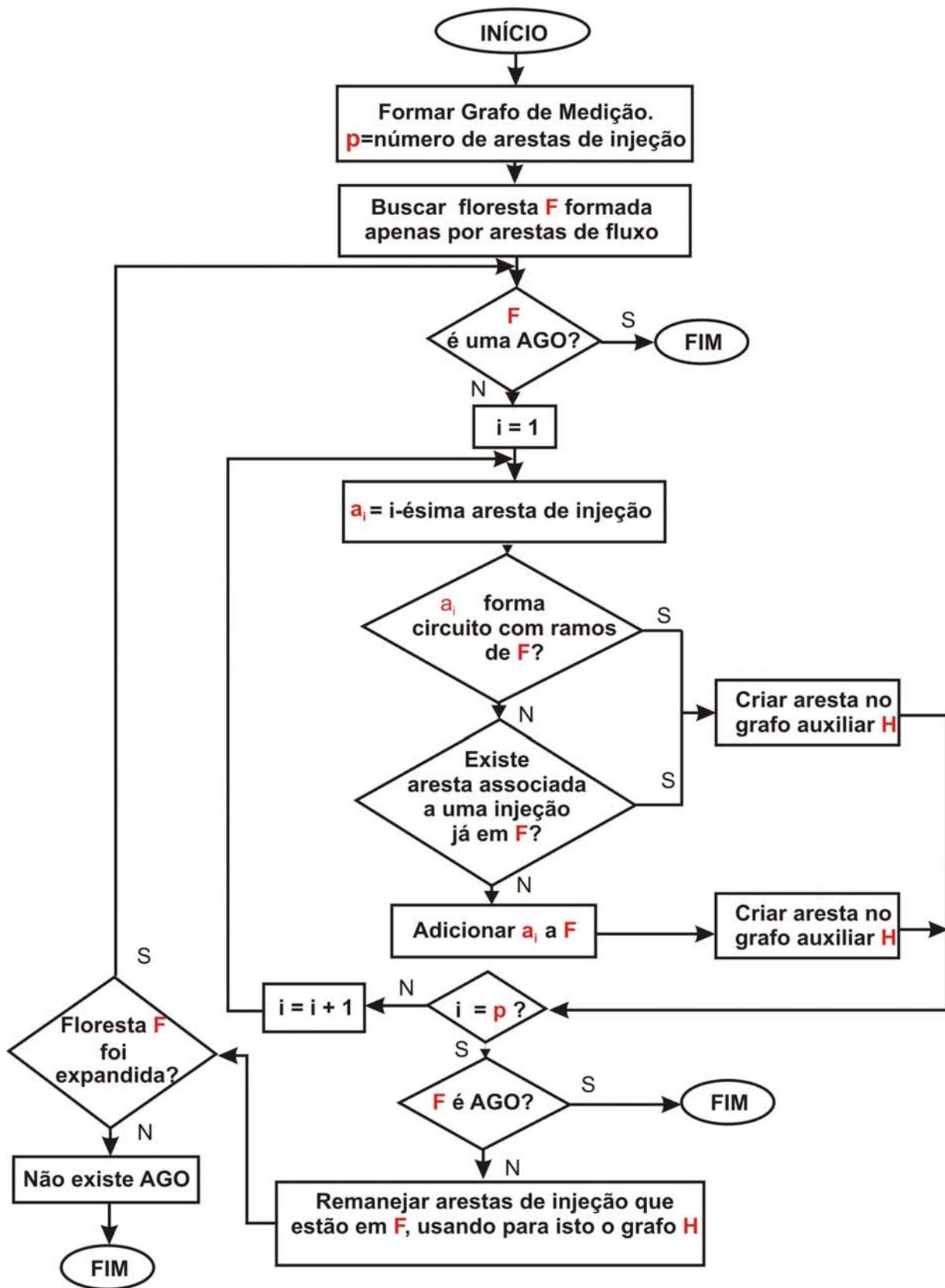
- Grafo de Medição:



Descrição do Algoritmo

➤ Etapas principais:

- Processamento de arestas de fluxo:
 - Busca de floresta observável F no subgrafo de Z formado apenas por arestas de fluxo;
- Processamento de arestas de injeção:
 - Arestas de injeção processadas individualmente, visando a expansão da floresta corrente F ;
 - Processamento sistemático, com sólida base matemática;
 - Faz uso de grafo bipartido auxiliar H , que orienta o remanejamento das arestas de injeção em F .
- [Fluxograma do Algoritmo.](#)



Algoritmo para busca de uma **Árvore Geradora Observável** em um Grafo de Medição

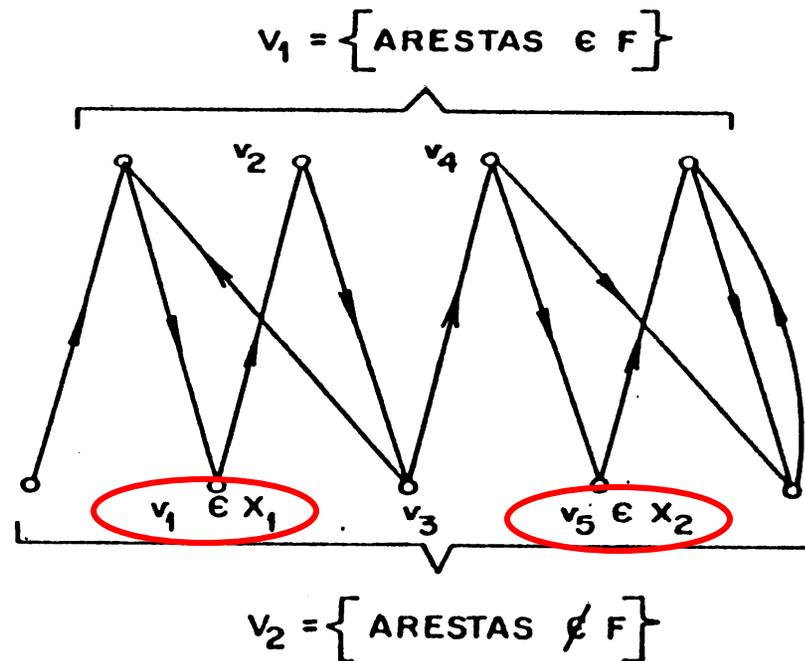
Conjuntos de Arestas de Injeção Candidatas a Ingressar em F

- Formados ao longo do processamento das arestas de injeção;
- Conjuntos X_1 e X_2 : contém arestas de injeção não pertencentes à floresta F corrente tais que:
 - X_1 : injeção correspondente não tem aresta em F ;
 - X_2 : contém arestas que formam o único caminho em F entre seus vértices terminais;
- Elementos de X_1 e X_2 são candidatos a entrar em F , se necessário.

Grafo Bipartido Auxiliar H

- Controla o remanejamento de arestas de injeção de modo a expandir a floresta F ;
- Conjuntos de vértices:
 - V_1 : arestas de injeção pertencentes a F ;
 - V_2 : arestas de injeção não pertencentes a F ;
- Caminho mínimo entre elementos de X_1 e $X_2 \in V_2$:
 - Número ímpar de vértices;
 - Indica arestas de injeção que devem **ingressar** e **sair** de F ;
 - O número das que ingressam sempre **excede de 1** as que saem.

Exemplo



- Caminho mínimo entre v_1 e v_5 : $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$;
- Arestas v_1, v_3, v_5 entram em F e v_2, v_4 saem de F .

Observabilidade Q-V

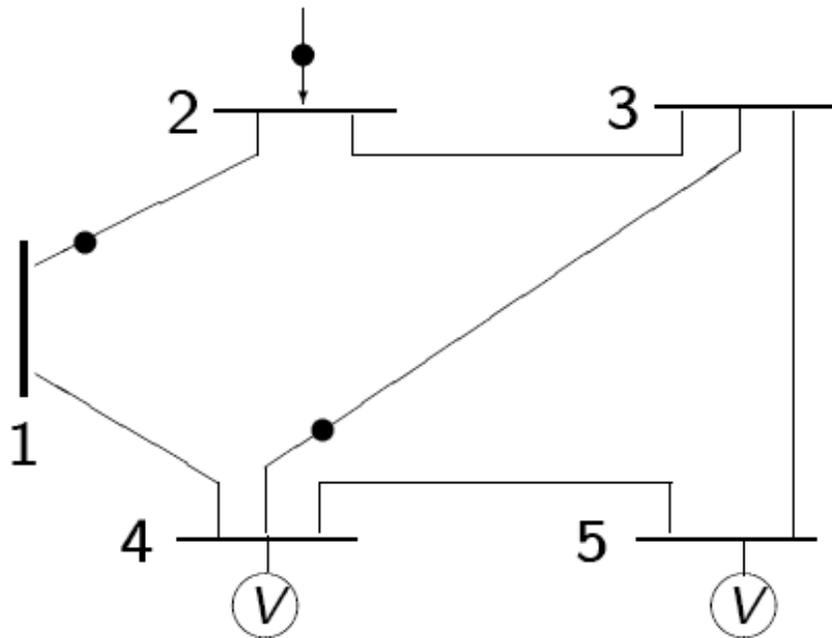
- Planos de medição com **simetria** de potência **ativa/reactiva** (+ uma medida de tensão): Uma única busca da **AGO** determina a observabilidade;
- Planos de medição **não-simétricos** \Rightarrow análises de observabilidade **separadas**;
- Além disso, medidas de **V** não têm correspondentes nos planos (**convencionais!**) de potência ativa.

Tratamento de Medidas de Tensão

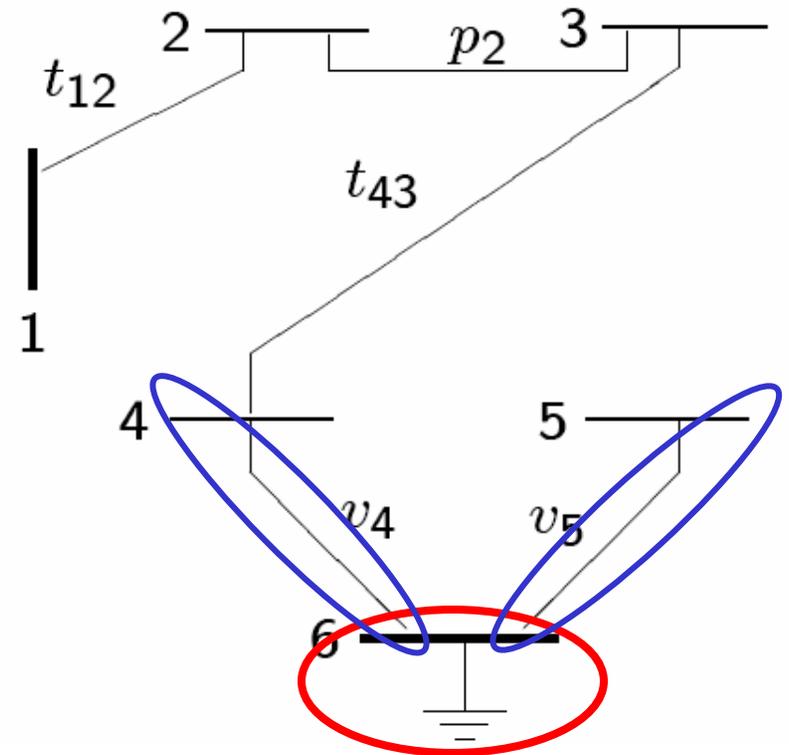
- Medidas de V podem ser representadas por **medidas de fluxo reativo em ramo fictício**, de susceptância unitária, que conecta a barra monitorada à terra;
- O **nó terra** deve ser **acrescentado ao grafo da rede**, que passa a ter $N+1$ vértices;
- Conseqüentemente, **Árvore Geradora Observável** para a análise $Q-V$ deverá conter N arestas.

Exemplo

- Rede elétrica e plano de medição:



- AGO da análise Q-V:



Medidas Críticas (MCs)

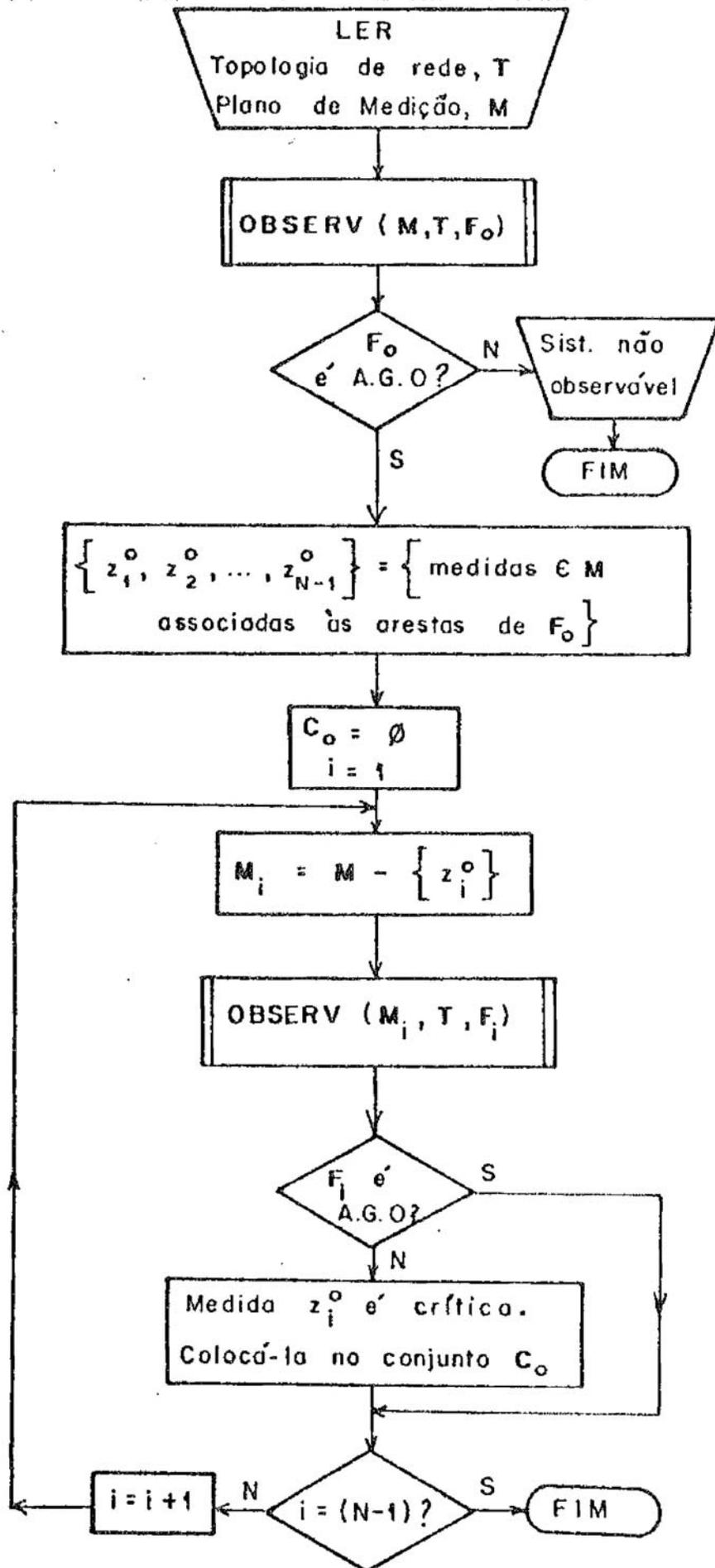
- Não é redundante com nenhuma outra medida;
- Essencial para a Observabilidade.
- Resíduos associados a MCs são nulos;
- Erros grosseiros em MCs são não-detectáveis.

Conjuntos Críticos (CCs)

- Eliminação de **um membro** de um conjunto crítico torna **críticos** todos os demais;
- **Resíduos normalizados** associados a medidas de um **CC** são **iguais**;
- Embora detectáveis, **EGs** em membros de **CCs** são **não-identificáveis**.

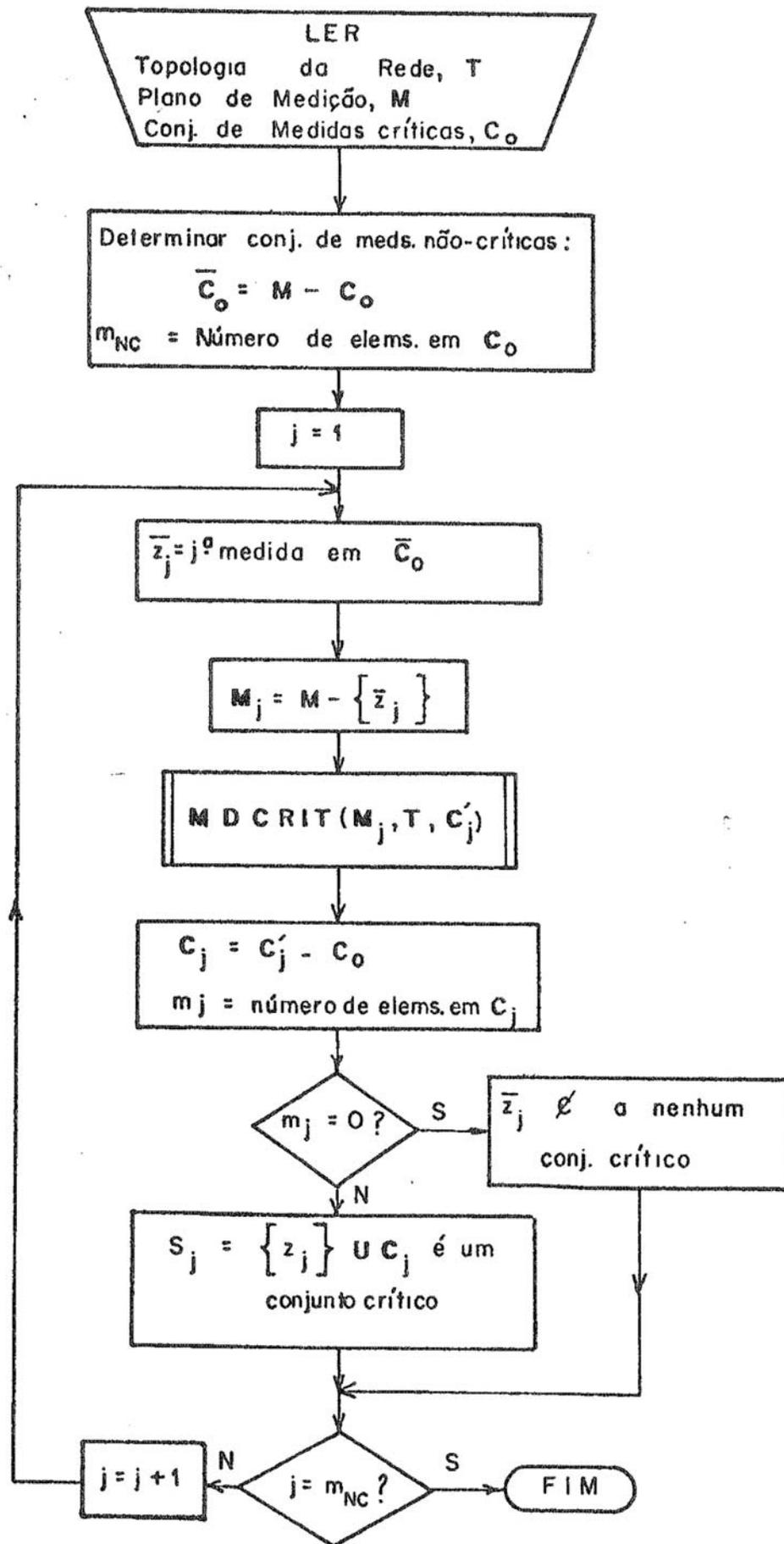
Determinação de Medidas Críticas

- Propriedades a serem exploradas:
 1. Perda de uma **MC** torna o sistema **não-observável**;
 2. Qualquer **AGO** do grafo de medição **necessariamente** contém uma aresta associada a cada **MC**.
- Conseqüentemente, a busca de **MCs** em um plano de medição ***M*** fica **restrita às medidas associadas a qualquer AGO da rede relativa a *M***.
- Algoritmo



Determinação de Conjuntos Críticos

- Propriedades a serem exploradas:
 1. MCs não pertencem a CCs;
 2. Determinação de CC que contém z_j : busca das medidas que se tornam críticas como consequência direta da eliminação de z_j ;
 3. *Reciprocidade* entre elementos de CCs.
- Algoritmo



Medidas e Conjuntos Críticos – Observações Finais

- Identificação *a priori* de MCs e CCs é importante para revelar vulnerabilidades no Plano de Medição;
- Algoritmos topológicos similares aos utilizados para análise de observabilidade podem ser desenvolvidos para determinar MCs e CCs;
- Tópico relevante no processo de elaboração de Planos de Medição.

Observabilidade Numérica

➤ Análise de observabilidade numérica:

- Baseada na fatoração triangular da matriz ganho G :

$$G = H^T R^{-1} H$$

- Surgimento de **pivôs nulos** na fatoração → **sistema não-observável**;
- Substituição dos pivôs nulos por pseudomedidas de ângulo permite a determinação de ilhas não-observáveis;
- **Variante**: métodos que utilizam eliminação de Gauss sobre a matriz Jacobiana.

Observabilidade Numérica: Método de Monticelli & Wu (I)

- Baseia-se na **fatoração triangular** da matriz de ganho $G=H^T R^{-1} H$;
- **Analisa a observabilidade** e, se sistema for não-observável, **identifica ilhas observáveis**;
- Permite a **seleção de pseudomedidas** (dentro um conjunto de candidatas) a serem inseridas no plano de medição **para recuperar a observabilidade**.

Observabilidade Numérica: Método de Monticelli & Wu (II)

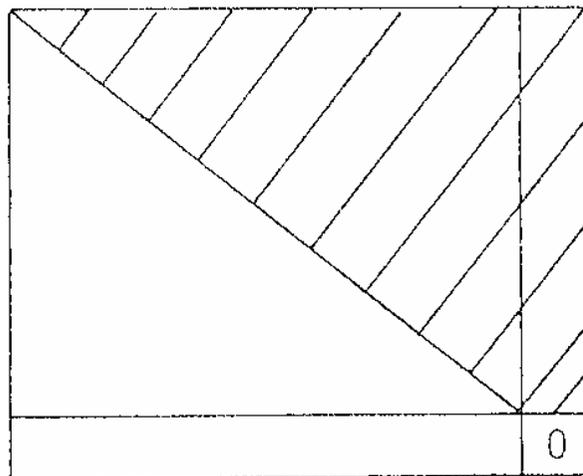
- Noção intuitiva de observabilidade:
 - Qualquer fluxo de ramo na rede deve poder ser observado através das medidas no plano de medição, ou
 - Sempre que há um fluxo em ramo não-nulo na rede, pelo menos uma das medidas deve assumir valor diferente de zero.
- Portanto, quando uma rede é não é observável, é possível ter todas as medidas nulas, e mesmo assim existirem fluxos não-nulos no sistema;
- Neste caso, aqueles ramos que possuem fluxo diferente de zero são considerados ramos não-observáveis.

Observabilidade Numérica: Método de Monticelli & Wu (III)

- **Definição:** Um sistema é observável se, sempre que os valores das medidas forem **nulos**, isto implicar em que **todos os fluxos são nulos**;
- Qualquer estado θ^* para o qual $H \theta^* = 0$ (*medidas*) e $A^T \theta^* \neq 0$ (*fluxos*) é um **estado não-observável**;
- Para um estado não-observável θ^* , seja $\Delta \theta^* = A^T \theta^*$. Se $(\Delta \theta^*)_i \neq 0$, dizemos que o ramo correspondente é **não-observável**.

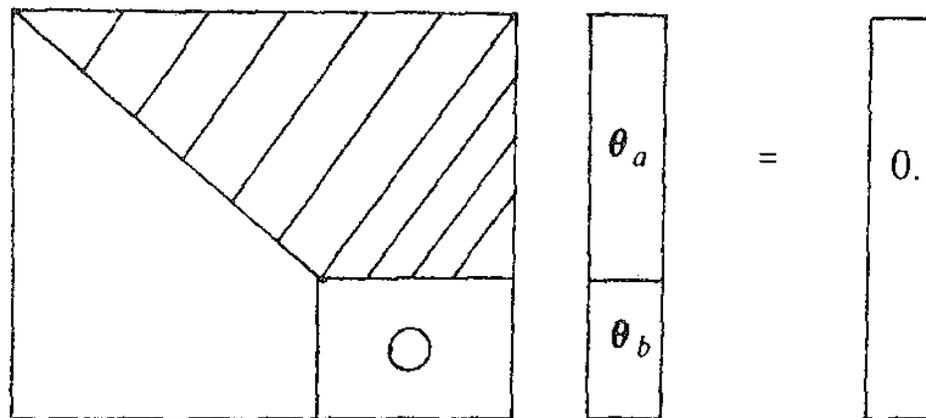
Observabilidade Numérica: Método de Monticelli & Wu (IV)

- Supondo que a **coluna da barra de referência não é eliminada** da matriz H , então prova-se que a **observabilidade é condição necessária e suficiente** para que a matriz ganho $G = H^T H$ seja reduzida por fatoração triangular à seguinte forma:



Observabilidade Numérica: Método de Monticelli & Wu (V)

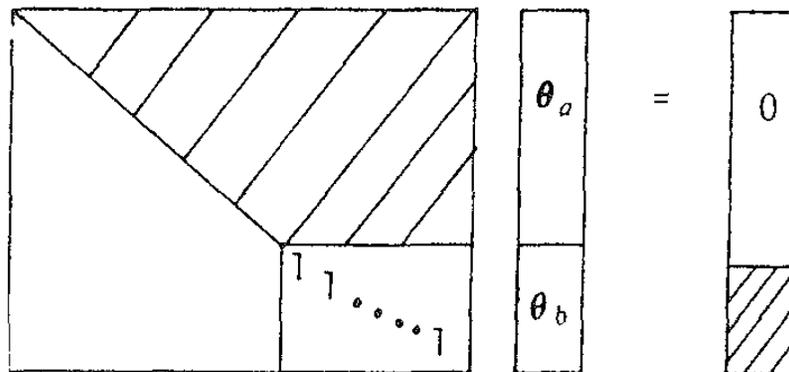
- Quando a rede é não-observável, deseja-se achar os **estados não-observáveis**;
- Neste caso, a fatoração triangular de G (com pivotamento completo) fornece:



Observabilidade Numérica: Método de Monticelli & Wu (VI)

➤ No sistema anterior:

- Substituindo-se os **elementos diagonais** por 1's, e
- Substituindo-se os elementos correspondentes **do lado direito** por $[0, 1, 2, \dots]^T$:



- Obtemos como solução os **estados não-observáveis** $[\theta_a^T, \theta_b^T]^T$.

Identificação das Ilhas Não-Observáveis (1)

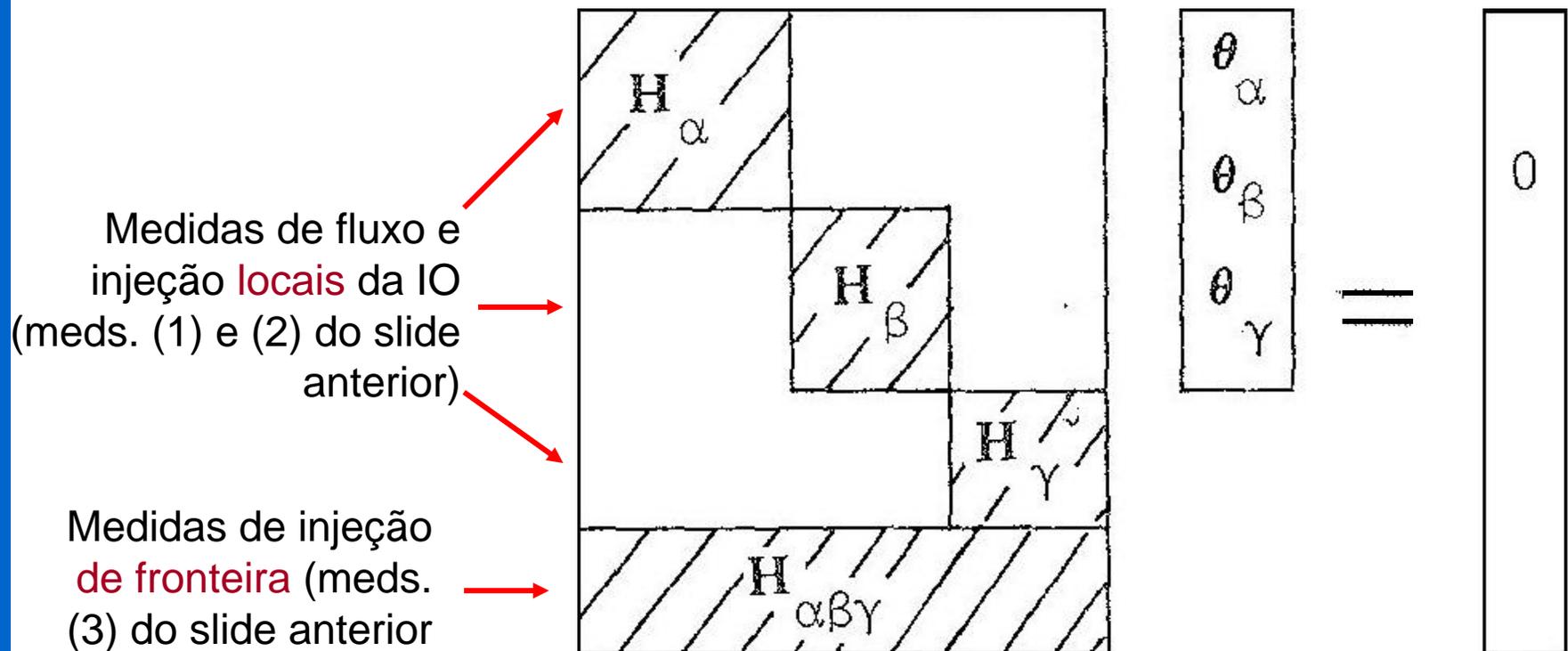
- Obtidas da solução do sistema anterior:
 - Solução para θ apresentará tantos valores distintos quantas forem as *ilhas observáveis*;
 - Componentes de θ de mesmo valor são agrupados em subvetores: $\theta = [\theta_{\alpha}^T, \theta_{\beta}^T, \theta_{\gamma}^T]^T$;
 - As subredes correspondentes a valores iguais de θ compõem as *ilhas observáveis*.

Identificação das Ilhas Não-Observáveis (2)

- São também agrupadas:
 1. Medidas de fluxo para ramos de uma mesma *IO* (*locais*);
 2. Medidas de injeção para as quais os nós adjacentes ao nó monitorado pertencem à *mesma IO* (*locais*);
 3. Medidas de injeção para as quais os nós adjacentes ao nó monitorado pertencem a *diferentes IOs* (medidas de injeção *de fronteira*);
- É impossível haver medidas de fluxo em ramos que conectam *diferentes IOs*.

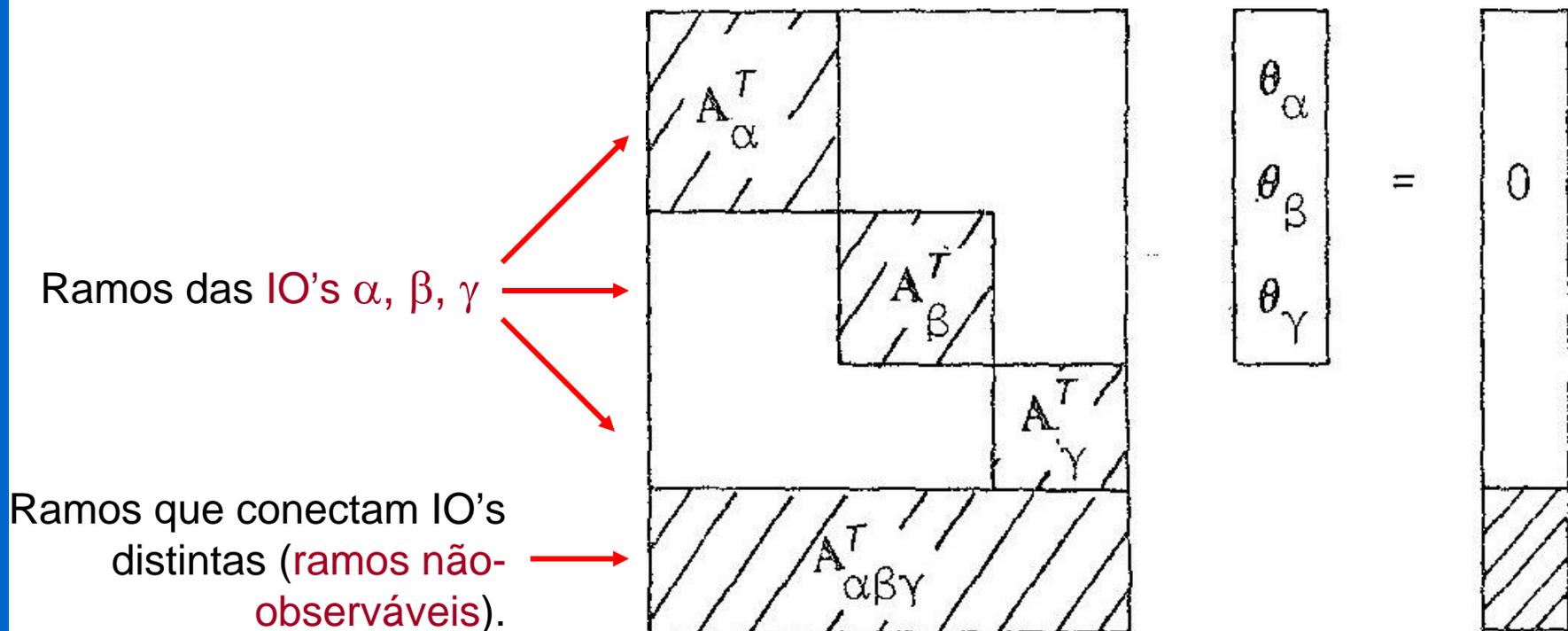
Identificação das Ilhas Não-Observáveis (3)

- Reordenando a equação do modelo de medição em correspondência à ordenação de medidas e estados:



Identificação das Ilhas Não-Observáveis (4)

- Correspondentemente, reordenando as equações (aproximadas) para os fluxos nos ramos:



Método de Monticelli & Wu: Algoritmo (I)

1. Inicializar plano de medição como o plano formado por todas as medidas disponíveis;
2. Atualizar a rede elétrica relevante removendo todos os ramos que não são monitorados por fluxo nem incidem em barras cuja injeção é monitorada;
3. Formar a matriz Ganho e realizar sua fatoração triangular;
4. Durante fatoração triangular, ao encontrar um pivô nulo, este deve ser substituído por 1 e os valores do vetor do lado direito correspondentes por $(0, 1, 2, \dots)$:
 - a. Se apenas um pivô nulo for encontrado \rightarrow sistema observável, FIM;
 - b. Se número de pivôs nulos $> 1 \rightarrow$ sistema não-observável, continuar conforme segue;

Método de Monticelli & Wu: Algoritmo (II)

5. Resolva a Equação de Estimação de Estados do modelo "DC", considerando **todas as medidas com valor nulo**, exceto as p-m's de ângulo, que assumem os valores $\theta = 0, 1, 2, \dots$
6. Encontre os fluxos nos ramos. Se não houver fluxo $\neq 0$, pare;
7. Se houver fluxo $\neq 0$, o ramo correspondente é **não-observável**. Atualize a rede relevante eliminando os ramos não-observáveis;
8. Atualize o conjunto relevante de medidas removendo as medidas de injeção adjacentes a pelo menos um dos ramos removidos no passo anterior (*medidas irrelevantes*);
9. Retornar ao passo 2.

Observabilidade Numérica: Método de Monticelli & Wu (III)

- Alocação de Pseudomedidas -

- As informações candidatas a recuperar a observabilidade são pseudomedidas de injeção adjacentes a pelo menos um ramo não-observável;
- A inserção de pseudomedidas é um processo cíclico em que se analisa a adição de uma pseudomedida a cada passo;
- Ao se acrescentar ao plano de medição uma pseudomedida candidata, deve-se refatorar a matriz ganho e resolver a Equação de Estimação de Estados do modelo "DC".