

Capítulo 10

Análise de Segurança de Sistemas de Potência

10.1 Monitoração da Segurança

Os resultados fornecidos pela estimação de estados são posteriormente utilizados para realizar a monitoração estática de segurança, cuja função é determinar se o sistema de potência está ou não no estado normal de operação. Esta verificação é feita através de testes de carregamento de linhas, níveis de tensão, aberturas angulares, frequência, etc.

Caso se determine através da Monitoração de Segurança que o sistema está no estado normal, a função chamada Análise Estática de Contingências verifica, em um base preventiva, se este estado normal é seguro ou inseguro com respeito a uma determinada lista de contingências, estabelecida antecipadamente. O objetivo da análise estática de contingências é verificar se, após a ocorrência das contingências selecionadas, o sistema permanece operando no estado normal seguro, isto é, se o carregamento das linhas e os valores das tensões nas barras do sistema em estudo estão dentro de faixas admissíveis.. Estas contingências constituem-se em geral em desligamentos simples e múltiplos de ramos(linhas de transmissão e transformadores) e na perda simples de geradores.

10.2 Métodos para Análise Estática de Contingências

Existem vários métodos para se proceder à Análise Estática de Contingências. Dependendo do modelo adotado, os métodos podem ser divididos em:

- Métodos que utilizam um modelo linearizado para a rede elétrica, normalmente baseados na análise de sensibilidade entre alterações nos parâmetros da rede e variações correspondentes nos estados;
- Métodos que utilizam um modelo não-linear para a rede, usualmente baseados no uso do fluxo de potência desacoplado rápido;

10.2.1 Fluxo de Potência Linearizado

O fluxo de potência linearizado é um método aproximado de análise de redes elétricas que se baseia nas seguintes aproximações:

1. As magnitudes das tensões nas barras podem ser aproximadas como $V_i = 1,0 pu$, para $i = 1, \dots, N$, onde N é o número de barras do sistema;
2. As aberturas angulares dos ramos da rede são pequenas, de modo que se justifica a aproximação $\sin(\delta_i - \delta_j) \approx \delta_i - \delta_j$;
3. As resistências série das linhas de transmissão são desprezíveis face às respectivas reatâncias indutivas.

Sob estas hipóteses, mostra-se que a relação entre as injeções de potência ativa nas barras e os ângulos das tensões nodais é dada por:

$$\mathbf{P} = \mathbf{B} \boldsymbol{\delta}$$

onde, \mathbf{P} é o vetor das injeções nodais, $\boldsymbol{\delta}$ é o vetor dos ângulos das tensões nodais e \mathbf{B} é uma matriz real cuja estrutura é similar à matriz de admitância das barras. Definindo a *capacidade de transmissão do ramo $k - \ell$* como:

$$\gamma_{k\ell} \triangleq x_{k\ell}^{-1}$$

onde $x_{k\ell}$ é a reatância equivalente do ramo $k - \ell$, os elementos da matriz \mathbf{B} são dados por:

$$\begin{aligned} B_{k\ell} &= -\gamma_{k\ell}, \quad k \neq \ell \\ B_{kk} &= \sum_{\ell \in \Omega_k} \gamma_{k\ell} \end{aligned}$$

onde Ω_k é o conjunto de barras adjacentes à barra k .

10.2.2 Alterações na Matriz Admitância

Alterações Simples Suponha que a capacidade de transmissão do ramo $k - \ell$ sofre uma alteração $\Delta\gamma_{k\ell}$. Desejamos representar esta alteração sob a forma de uma variação $\Delta\mathbf{B}$ na matriz \mathbf{B} da rede, de tal forma que, se \mathbf{B}^0 é a matriz que representa a rede antes da alteração, a matriz \mathbf{B} resultante da alteração será dada por:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}^0 + \Delta\mathbf{B}$$

Considerando que o valor da capacidade do ramo $k - \ell$ afeta os elementos (k, k) , (k, ℓ) , (ℓ, k) e (ℓ, ℓ) de \mathbf{B}^0 , conclui-se facilmente que $\Delta\mathbf{B}$ terá apenas estes quatro elementos não-nulos, com valores dados por:

$$\begin{aligned} \Delta B_{kk} &= \Delta\gamma_{k\ell} & \Delta B_{k\ell} &= -\Delta\gamma_{k\ell} \\ \Delta B_{\ell k} &= -\Delta\gamma_{k\ell} & \Delta B_{\ell\ell} &= \Delta\gamma_{k\ell} \end{aligned}$$

Com o intuito de representar as alterações na forma matricial, definimos:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &\triangleq \mathbf{e}_{k\ell} \\ \Delta\boldsymbol{\gamma} &\triangleq \Delta\gamma_{k\ell} \end{aligned}$$

onde $\mathbf{e}_{k\ell}$ é um vetor em que todos os elementos são nulos, com exceção de $e_k = 1$ e $e_\ell = -1$. Com estas definições, verifica-se facilmente que

$$\Delta\mathbf{B} = \mathbf{M} \Delta\boldsymbol{\gamma} \mathbf{M}^t \quad (10.1)$$

Alterações Múltiplas Simultâneas Suponha agora que os ramos $k_1 - \ell_1$ e $k_2 - \ell_2$ sofrem simultaneamente variações em suas capacidades de transmissão, de magnitudes $\Delta\gamma_{k_1\ell_1}$ e $\Delta\gamma_{k_2\ell_2}$, respectivamente. Estendendo o raciocínio da subseção anterior, concluímos facilmente que a matriz $\Delta\mathbf{B}$ correspondente poderá ser ainda calculada usando-se a Eq. (10.1), desde que definamos agora:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{k_1\ell_1} & \mathbf{e}_{k_2\ell_2} \end{bmatrix} \quad (10.2)$$

e

$$\Delta\boldsymbol{\gamma} \triangleq \begin{bmatrix} \Delta\gamma_{k_1\ell_1} & 0 \\ 0 & \Delta\gamma_{k_2\ell_2} \end{bmatrix} \quad (10.3)$$

Este resultado pode ser facilmente estendido para o caso de n alterações simultâneas.

10.3 Análise de Sensibilidade Simplificada

A análise de sensibilidade aproximada visa determinar como variações dadas na capacidade de transmissão de um ou mais ramos da rede elétrica afeta os ângulos das tensões nodais, e conseqüentemente a distribuição dos fluxos de potência ativa nos demais ramos. A análise de sensibilidade permite que se investigue estes efeitos sem a necessidade de se executar outros fluxos de potência linearizados.

Considere que a relação entre injeções de potência ativa nas barras e os ângulos das tensões nodais no *caso base* é dada por:

$$\mathbf{P} = \mathbf{B}^0 \boldsymbol{\theta}^0 \quad (10.4)$$

Na hipótese de que as injeções nodais permanecem constantes, a mesma relação após as variações consideradas na capacidade de transmissão de ramos da rede torna-se:

$$\mathbf{P} = \mathbf{B} \boldsymbol{\theta} \quad (10.5)$$

onde supõe-se que a matriz \mathbf{B} da rede após a alteração pode ser escrita como:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}^0 + \Delta\mathbf{B} \quad (10.6)$$

ao mesmo tempo em que a alteração provoca uma pequena variação nos ângulos das tensões das barras, de modo que:

$$\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^0 + \Delta\boldsymbol{\theta} \quad (10.7)$$

Substituindo-se as Eqs. (10.6) e (10.7) na Eq. (10.5) e levando em conta a Eq. (10.4), obtemos:

$$\mathbf{B}^0 \Delta\boldsymbol{\theta} + \Delta\mathbf{B} \boldsymbol{\theta}^0 + \Delta\mathbf{B} \Delta\boldsymbol{\theta} = \mathbf{0} \quad (10.8)$$

A análise de sensibilidade *aproximada* baseia-se na consideração de que o último termo do lado esquerdo da Eq. (10.8), que traduz efeitos de segunda ordem, pode ser desprezado face aos demais termos. Sob esta hipótese, a Eq. (10.8) fornece:

$$\mathbf{B}^0 \Delta\boldsymbol{\theta} \approx -\Delta\mathbf{B} \boldsymbol{\theta}^0 \quad (10.9)$$

A solução da Eq. (10.9) fornece as variações nos ângulos nodais decorrentes das alterações nas capacidades de transmissão consideradas. Definindo:

$$\mathbf{Z}^0 \triangleq (\mathbf{B}^0)^{-1}$$

e utilizando a Eq. (10.1), podemos explicitar as variações angulares em (10.9) como:

$$\Delta\boldsymbol{\theta} = -\mathbf{Z}^0 \mathbf{M} \Delta\boldsymbol{\gamma} \mathbf{M}^t \boldsymbol{\theta}^0 \quad (10.10)$$

A seguir, detalharemos os casos de alterações na capacidade de transmissão de um único ramo da rede e, em seguida, de alterações múltiplas, envolvendo vários ramos.

10.3.1 Alterações Simples

No caso de alterações simples, $\mathbf{M} = \mathbf{e}_{k\ell}$. Portanto, o termo $\mathbf{M}^t \boldsymbol{\theta}^0$ na Eq. (10.10) torna-se:

$$\mathbf{M}^t \boldsymbol{\theta}^0 = \mathbf{e}_{k\ell} \boldsymbol{\theta}^0 = \theta_k^0 - \theta_\ell^0 \triangleq \theta_{k\ell}^0$$

Levando em conta este fato e ainda que, no caso de uma única alteração, a matriz $\Delta\boldsymbol{\gamma}$ reduz-se ao escalar $\Delta\gamma_{k\ell}$, temos, da Eq. (10.10):

$$\Delta\boldsymbol{\theta} = -\Delta\gamma_{k\ell} \theta_{k\ell}^0 \mathbf{w}_{k\ell} \quad (10.11)$$

onde o vetor $\mathbf{w}_{k\ell}$ é definido como:

$$\mathbf{w}_{k\ell} \triangleq \mathbf{Z}^0 \mathbf{e}_{k\ell} = \mathbf{z}_k^0 - \mathbf{z}_\ell^0, \quad (10.12)$$

sendo \mathbf{z}_k^0 e \mathbf{z}_ℓ^0 as colunas k e ℓ da matriz \mathbf{Z}^0 . Para sistemas de porte realístico, a obtenção de \mathbf{Z}^0 por inversão direta de \mathbf{B}^0 não é viável. Porém, o vetor $\mathbf{w}_{k\ell}$ pode ser obtido através da solução do sistema linear

$$\mathbf{B}^0 \mathbf{w}_{k\ell} = \mathbf{e}_{k\ell}$$

utilizando-se os fatores triangulares de \mathbf{B}^0 e técnicas de substituição direta e inversa.

10.3.2 Alterações Múltiplas

Neste caso, consideraremos a ocorrência simultânea de alterações nas capacidades de transmissão dos ramos $k_1 - \ell_1$ e $k_2 - \ell_2$, o que corresponde à matriz \mathbf{M} dada pela Eq. (10.2) e à matriz de alterações da Eq. (10.3). Os termos $\mathbf{Z}^0 \mathbf{M}$ e $\mathbf{M}^t \boldsymbol{\theta}^0$ da Eq. (10.10) serão agora escritos como:

$$\mathbf{Z}^0 \mathbf{M} = \mathbf{Z}^0 \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{k_1 \ell_1} & \mathbf{e}_{k_2 \ell_2} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{k_1 \ell_1} & \mathbf{w}_{k_2 \ell_2} \end{bmatrix} \quad (10.13)$$

e

$$\mathbf{M}^t \boldsymbol{\theta}^0 = \begin{bmatrix} \theta_{k_1 \ell_1}^0 \\ \theta_{k_2 \ell_2}^0 \end{bmatrix} \quad (10.14)$$

Substituindo-se as Eqs.(10.3), (10.13) e (10.14) na equação geral da análise simplificada, Eq. (10.10), facilmente conclui-se que:

$$\Delta\boldsymbol{\theta} = -\Delta\gamma_{k_1 \ell_1} \theta_{k_1 \ell_1}^0 \mathbf{w}_{k_1 \ell_1} - \Delta\gamma_{k_2 \ell_2} \theta_{k_2 \ell_2}^0 \mathbf{w}_{k_2 \ell_2}$$

Este resultado implica em que as contribuições de cada uma das modificações são independentes e o efeito conjunto é resultado da superposição dos efeitos individuais. Isto é consequência da análise de sensibilidade ser linear.

No caso geral de ocorrência simultânea de n variações de capacidade de transmissão, $\Delta\gamma_{k_i\ell_i}$, $i = 1, \dots, n$, o resultado acima pode ser estendido como:

$$\Delta\theta = - \sum_{i=1}^n \Delta\gamma_{k_i\ell_i} \theta_{k_i\ell_i}^0 \mathbf{w}_{k_i\ell_i}$$

10.3.3 Limitações da Análise de Sensibilidade Simplificada

Uma condição necessária para que os resultados da análise de sensibilidade simplificada apresentem precisão aceitável é que a variação na capacidade de transmissão do ramo considerado seja pequena com respeito à capacidade de transmissão equivalente propiciada pelo resto do sistema entre as mesmas barras. Esta condição será rigorosamente demonstrada oportunamente.

10.4 Fatores de Distribuição

O método dos fatores de distribuição tem por objetivo determinar qual o impacto de uma variação $\Delta\gamma_{k\ell}$ na capacidade de transmissão do ramo $k - \ell$ sobre o fluxo de potência ativa em um ramo genérico $p - q$. Os fatores de distribuição são baseados na análise de sensibilidade simplificada da seção anterior, e portanto fornecem resultados aproximados.

O fluxo de potência em um ramo genérico $p - q$ no caso base é dado por:

$$t_{pq}^0 = \gamma_{pq} \theta_{pq}^0$$

Conforme visto na seção anterior, uma variação na capacidade de transmissão do ramo $k - \ell$ provocará uma variação $\Delta\theta$ nos ângulos das tensões nodais, que provocará por sua vez uma variação Δt_{pq} no fluxo de potência no ramo $p - q$. Pela aproximação linear, esta variação é dada por:

$$\Delta t_{pq} = \gamma_{pq} \Delta\theta_{pq} \quad (10.15)$$

Considerando agora a definição do vetor \mathbf{e}_{pq} e as Eqs. (10.11) e (10.12) podemos escrever:

$$\begin{aligned} \Delta\theta_{pq} &= \mathbf{e}_{pq}^t \Delta\theta \\ \Delta\theta &= -\Delta\gamma_{k\ell} \theta_{k\ell}^0 \mathbf{Z}^0 \mathbf{e}_{k\ell} \end{aligned}$$

o que, a partir da Eq. (10.15), permite re-escrever Δt_{pq} como:

$$\Delta t_{pq} = -\gamma_{pq} \mathbf{e}_{pq}^t \mathbf{Z}^0 \mathbf{e}_{k\ell} \Delta\gamma_{k\ell} \theta_{k\ell}^0 \quad (10.16)$$

Contudo, note que o produto $\mathbf{e}_{pq}^t \mathbf{Z}^0 \mathbf{e}_{k\ell}$ pode ser obtido a partir de elementos da matriz \mathbf{Z}^0 :

$$\mathbf{e}_{pq}^t \mathbf{Z}^0 \mathbf{e}_{k\ell} = Z_{pk}^0 - Z_{qk}^0 - Z_{p\ell}^0 + Z_{q\ell}^0 \quad (10.17)$$

Além disso, o produto $\Delta\gamma_{k\ell} \theta_{k\ell}^0$ na Eq. (10.17) representa a variação de fluxo $\Delta t_{k\ell}$ quando $\Delta\gamma_{k\ell}$ corresponde à *remoção* total de operação do ramo $k - \ell$. A Eq. (10.16) pode portanto ser re-escrita como:

$$\Delta t_{pq} = (-\gamma_{pq} \mathbf{e}_{pq}^t \mathbf{Z}^0 \mathbf{e}_{k\ell}) \Delta t_{k\ell} \quad (10.18)$$

Se definirmos o *fator de distribuição* do fluxo no ramo $k - \ell$ sobre o fluxo no ramo $p - q$ como:

$$D_{pq-k\ell} \triangleq -\gamma_{pq} \mathbf{e}_{pq}^t \mathbf{Z}^0 \mathbf{e}_{k\ell}, \quad (10.19)$$

então (10.18) torna-se simplesmente:

$$\Delta t_{pq} = D_{pq-k\ell} \Delta t_{k\ell}$$

Estes fatores podem agrupados em uma matriz de sensibilidade de dimensão $n\ell \times n\ell$, que permite avaliar o efeito da saída de operação de qualquer ramo do sistema sobre os fluxos de potência em todos os demais ramos da rede elétrica.

10.5 Análise de Sensibilidade Melhorada

10.5.1 Alterações Simples

Reconsideremos a Eq. (10.8), sem contudo desprezar o termo de 2º ordem, como foi feito na análise de sensibilidade simplificada:

$$\mathbf{B}^0 \Delta \boldsymbol{\theta} + \Delta \mathbf{B} (\boldsymbol{\theta}^0 + \Delta \boldsymbol{\theta}) = \mathbf{0} \quad (10.20)$$

Lembrando que, para uma alteração simples no ramo $k - \ell$, $\Delta \mathbf{B} = \mathbf{e}_{k\ell} \Delta \gamma \mathbf{e}_{k\ell}^t$, obtemos da Eq. (10.20):

$$\begin{aligned} \Delta \boldsymbol{\theta} &= -\mathbf{Z}^0 \mathbf{e}_{k\ell} \Delta \gamma_{k\ell} \mathbf{e}_{k\ell}^t (\boldsymbol{\theta}^0 + \Delta \boldsymbol{\theta}) \\ &= -\mathbf{Z}^0 \mathbf{e}_{k\ell} \Delta \gamma_{k\ell} (\theta_{k\ell}^0 + \Delta \theta_{k\ell}) \end{aligned} \quad (10.21)$$

Pré-multiplicando-se a equação anterior por $\mathbf{e}_{k\ell}^t$, obtém-se:

$$\Delta \theta_{k\ell} = -(\mathbf{e}_{k\ell}^t \mathbf{Z}^0 \mathbf{e}_{k\ell}) \Delta \gamma_{k\ell} (\theta_{k\ell}^0 + \Delta \theta_{k\ell})$$

ou, agrupando os termos em $\Delta \theta_{k\ell}$ e explicitando esta variável:

$$\Delta \theta_{k\ell} = -\frac{(\mathbf{e}_{k\ell}^t \mathbf{Z}^0 \mathbf{e}_{k\ell}) \Delta \gamma_{k\ell} \theta_{k\ell}^0}{1 + (\mathbf{e}_{k\ell}^t \mathbf{Z}^0 \mathbf{e}_{k\ell}) \Delta \gamma_{k\ell}} \quad (10.22)$$

Este resultado permite que se calcule $(\theta_{k\ell}^0 + \Delta \theta_{k\ell})$ que, substituído em (10.21), fornece a equação básica da análise de sensibilidade melhorada:

$$\Delta \boldsymbol{\theta} = -\frac{\Delta \gamma_{k\ell} \theta_{k\ell}^0}{1 + (\mathbf{e}_{k\ell}^t \mathbf{Z}^0 \mathbf{e}_{k\ell}) \Delta \gamma_{k\ell}} \mathbf{w}_{k\ell} \quad (10.23)$$

onde, como definido anteriormente, $\mathbf{w}_{k\ell} = \mathbf{Z}^0 \mathbf{e}_{k\ell}$.

Um algoritmo para implementação da análise de sensibilidade melhorada no caso de alterações simples é descrito abaixo.

Algoritmo para a Análise de Sensibilidade Melhorada

(Alterações simples)

1. Calcular $\mathbf{w}_{k\ell} = \mathbf{Z}^0 \mathbf{e}_{k\ell}$;
2. Determinar:

$$\mathbf{e}_{k\ell}^t \mathbf{Z}^0 \mathbf{e}_{k\ell} = \mathbf{e}_{k\ell}^t \mathbf{w}_{k\ell} = \mathbf{w}_{k\ell}^k - \mathbf{w}_{k\ell}^\ell, \text{ ou}$$

$$\mathbf{e}_{k\ell}^t \mathbf{Z}^0 \mathbf{e}_{k\ell} = Z_{kk}^0 + Z_{\ell\ell}^0 - 2Z_{k\ell}^0$$
3. Determinar $\Delta\boldsymbol{\theta}$ a partir da Eq. (10.23);
4. Calcular $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^0 + \Delta\boldsymbol{\theta}$;
5. Calcular os novos fluxos: $t_{pq} = \gamma_{pq}(\theta_p - \theta_q)$.

10.5.2 Análise de Sensibilidade Aproximada como caso Particular da Análise Melhorada

O objetivo desta subseção é averiguar sob que condições a análise de sensibilidade simplificada apresenta resultados aceitáveis com relação à análise melhorada. O primeiro passo em direção a este objetivo consiste na interpretação do termo $\mathbf{e}_{k\ell}^t \mathbf{Z}^0 \mathbf{e}_{k\ell}$ da Eq. (10.23). Para isto, considere a Fig. 10.1, que representa a rede elétrica vista dos terminais k e ℓ .

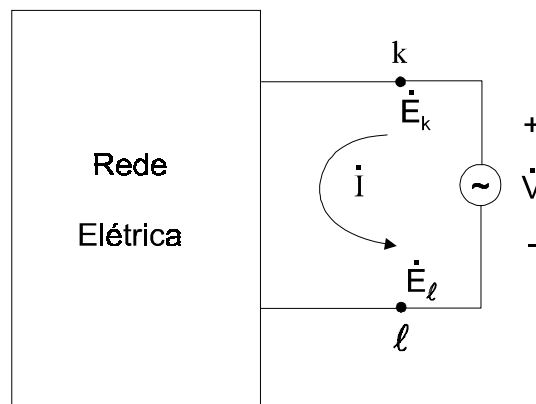


Figura 10.1: Determinação da impedância equivalente de Thèvenin para uma rede elétrica.

Seja $Z_{k\ell}^{eq}$ a impedância equivalente de Thèvenin da rede elétrica vista dos nós k e ℓ (ver Fig. 10.1). Seja \dot{I} a corrente injetada na barra k e extraída da barra ℓ resultante da aplicação de uma tensão \dot{V} aplicada às mesmas barras, conforme mostrado na figura. Pode-se portanto escrever:

$$Z_{k\ell}^{eq} = \frac{\dot{V}}{\dot{I}} = \frac{\dot{E}_k - \dot{E}_\ell}{\dot{I}} \quad (10.24)$$

Por outro lado, aplica-se também ao sistema da Fig. 10.1 a equação básica da formulação nodal da rede elétrica:

$$\mathbf{E}_B = \mathbf{Z}_{Barra} \mathbf{I}_B \quad (10.25)$$

onde:

$$\mathbf{I}_B = \begin{bmatrix} & k & & \ell & & \\ & 0 & \cdots & +I & \cdots & -I & \cdots & 0 \end{bmatrix}^T \quad (10.26)$$

Sejam \mathbf{z}_k e \mathbf{z}_ℓ as colunas k e ℓ de \mathbf{Z}_{Barra} . Substituindo \mathbf{I}_B da Eq. (10.26) na Eq. (10.25), obtém-se:

$$\mathbf{E}_B = (\mathbf{z}_k - \mathbf{z}_\ell) \dot{I}$$

e portanto:

$$\begin{aligned} \dot{E}_k &= (z_{kk} - z_{k\ell}) \dot{I} \\ \dot{E}_\ell &= (z_{\ell k} - z_{\ell\ell}) \dot{I} \end{aligned} \quad (10.27)$$

resultando que

$$\dot{V} = \dot{E}_k - \dot{E}_\ell = (z_{kk} + z_{\ell\ell} - 2z_{k\ell}) \dot{I}$$

e conseqüentemente, da Eq.(10.24):

$$Z_{k\ell}^{eq} = z_{kk} + z_{\ell\ell} - 2z_{k\ell} \quad (10.28)$$

Utilizando (10.28), podemos re-escrever a equação da análise de sensibilidade melhorada, Eq. (10.23), como:

$$\Delta\theta = - \frac{\theta_{k\ell}^0}{\left(\frac{1}{\Delta\gamma_{k\ell}}\right) + Z_{k\ell}^{eq}} \mathbf{w}_{k\ell} \quad (10.29)$$

É fácil verificar da Eq. (10.29) que

$$\left| \frac{1}{\Delta\gamma_{k\ell}} \right| \gg Z_{k\ell}^{eq} \Rightarrow \Delta\theta \approx -\Delta\gamma_{k\ell} \theta_{k\ell}^0 \mathbf{w}_{k\ell}$$

Conclui-se portanto que, se a variação na capacidade de transmissão do ramo que sofre a contingência é muito menor que a capacidade de transmissão equivalente entre as barras terminais daquele ramo, então os resultados da análise de sensibilidade aproximada tendem aos resultados que seriam obtidos a partir da análise de sensibilidade melhorada.

10.5.3 Alterações Múltiplas

Para desenvolver a expressão básica da análise de sensibilidade melhorada no caso de alterações múltiplas, retomemos a Eq. (10.20), substituindo agora $\Delta\mathbf{B}$ pela expressão de alterações múltiplas, Eq. (10.1). Isto resulta em:

$$\Delta\theta = -\mathbf{Z}^0 \mathbf{M} \Delta\gamma \mathbf{M}^t (\theta^0 + \Delta\theta) \quad (10.30)$$

Pré-multiplicando a Eq. (10.30) por \mathbf{M}^t , reduzindo os termos semelhantes e explicitando $\mathbf{M}^t \Delta\theta$, obtém-se:

$$\mathbf{M}^t \Delta\theta = -(\mathbf{I} + \mathbf{M}^t \mathbf{Z}^0 \mathbf{M} \Delta\gamma)^{-1} \mathbf{M}^t \mathbf{Z}^0 \mathbf{M} \Delta\gamma \mathbf{M}^t \theta^0 \quad (10.31)$$

Finalmente, a substituição da Eq. (10.31) na Eq. (10.30) fornece, após algumas manipulações algébricas, a expressão das variações angulares pelo método da análise de sensibilidade melhorada, no caso de alterações múltiplas:

$$\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{\theta} &= -\mathbf{Z}^0 \mathbf{M} \Delta\boldsymbol{\gamma} (\mathbf{I} + \mathbf{M}^t \mathbf{Z}^0 \mathbf{M} \Delta\boldsymbol{\gamma})^{-1} \mathbf{M}^t \boldsymbol{\theta}^0 \\ &= -\mathbf{Z}^0 \mathbf{M} (\Delta\boldsymbol{\gamma}^{-1} + \mathbf{M}^t \mathbf{Z}^0 \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^t \boldsymbol{\theta}^0\end{aligned}\quad (10.32)$$

Um algoritmo para implementação da análise de sensibilidade melhorada no caso de alterações múltiplas é descrito abaixo.

Algoritmo para a Análise de Sensibilidade Melhorada

(Caso de s alterações simultâneas)

1. Calcular $\mathbf{Z}^0 \mathbf{M} = [\mathbf{w}_{k_1 \ell_1} \ \dots \ \mathbf{w}_{k_s \ell_s}]$ através:
 - a) da solução das $\mathbf{B}^0 \mathbf{w}_{k_i \ell_i} = \mathbf{e}_{k_i \ell_i}$, $i = 1, \dots, s$, ou
 - b) das colunas de $\mathbf{Z}^0 = (\mathbf{B}^0)^{-1}$, se \mathbf{Z}^0 estiver disponível.
2. Determinar $\mathbf{M}^t \mathbf{Z}^0 \mathbf{M}$ ($s \times s$ e simétrica) a partir de $\mathbf{w}_{k_i \ell_i}$:

$$(\mathbf{M}^t \mathbf{Z}^0 \mathbf{M})_{ij} = w_{k_j \ell_j}^{k_i} - w_{k_j \ell_j}^{\ell_i}, \quad i \neq j$$

$$(\mathbf{M}^t \mathbf{Z}^0 \mathbf{M})_{ii} = w_{k_i \ell_i}^{k_i} - w_{k_i \ell_i}^{\ell_i}$$
 onde $w_{k_j \ell_j}^{k_i}$ é o k_i -ésimo elemento de $\mathbf{w}_{k_j \ell_j}$.
3. Inverter $(\Delta\boldsymbol{\gamma}^{-1} + \mathbf{M}^t \mathbf{Z}^0 \mathbf{M})$, testando possíveis ilhamentos.
4. Determinar o vetor $\boldsymbol{\beta}$, dado por:

$$\boldsymbol{\beta} = (\Delta\boldsymbol{\gamma}^{-1} + \mathbf{M}^t \mathbf{Z}^0 \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^t \boldsymbol{\theta}^0$$
5. Finalmente, determinar $\Delta\boldsymbol{\theta}$ como:

$$\Delta\boldsymbol{\theta} = -\sum_{i=1}^s \beta_i \mathbf{w}_{k_i \ell_i}.$$

10.5.4 Detecção de Ilhamentos

Na análise de contingências, podem ocorrer casos em que a saída de operação de um ramo pode provocar *ilhamentos*, ou seja, a contingência em questão afeta a conectividade da rede, produzindo duas sub-redes (ou *ilhas*) conexas. Estes ilhamentos podem ser detectados a partir da análise de sensibilidade melhorada, conforme exposto a seguir.

Suponha que o ramo $k - \ell$ é o único elemento do conjunto de corte que isola o nó k do nó ℓ ou, em outras palavras, o ramo $k - \ell$ forma o único caminho sobre a rede que liga o nó k ao nó ℓ . Neste caso, a impedância equivalente de Thévenin vista a partir daqueles nós é dada por:

$$Z_{k\ell}^{eq} = \frac{1}{\gamma_{k\ell}} = -\frac{1}{\Delta\gamma_{k\ell}} \quad (10.33)$$

Considere agora a Eq. (10.29), que é a equação básica da análise de sensibilidade melhorada para o caso de contingência simples. Da Eq. (10.33), vê-se claramente que, a saída

de operação do ramo $k - \ell$ leva a zero o denominador de (10.29). Este fato pode ser utilizado para detectar ilhamentos durante a realização da análise de contingências.

O resultado acima pode ser facilmente estendido para o caso de alterações múltiplas. Neste caso, o indicador da ocorrência de ilhamentos é o determinante do denominador da Eq. (10.32). Assim, se pelo menos uma das contingências consideradas provoca um ilhamento temos que:

$$\det [\Delta\gamma^{-1} + \mathbf{M}^t \mathbf{Z}^0 \mathbf{M}] = 0$$

10.6 Método das Injeções Compensadoras

A análise de sensibilidade melhorada pode ser interpretada fisicamente em termos de *injeções compensadoras* nas barras terminais do ramo sob contingência. Para introduzir esta interpretação, considere a Fig. 10.2, que representa 3 situações para o ramo em questão: em (a), é representado o caso-base, em que o ramo $k - \ell$ está em operação e é percorrido por um fluxo de potência dado por $t_{k\ell}^0 = \gamma_{k\ell} \theta_{k\ell}^0$; em (b) é representado o ramo sob contingência, onde o fluxo de potência correspondente é nulo, e finalmente em (c) é ilustrado o efeito das injeções compensadoras, aplicadas nas barras terminais do ramo $k - \ell$ de forma a simular a saída de operação do ramo sem contudo alterar a topologia da rede. Tanto em (b) quanto em (c) o estado da rede é o mesmo. No último caso, a linha não foi removida e o efeito da contingência é simulado através das injeções compensadoras. Estas são adicionadas às injeções das barras terminais k e ℓ , tem a mesma magnitude e são escolhidas de forma que a potência correspondente circule apenas sobre o ramo $k - \ell$. Em consequência, fluxos de potência produzidos por outras fontes do sistema não pode circular sobre esta linha. Isto é, do ponto de vista do resto do sistema, tudo se passa como se o ramo $k - \ell$ deixasse de existir.

Como já mencionado, o método da compensação é na verdade, uma interpretação física para a análise de sensibilidade melhorada. Considere novamente a Eq. (10.23). Levando em conta a Eq. (10.28) e supondo que a variação $\Delta\gamma_{k\ell}$ corresponde à retirada completa de operação da ligação $k - \ell$, podemos escrever:

$$\Delta\theta = \frac{\gamma_{k\ell} \theta_{k\ell}^0}{1 - Z_{k\ell}^{eq} \gamma_{k\ell}} \mathbf{Z}^0 \mathbf{e}_{k\ell} = \mathbf{Z}^0 \times \frac{t_{k\ell}^0}{1 - Z_{k\ell}^{eq} \gamma_{k\ell}} \mathbf{e}_{k\ell} \quad (10.34)$$

Na interpretação correspondente às injeções compensadoras, a topologia da rede é suposta invariável, de modo que variações nos valores dos ângulos nodais só podem ocorrer em decorrência de variações nos valores das injeções nodais, isto é:

$$\Delta\theta = \mathbf{Z}^0 \Delta\mathbf{P} \quad (10.35)$$

Comparando a Eq. (10.34) com (10.35), conclui-se que as injeções compensadoras são dadas por:

$$\Delta\mathbf{P}^c = \frac{t_{k\ell}^0}{1 - Z_{k\ell}^{eq} \gamma_{k\ell}} \mathbf{e}_{k\ell} \quad (10.36)$$

Pela definição do vetor $\mathbf{e}_{k\ell}$, conforma-se que apenas as injeções nos nós k e ℓ necessitam ser compensadas para garantir que o ramo $k - \ell$ é retirado de operação.

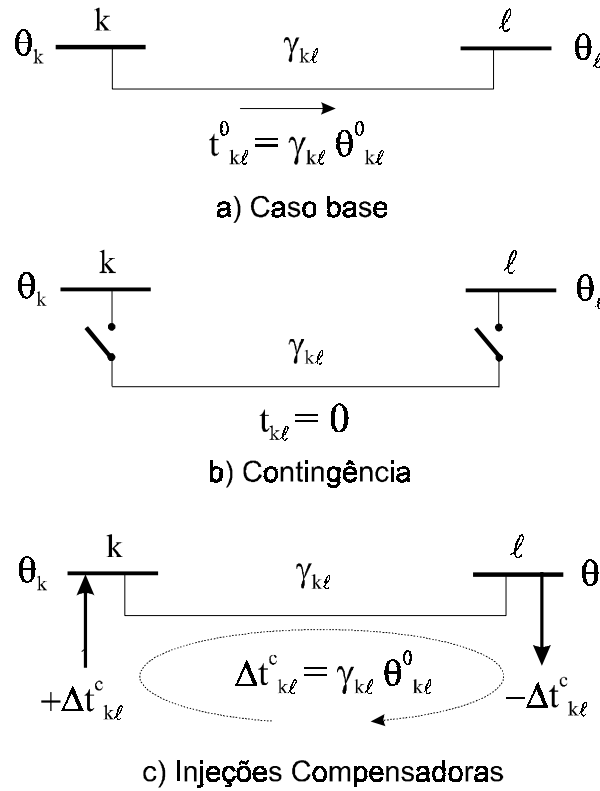


Figura 10.2: Método das injeções compensadoras.

10.7 Análise de Contingências via Fluxo de Potência Desacoplado Rápido

Os métodos de análise de contingências vistos até o momento são baseados no uso de modelo linearizado para a rede elétrica (fluxo de potência “DC”). A principal vantagem desta abordagem é o baixo esforço computacional, o que é particularmente importante quando se trata de analisar um número elevado de contingências. Por outro lado, o uso de modelo linearizado para a rede não permite, por exemplo, verificar o impacto das contingências sobre o perfil de tensões do sistema. Para se investigar estes efeitos, faz-se necessário utilizar modelos não-lineares para a rede, baseados em métodos iterativos para a solução do fluxo de potência. Dentre estes métodos, certamente os que requerem menos esforço computacional são os métodos desacoplados rápidos.

Os métodos desacoplados rápidos para a solução do fluxo de potência resolvem, a cada iteração, dois sistemas lineares de equações, com o objetivo de determinar correções para os ângulos e os módulos das tensões complexas nas barras do sistema. Estas equações são:

$$\begin{aligned} \Delta P/V &= \mathbf{B}' \Delta \theta \\ \Delta Q/V &= \mathbf{B}'' \Delta V \end{aligned} \tag{10.37}$$

onde ΔP e ΔQ são os resíduos de potência ativa e reativa; $\Delta \theta$ e ΔV são as correções a serem calculadas para os ângulos e módulos das tensões nodais; e \mathbf{B}' e \mathbf{B}'' são matrizes constantes, obtidas da parte imaginária da matriz de admitância das barras da rede,

utilizadas para a solução dos sub-problemas $P-\delta$ e $Q-V$ do fluxo de potência desacoplado rápido, respectivamente.

Há duas possíveis alternativas para simular contingências através do fluxo de potência desacoplado rápido:

1. Recalcular as matrizes \mathbf{B}' e \mathbf{B}'' para incluir o efeito das alterações na rede e recalcular os fatores triangulares destas matrizes para serem usados na solução do Fluxo de Potência Desacoplado Rápido:

$$\mathbf{B}' = \mathbf{B}'_0 + \Delta\mathbf{B}'$$

$$\mathbf{B}'' = \mathbf{B}''_0 + \Delta\mathbf{B}''$$

onde $\Delta\mathbf{B}'$ e $\Delta\mathbf{B}''$ são da forma $\mathbf{M} \Delta\boldsymbol{\gamma} \mathbf{M}^t$, ou

2. Manter as matrizes \mathbf{B}' e \mathbf{B}'' inalteradas e utilizar a Análise de Sensibilidade Melhorada para corrigir os valores calculados de $\Delta\boldsymbol{\theta}$ e $\Delta\mathbf{V}$ a cada iteração. Isto significa que, sempre que se calcular $\Delta\mathbf{P}/\mathbf{V}$ e $\Delta\mathbf{Q}/\mathbf{V}$, os vetores $\Delta\boldsymbol{\theta}$ e $\Delta\mathbf{V}$ devem ser corrigidos para levar em conta as contingências consideradas. Os métodos de correção baseados na análise de sensibilidade melhorada podem ser os mesmos usados anteriormente para o fluxo de potência linearizado, já que em cada iteração o problema a ser resolvido é um problema linear.

Para concluir qual dos dois esquemas é mais eficiente, analisemos os requisitos computacionais de cada um deles. O Esquema **1** exige refatorações de \mathbf{B}' e \mathbf{B}'' a cada iteração. O Esquema **2**, por outro lado, exige solução de sistemas lineares do tipo:

$$\mathbf{B}' \mathbf{w}'_{kl} = \mathbf{e}'_{kl}$$

$$\mathbf{B}'' \mathbf{w}''_{kl} = \mathbf{e}''_{kl}$$

Para se efetuar a comparação entre os dois esquemas, o tempo gasto na fatoraçoão de \mathbf{B}' e \mathbf{B}'' é cerca de 6 a 8 vezes o tempo para obter uma solução por substituição direta e inversa.

Conclui-se portanto que:

- Se as contingências em estudo são de ordem pequena, e
- Se o nível de precisão exigido não é muito alto,

então, exceto se houver outros motivos para se modificar as matrizes \mathbf{B}' e \mathbf{B}'' , o método baseado na análise de sensibilidade é o mais indicado.

10.8 Contingências de Geração

A perda de geração em um sistema é basicamente um fenômeno dinâmico complexo, envolvendo entre outros fatores o controle primário de velocidade, a reação da carga a variações de frequência, e o controle automático de geração. No contexto da análise estática de contingências, estamos interessados em abordar o problema usando um modelo

estático para a rede elétrica. Neste caso, as contingências de geração são representadas por variações nas potências ativas dos geradores, e um programa de fluxo de potência desacoplado rápido pode ser usado para a análise das contingências. A principal dificuldade consiste em se determinar justamente como se darão as variações de potência ativa resultantes da saída do(s) gerador(s) considerado(s).

Algumas possibilidades são:

- Redistribuir a geração perdida entre os geradores restantes através de fatores de participação adequados;
- Redistribuir a geração de acordo com critérios de despacho econômico;
- Permitir que a barra de folga assuma a geração perdida, ou
- Redistribuir a geração perdida entre os geradores sob Controle Automático de Geração de acordo com seus fatores de participação. Se for necessário mais geração do que a disponível através do CAG, indicar que o sistema está no estado alerta (inseguro).