

Capítulo 7

Observabilidade de Sistemas de Potência

7.1 Introdução

O problema da observabilidade de sistemas de potência consiste essencialmente em se determinar se as medidas que compõem um determinado plano de medição fornecem informação suficiente para a estimação dos estados do sistema. A análise da observabilidade é particularmente importante na operação em tempo real, de sistemas de potência, pois seus resultados podem determinar mudanças nos procedimentos para se estimar os estados do sistema.

Em caso de deficiência no plano de medição por exemplo, a rotina de observabilidade poderá fornecer subsídios para, em uma etapa subsequente, proceder-se à estimação de estados dos componentes (ilhas) observáveis do sistema. Alternativamente, é possível se lançar mão de procedimentos para a alocação de pseudomedidas apropriadas que, adicionadas ao plano de medição deficiente, permitirão a recuperação da observabilidade do sistema como um todo.

Outro subproduto importante da análise de observabilidade é a determinação de medidas críticas e pares críticos. A sua correta identificação é importante tanto para indicar pontos de reforço do plano de medição quanto para o processamento de erros grosseiros, como será comentado na seção 7.7.

As rotinas para determinação da observabilidade também se constituem em valiosa ferramenta de projeto do sistema de medição. Busca-se aqui garantir a obtenção de estimativas confiáveis mesmo no caso de ocorrência de perda de algumas medições durante a operação, por falha do sistema de telemedição ou por eliminação decorrente do processamento de erros grosseiros. Os testes de observabilidade podem ser utilizados para avaliar os planos de medição propostos e indicar onde estes devem ser reforçados, através do acréscimo de novas medidas.

7.2 Observabilidade de Sistemas de Potência: Definições e Teoria

7.2.1 Definição de Observabilidade

Considere um conjunto M de medidas que constituem o plano de medição de um sistema de potência para fins de estimação de estados. Supõe-se que as quantidades medidas são injeções de potência ativa e reativa nas barras, fluxos de potência ativa e reativa nas linhas e módulos de tensão. A noção de observabilidade de sistemas de potência é formalmente expressa através da seguinte definição:

Um sistema de potência é observável, no sentido da estimação estática de estados, com respeito a um dado conjunto de medidas M se as variáveis de estado do sistema (módulos e ângulos das tensões em todas as barras) podem ser determinadas através do processamento das medidas em M por um estimador de estados. Em caso contrário, o sistema é considerado não-observável com respeito a M .

A definição acima, embora clara, não é operacional para fins de análise de observabilidade. Para isso, será necessário caracterizar o conceito de observabilidade em termos de certas matrizes e grafos associados à topologia da rede e do plano de medição, os quais serão introduzidos a seguir.

7.2.2 Modelo de Medição Linearizado

Considere que m medidas são distribuídas em um sistema de potência de N barras, e seja $n = 2N - 1$ o número de variáveis de estado a serem estimadas ($N - 1$ ângulos e N módulos de tensões nas barras). Linearizando-se o modelo de medição [1] com respeito ao vetor de estados \mathbf{x} , obtém-se o seguinte módulo de medição linearizado:

$$\Delta \mathbf{z} = \mathbf{H}(\mathbf{x})\Delta \mathbf{x} + \boldsymbol{\eta} \quad (7.1)$$

$$E\{\boldsymbol{\eta}\} = \mathbf{0} \quad ; \quad \mathbf{E}\{\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\eta}^T\} = \mathbf{R} \quad (7.2)$$

onde $\Delta \mathbf{z}$ é o vetor $m \times 1$ de medidas incrementais, $\mathbf{H}(\cdot)$ é a matriz Jacobiana $m \times n$ do modelo de medição, $\Delta \mathbf{x}$ é o vetor $n \times 1$ de incrementos nos estados, $\boldsymbol{\eta}$ é o vetor $m \times 1$ dos erros de medição cuja matriz de covariância $m \times m$ é \mathbf{R} , e $E\{\cdot\}$ é o operador expectativa.

Utilizando-se o método dos mínimos quadrados ponderados, uma estimativa para $\Delta \mathbf{x}$ é obtida através da minimização da função objetivo

$$J(\Delta \mathbf{x}) = [\Delta \mathbf{z} - \mathbf{H}\Delta \mathbf{x}]^T \mathbf{R}^{-1} [\Delta \mathbf{z} - \mathbf{H}\Delta \mathbf{x}] \quad (7.3)$$

onde, por conveniência, descartou-se o argumento de $\mathbf{H}(\cdot)$. A solução final do problema de estimação de estados é obtida através de um procedimento iterativo em que $\Delta \mathbf{x}$ é calculado a cada iteração resolvendo-se a chamada equação normal:

$$\mathbf{G}\Delta \mathbf{x} = \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \Delta \mathbf{z} \quad (7.4)$$

onde

$$\mathbf{G} = \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \quad (7.5)$$

é a matriz de informação ou matriz ganho. O vetor $\Delta \mathbf{x}$ é então utilizado para atualizar o estado corrente, obtendo-se assim o novo vetor de estados a ser utilizado na iteração seguinte.

7.2.3 Observabilidade Algébrica e Observabilidade Numérica

Da definição introduzida no início desta seção, fica clara a relação entre a questão da observabilidade e o posto da matriz \mathbf{G} . De fato, para que se possa resolver a equação normal, é condição necessária que a matriz quadrada ($n \times n$) \mathbf{G} seja não-singular. Dado que a matriz de covariância dos erros de medição \mathbf{R} é geralmente suposta diagonal e não-singular, isto implica em que a matriz Jacobiana \mathbf{H} deve ter posto completo; ou seja, como $m > n$, o posto de \mathbf{H} deve ser igual a n . Há portanto a necessidade de se dispor de pelo menos um subconjunto de M composto por n medidas tais que as n linhas correspondentes da matriz Jacobiana sejam linearmente independentes. Esta constatação conduz à definição de observabilidade algébrica:

Um sistema de potência é *algebricamente observável* com respeito a um conjunto de medidas M se a matriz Jacobiana \mathbf{H} tem posto igual a n , que é a dimensão do vetor de estados \mathbf{x} .

Conforme a definição acima, a observabilidade algébrica depende do ponto de operação usado para a linearização do modelo de medição. A referência [2] considera este ponto de operação como sendo o perfil plano de tensões (módulos e ângulos das tensões em todas as barras iguais a 1,0 pu e 0,0 rad, respectivamente), além de adotarem a aproximação desacoplada para \mathbf{H} proposta por [3].

Apesar de um sistema ser algebricamente observável, é possível que, no curso da solução iterativa, surjam problemas numéricos que impeçam a convergência, motivados por mau condicionamento da matriz \mathbf{H} ou pelo fato de o estado real estar muito afastado dos valores iniciais atribuídos aos estados. Para levar em conta este fato, introduz-se a seguinte definição [2]:

Um sistema de potência é *numericamente observável* com respeito a M se as estimativas para os estados podem ser obtidas através de solução iterativa partindo de valores iniciais iguais a 1,0 pu para os módulos e 0,0 rad para os ângulos das tensões nas barras.

Verifica-se portanto que embora a observabilidade numérica implique na observabilidade algébrica, a recíproca não é em geral verdadeira.

Testar a observabilidade numérica equivale a resolver o problema de estimação estática de estados a partir do perfil plano de tensões, para um dado plano de medição M . Os métodos baseados na fatoração triangular recentemente propostos [4] destinam-se na realidade à verificação da observabilidade numérica, já que são implementados do próprio processo de solução da equação normal.

Outro teste possível para a observabilidade seria o cálculo (em ponto flutuante) do posto da matriz Jacobiana, determinando-se desta maneira a observabilidade algébrica

do sistema. Embora algoritmos adequados para cálculo do posto de uma matriz estejam hoje disponíveis [5], o tempo de cálculo por eles exigido não é compatível com aplicações em tempo real. Além disso, não se obteriam indicações sobre os pontos do sistema de medição que poderiam necessitar de reforço, nem a cerca de ilhas observáveis.

Neste capítulo, a atenção é dedicada a métodos que não dependem de valores numéricos dos elementos da matriz Jacobiana mas, ao invés disso, investigam se o conjunto de medidas M fornece informação suficiente a cerca da rede de modo a permitir a estimação de estados. Deste ponto de vista, a determinação da observabilidade torna-se o estudo da topologia de um grafo derivado da rede original de acordo com a distribuição das medidas em M pelo sistema de potência.

7.3 Método de Clements-Wollenberg para Análise de Observabilidade

7.3.1 Introdução

O método de Clements e Wollenberg foi o primeiro dos métodos topológicos de análise de observabilidade, que buscam concluir sobre esta propriedade a partir da topologia da rede e da localização das medidas sobre ela, não fazendo uso portanto de cálculos em ponto flutuante. Trata-se de um método heurístico que se baseia em princípios extraídos da experiência na análise de redes elétricas de potência.

7.3.2 Definições Preliminares

Os conceitos de Ilhas Observáveis e Não-Observáveis são centrais no desenvolvimento do método de Clements e Wollenberg:

- **Ilha Observável:** Uma ilha observável é um conjunto de barras do sistema entre as quais os fluxos das linhas podem ser determinados a partir das medidas disponíveis.
- **Ilha Não-observável:** É um conjunto de barras entre as quais os fluxos nas linhas não podem ser determinados a partir das medidas disponíveis.

Uma rede elétrica pode conter zero, uma, ou várias ilhas observáveis. Uma barra pode pertencer tanto a uma ilha observável quanto a uma ilha não-observável.

Para introduzir o método, serão considerados inicialmente dois planos de medição particulares: o primeiro é formado apenas pelas medidas de fluxo de potência nos ramos da rede elétrica, enquanto que o segundo contém medidas de injeção nas barras e não inclui medidas de fluxo. Após concluirmos sobre cada um destes casos, estenderemos o raciocínio para os planos de medição gerais, que incluem tanto medidas de injeção quanto de fluxo.

7.3.3 Observabilidade para Sistemas com Planos de Medição Formado por Medidas de Fluxos nas Linhas

Considere um sistema de potência no qual somente medidas de fluxo de potência ativa e reativa, t e u , estão presentes no plano de medição, além de uma medida de tensão (na barra de referência).

Partindo da barra i , onde a magnitude de tensão é medida, consideremos que esta barra é tomada como referência angular. Conhecemos portanto a tensão complexa na barra i .

Suponhamos agora que a barra k é adjacente à barra i , e que os fluxos de potência ativa e reativa no ramo $i - k$ são medidos. Podemos então escrever o seguinte sistema de equações não-lineares:

$$t_{ik}(v_i, \delta_i, v_k, \delta_k) = z_{t_{ik}} \quad (7.6)$$

$$u_{ik}(v_i, \delta_i, v_k, \delta_k) = z_{u_{ik}} \quad (7.7)$$

onde $z_{t_{ik}}$ e $z_{u_{ik}}$ são os valores medidos dos fluxos de potência ativa e reativa, respectivamente. Os lados esquerdo da equação representam as funções não-lineares que expressam os respectivos fluxos de potência em termos das tensões complexas nas barras terminais do ramo $i - k$. Os parâmetros do ramo são supostos conhecidos.

Já que v_i e δ_i são conhecidos, a solução do sistema não-linear dado pelas equações (7.6) e (7.7) fornecerá v_k e δ_k . Se considerarmos em seguida que a barra j é adjacente à barra k e que os fluxos de potência ativa e reativa no ramo $k - j$ são também monitorados concluímos, usando o mesmo raciocínio acima, que podemos calcular v_j e δ_j , pois v_k e δ_k são conhecidos da etapa anterior.

Continuando a aplicação deste procedimento, não é difícil concluir que as tensões em todas as barras poderão ser calculadas *se houver pelo menos um conjunto de ramos monitorados que forme uma árvore geradora do grafo da rede*.

Suponha que existe exatamente uma árvore geradora do grafo da rede cujos ramos são monitorados em apenas um dos seus extremos. Sendo N o número de barras do sistema, lembremos que qualquer árvore geradora do grafo da rede tem exatamente $(N - 1)$ arestas. Considerando ainda a (única) medida de magnitude de tensão, o número de medidas deste plano de medição é:

$$m = 2 \times (N - 1) + 1 = 2N - 1 = n$$

Ou seja, o número de medidas é neste caso exatamente igual ao número de estados, e conseqüentemente a matriz Jacobiana será quadrada e não-singular, satisfazendo à definição de observabilidade algébrica.

7.3.4 Observabilidade para Redes Elétricas em Planos de Medição Formado por Medidas de Injeção

Consideremos agora que os planos de medição podem conter apenas medidas de injeção ativa e reativa (p e q) nas barras, além de uma medida de magnitude de tensão.

Neste caso, faremos analogia com o bem conhecido problema de fluxo de potência. Se considerarmos, como no caso anterior, a barra onde a magnitude de tensão é medida como barra de referência angular e todas as demais barras como barras PQ , sabemos da teoria do fluxo de potência que podemos calcular os estados. Isto é, se ambas as injeções ativa e reativa são medidas em todas as $(N - 1)$ barras onde a tensão não é monitorada, o sistema de potência será observável. Mais uma vez, o número de medidas deste planos mínimo de medição será dado por:

$$m = 2 \times (N - 1) + 1 = 2N - 1 = n$$

e a matriz Jacobiana correspondente (a mesma do fluxo de potência para os tipos de barra discutidos acima) será mais uma vez não-singular.

7.3.5 Observabilidade para Redes Elétricas com Medidas de Fluxo nas Linhas e Injeções nas Barras

Na prática, os planos de medição serão formados por medidas de fluxo e de injeção. A partir dos casos-limites das subseções anteriores, o método de Clements e Wollemborg busca concluir a respeito da observabilidade da rede através da execução das seguintes três etapas:

1. Processamento das medidas de fluxos nas linhas;
2. Processamento das medidas de injeção em barras em que os fluxos nas linhas incidentes são conhecidos, exceto em uma linha (*medidas de injeção do tipo I*);
3. Processamento das outras medidas de injeção.

O algoritmo baseia-se nas seguintes propriedades:

1. Uma medida de fluxo em uma aresta do grafo da rede torna esta aresta observável;
2. Uma aresta que interliga dois nós que se encontram na mesma IO é observável;
3. Se todas as arestas incidentes em um vértice do grafo da rede cuja injeção é medida são observáveis, com exceção de uma, então a medida de injeção torna esta aresta observável.

Ao término de cada uma das etapas, é possível que resultem, dependendo do plano de medição, diversas Ilhas Observáveis (IOs) e Ilhas Não-Observáveis (INOs). A etapa seguinte busca, através do processamento de um tipo peculiar de medidas, aglutinar as IOs em uma única IO. Se isto for alcançado, conclui-se que o sistema é observável. Em caso contrário, o sistema será considerado não-observável, sendo identificadas suas diversas IOs.

A primeira etapa do algoritmo faz uso exclusivamente das propriedades 1 e 2 acima.

Na segunda etapa do algoritmo, as injeções do Tipo I são classificadas e a Propriedade 3 é utilizada. Esta propriedade consiste essencialmente em transformar as injeções do Tipo I em “medidas” de fluxo, que são atribuídas às arestas não observáveis incidentes à barra onde a injeção do Tipo I é medida.

Observa-se que, como na segunda etapa o número de arestas observáveis vai mudando cada vez que uma injeção do tipo dado na propriedade 3 é processada, faz-se necessária que a lista de barras monitoradas seja re-examinada cada vez que uma nova aresta torne-se observável por efeito da propriedade 3. Isto deixará de ser necessário quando nenhuma nova aresta nestas condições for achada.

Na terceira etapa do algoritmo, as injeções são exatamente, na tentativa de fundir as INOs que persistem às IOs determinadas na etapa anterior. Uma situação típica é

ilustrada na Fig. (A), onde uma INO adjacente a duas IOs é representada. Note que as barras contidas nesta INO podem ser barras internas ou barras de fronteira, estas últimas sendo compartilhadas com as IOs adjacentes. Sejam

N_f : número de fronteiras (isto é, de IOs adjacentes) da INO, e

N_{int} : número de barras internas da INO.

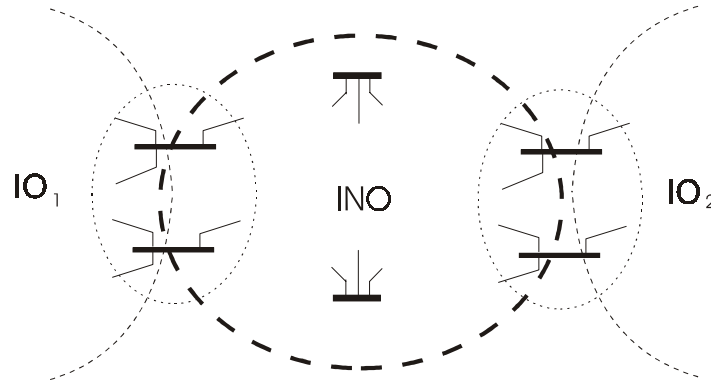


Figura 7.1: Ilha não-observável, fronteiras e ilhas observáveis vizinhas.

O raciocínio subjacente à terceira etapa é, mais uma vez, a analogia com o problema de fluxo de potência, como na seção anterior, já que há apenas medidas de injeção a serem processadas. Entretanto, há uma restrição sobre o número de medidas de injeção na fronteira que podem ser consideradas. Esta restrição advém dos seguintes argumentos:

- A fusão da INO com uma IO adjacente está intrinsecamente ligada à capacidade do plano de medição em transferir para a INO a mesma informação de referência angular usada na IO, e
- Medidas de injeção possivelmente existentes em barras diferentes da mesma fronteira contêm a mesma informação sobre a referência angular da IO, sendo portanto redundantes

Tendo por base os argumentos anteriores, o procedimento adotado na terceira etapa do algoritmo trata *todas* as barras de fronteira com uma mesma IO como um único *macro-nó*. Medidas de injeção nestas barras de fronteira são tratadas como uma única medida de injeção no macro-nó. Em outras palavras, o macro-nó poderá ter *uma* medida de injeção, se *pelo menos uma* barra de fronteira for monitorada, ou *nenhuma* medida de injeção, se *nenhuma* barra de fronteira tiver sua injeção monitorada.

Define-se portanto o *número efetivo de medidas de injeção*, m_{ef} como:

$m_{ef} \triangleq$ número de barras internas monitoradas + número de macro-nós de fronteira monitorados

Observe que $m_{ef} \leq N_{int} + N_f$.

A definição dos macro-nós de fronteira nos permite desacoplar (para efeito de análise apenas) a INO das IOs adjacentes, sendo cada fronteira representada por um único macro-nó. A INO assim isolada do resto do sistema terá um número efetivo de nós (barras) igual a:

$$N_{ef} = N_{int} + N_f.$$

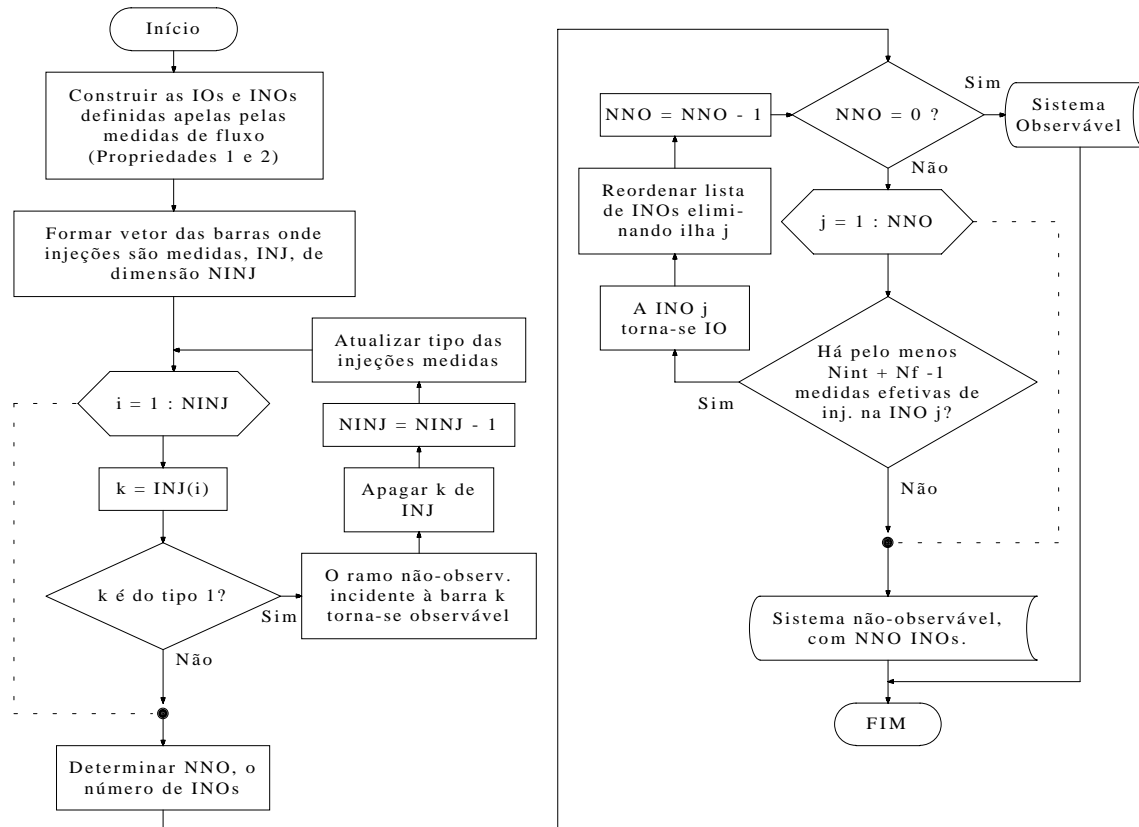


Figura 7.2: Algoritmo de Clements e Wollenberg para análise de Observabilidade.

Conforme já mencionado acima, a conclusão sobre a observabilidade da INO é extraída da analogia com o problema de fluxo de potência. Conforme visto na seção anterior, devemos ter, para garantir a observabilidade, um número de medidas de injeção igual ao número de barras do sistema menos um. Utilizando as grandezas efetivas definidas acima, temos portanto que a condição para que a INO torne-se observável é que:

$$m_{ef} \geq N_{ef} - 1$$

ou

$$m_{ef} \geq N_{int} + N_f - 1$$

Se a condição acima for cumprida, a INO pode ser aglutinada às IOs vizinhas, e podemos passar ao processamento da próxima INO previamente identificada. Caso não haja medidas de injeção suficiente para cumprir a condição, a ilha não-observável permanecerá como tal e o sistema como um todo será não-observável, independentemente do processamento das demais INOs.

É necessário passar pela 3ª etapa do algoritmo várias vezes, até que se determina que o sistema é observável ou que não é possível se proceder à fusão de nenhuma ilha, INO, com as IO's adjacentes.

O fluxograma geral do método é apresentado na Fig. 7.2.

7.3.6 Comentários Finais sobre o Método de Clements e Wollenberg

A despeito de seu inegável apelo à compreensão física do problema de observabilidade, o método de Clements-Wollenberg é essencialmente heurístico. Uma consequência deste fato é que o método apresenta resultados conservadores em alguns casos, isto é, pode classificar como não-observável um sistema de potência que é de fato observável.

O método de análise de observabilidade apresentado a seguir supre as deficiências do algoritmo de Clements e Wollenberg, por estar apoiado em uma fundamentação teórica mais sólida.

7.4 Observabilidade Topológica

7.4.1 Modelo de Medição Desacoplado e Observabilidade $P - \delta$ e $Q - V$

A introdução das noções de observabilidade $P - \delta$ e observabilidade $Q - V$, que são importantes para a investigação da observabilidade topológica, implica na decomposição do problema em dois subproblemas separados. O princípio em que se baseia esta separação é similar àquele utilizado no fluxo de potência desacoplado rápido. Consiste em se reconhecer que medidas de potência ativa são portadoras de maior quantidade de informação sobre os ângulos das tensões nas barras relacionadas às quantidades medidas do que sobre os módulos das mesmas tensões. Reciprocamente, medidas de potência reativa fornecem maior informação sobre a magnitude das tensões do que sobre os seus ângulos.

Considerando o desacoplamento $P - \delta / Q - V$ e supondo que a relação reatância / resistência para as impedâncias série das linhas de transmissão é muito maior do que 1, 0, [3] desenvolve o seguinte modelo de medição desacoplado aproximado:

$$\mathbf{z}_P = \mathbf{H}_P \boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\eta}_P \quad (7.8)$$

$$\mathbf{z}_Q = \mathbf{H}_Q \mathbf{v} + \mathbf{k} + \boldsymbol{\eta}_Q \quad (7.9)$$

O vetor \mathbf{z}_P é formado pelas medidas de injeção e de fluxo de potência ativa e o vetor \mathbf{z}_Q contém as medidas de magnitude de tensão, de injeção e de fluxo de potência reativa. Os erros de medição correspondentes são representados por $\boldsymbol{\eta}_P$ e $\boldsymbol{\eta}_Q$. Os vetores $\boldsymbol{\delta}$ e \mathbf{v} contém $N - 1$ ângulos das tensões nas barras (o ângulo da barra de referência é excluído) e as N magnitudes das mesmas tensões, respectivamente. O vetor constante \mathbf{k} depende das admitâncias em derivação das linhas de transmissão e seus elementos apresentam usualmente valor absoluto. Finalmente, as matrizes \mathbf{H}_P e \mathbf{H}_Q dependem basicamente do plano de medição, da topologia da rede elétrica e das admitâncias série das linhas. Adicionalmente, \mathbf{H}_Q depende também em menor grau das admitâncias em derivação das linhas do sistema.

Com os modelos desacoplados dados pelas Eqs. 7.8 e 7.9, pode-se agora introduzir as seguintes definições:

- Um sistema de potência de N barras é $P - \delta$ ($Q - V$) algebricamente observável com respeito a um conjunto de medidas ativas (reativas) se e somente se o posto da matriz \mathbf{H}_P (\mathbf{H}_Q) é igual a $N - 1$ (N).

Em caso de não se verificar paridade entre as medidas ativas e reativas os problemas de observabilidade $P - \delta$ e $Q - V$ devem ser analisados separadamente. Uma dificuldade que surge nesse caso é a assimetria introduzida pelas medidas de magnitude de tensão, sem similar no subproblema $P - \delta$. É entretanto possível substituí-las por medidas de fluxo reativo em uma linha fictícia, ligando a barra onde se mede a tensão a uma barra de referência [6, 7]. Isto será visto em maiores detalhes na Seção 7.6.

No caso geral, portanto, qualquer algoritmo de análise de observabilidade deve ser executado duas vezes para o mesmo sistema. Contudo, os planos de medição utilizados na prática normalmente apresentam as medidas de injeção e fluxo tomadas em pares ativo/reativo. Se for considerada a presença de medida de tensão apenas na barra de referência, isto significa que conclusões sobre as observabilidades $P - \delta$ e $Q - V$ podem ser obtidas a partir de uma única aplicação do algoritmo de observabilidade.

Sem perda de generalidade, será considerado neste trabalho que as medidas de potência são tomadas em pares ativo/reativo.

7.4.2 Alguns Conceitos Topológicos Importantes

Para poder definir as condições segundo as quais um sistema é topologicamente observável, é necessário revisar alguns conceitos de teoria de grafos [8] e introduzir as definições de grafo de rede elétrica e de associação de uma medida a uma aresta deste grafo.

- Dado um grafo G , uma seqüência alternada de vértice e arestas de G que se inicia e termina em vértices, tal que cada aresta é incidente no vértice que a precede e no vértice que a segue, é denominada um *caminho* entre o vértice inicial e o vértice final;
- Um *ciclo* é um caminho em que o vértice inicial coincide com o vértice final;
- Uma *árvore* de G é um subgrafo que não apresenta ciclos e é conexo (isto é, existe um caminho entre cada par de seus vértices);
- Uma *floresta* é um conjunto de árvores, e uma árvore geradora de G se caracteriza por possuir o mesmo conjunto de vértices que G .

O *grafo da rede* associado a um sistema de potência é definido como um grafo cujos vértices correspondem às barras do sistema e cujas arestas correspondem às linhas de transmissão, conforme representado no diagrama unifilar do sistema.

Uma medida z pertencente a M pode ser *associada* a uma aresta a do grafo da rede se [1]:

1. z é uma medida de fluxo na linha de transmissão do sistema de potência que corresponde à aresta a ;
2. z é uma medida de injeção em qualquer uma das barras terminais de linha do sistema que corresponde à aresta a .

Observa-se que a definição acima decorre do exame da estrutura da matriz Jacobiana do modelo de medição linearizado. Assim, a presença de uma medida de fluxo produzirá uma equação que envolverá apenas as tensões complexas das barras terminais da linha

onde é feita a medida. O efeito de uma medida de injeção de potência, por outro lado, é interrelacionar a tensão complexa da barra medida com as tensões complexas de todas as barras a ela conectadas.

Diz-se que uma floresta F do grafo da rede é observável com respeito a M se for possível se definir uma associação de medidas em M com cada uma das arestas de F , de modo que não existam duas arestas de F associadas à mesma medida.

As definições de árvore observável e de árvore geradora observável são casos particulares da definição acima. Note que a definição exige a existência de uma correspondência biunívoca entre o conjunto de arestas de F e um subconjunto M_1 de M cujo número de elementos é igual ao número de arestas de F . No caso de medidas de fluxo, esta correspondência é bem definida. Uma medida de injeção em uma barra do sistema, por outro lado, pode ser associada a qualquer aresta incidente no vértice que corresponde àquela barra. Na escolha adequada desta associação de medidas de injeção é que reside a principal dificuldade para a determinação da observabilidade topológica.

Observabilidade Topológica e Observabilidade Algébrica

Com as definições acima pode-se finalmente definir observabilidade topológica:

- Um sistema de potência é topologicamente observável com respeito a um conjunto de medidas M se existir uma árvore geradora observável do grafo da rede do sistema com respeito a M .

A conexão entre observabilidade topológica e observabilidade algébrica, isto é, entre a existência de uma árvore geradora observável no grafo da rede e o posto da matriz Jacobiana, é feita através dos seguintes teoremas, provados por [2]:

- **TEOREMA 1:** Se um sistema de potência é algebricamente observável com respeito a um plano de medição M , então ele é também topologicamente observável com respeito a M .
- **TEOREMA 2:** Considere que um sistema de potência é topologicamente observável com respeito a M . Caso os vetores correspondentes as impedâncias série das linhas de transmissão do sistema não tenham seus extremos sobre uma determinada superfície C de dimensão $n - 1$, então o sistema é algebricamente observável com respeito a M .

Observa-se que o Teorema 2 não afirma, a rigor, que a observabilidade topológica implica na observabilidade algébrica (a recíproca é garantida pelo Teorema 1). A ressalva feita no enunciado, contudo, diz respeito a uma combinação fortuita dos valores das impedâncias das linhas do sistema, de ocorrência bastante improvável na prática.

Deste modo, a investigação da observabilidade algébrica será vista aqui como equivalente à determinação da observabilidade topológica, isto é, à busca de uma árvore geradora observável no grafo da rede.

7.5 Um Algoritmo para Determinação da Observabilidade Topológica

Esta seção trata de um algoritmo combinatório para a determinação da observabilidade topológica. O algoritmo em questão é derivado do trabalho de Quintana, Simões Costa e Mandel [1].

Formulação do Problema em Termos do Grafo de Medição

O método é baseado na formulação do problema de observabilidade topológica em termos do *grafo de medição do sistema*, Z , associado a um dado plano de medição M , cujos vértices e arestas são assim definidos:

1. Os vértices de Z são os mesmos vértices do grafo de rede;
2. Se o fluxo na linha $i - j$ é medido, então os vértices i e j em Z são conectados por uma aresta que será associada àquela medida de fluxo (aresta de fluxo);
3. Se a injeção na barra i é medida, o vértice i em Z será conectado a cada um de seus vértices adjacentes mediante arestas que serão todas associadas à medida de injeção (arestas de injeção).

O grafo de medição contém, portanto, todas as possíveis arestas que podem ser associadas às medidas em M . De posse deste grafo, o problema de determinação da observabilidade topológica poderá ser agora assim enunciado [1]:

- Investigar a existência de uma árvore geradora no grafo de medição, com a restrição de que esta árvore não poderá conter mais do que uma aresta associada a uma dada medida.

Uma árvore com estas características é claramente uma árvore geradora observável do grafo da rede associada a M . O algoritmo proposto é capaz de encontrar tal árvore sempre que ela existir, assim como detecta prontamente os casos em que ela não existe.

7.5.1 Descrição Informal do Método

A Fig. 7.3 apresenta o fluxograma do método proposto, que pode ser dividido em duas etapas:

1. Processamento de arestas de fluxos;
2. Processamento de arestas de injeção.

O processamento de arestas de fluxo é a parte mais simples do método, e consiste basicamente na busca de uma floresta observável F no subgrafo de Z formado apenas por arestas de fluxo (Bloco 2 da Fig. 7.3). Existem algoritmos eficientes e bem conhecidos para este fim, como o de Kruskal [8]. Se F for uma árvore geradora de Z , conclui-se que o sistema é topologicamente observável, sem a necessidade de se processar as medidas de injeção. Em caso contrário, F servirá de ponto de partida para a segunda etapa

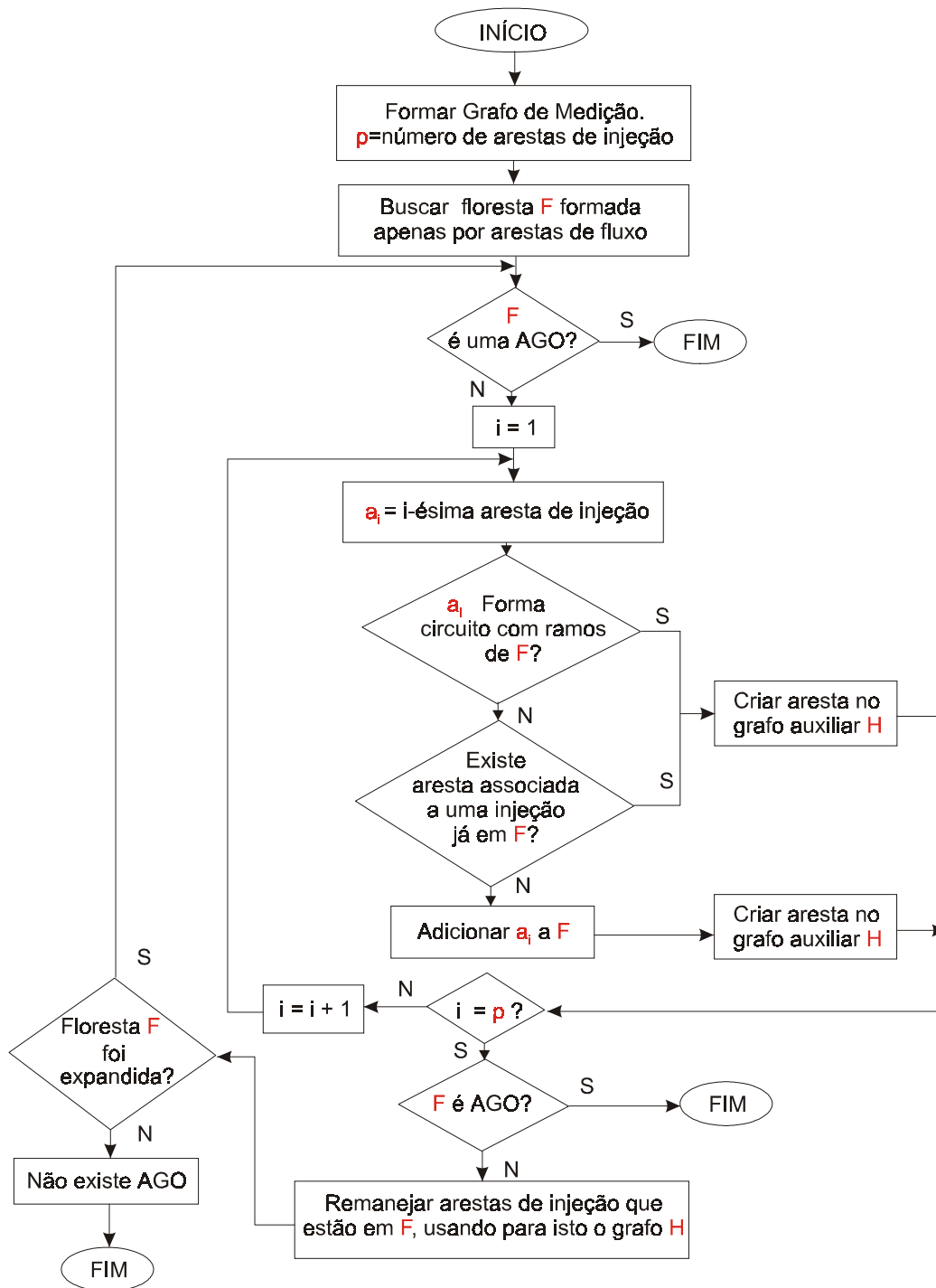


Figura 7.3: Algoritmo de busca de uma árvore geradora observável para análise de observabilidade topológica.

do algoritmo. As arestas de fluxo em F aparecerão como parte da floresta observável (ou árvore geradora observável, se existir) fornecida como resultado final do algoritmo, enquanto que as arestas de fluxo não utilizadas tampouco o serão nos passos seguintes, e podem ser descartadas.

Na segunda etapa, as arestas de injeção são examinadas individualmente, na tentativa de se expandir F . Trata-se, como já foi dito, da parte mais complexa do problema, uma vez que não se sabe “a priori” qual aresta dentre aquelas associada a uma dada medida de injeção, deve ser escolhida para propiciar a máxima expansão de F . A estratégia adotada pelo método para resolver este problema pode ser resumida no seguinte:

1. Adicionar uma aresta de injeção j à floresta F sempre que:
 - A aresta j não forma nenhum ciclo com os ramos da floresta F existente, e
 - Nenhuma aresta associada à mesma medida de injeção já está em F .
2. Se alguma das condições acima não for satisfeita, a aresta j não é definitivamente excluída de consideração, havendo ainda possibilidade de ser posteriormente aproveitada. Isto porque a inclusão de j em F foi ditada meramente por uma questão de ordem de processamento, que pode não levar à escolha mais adequada para a expansão de F .

Para prever a possibilidade de remanejamento das arestas de injeção incluídas F , um grafo auxiliar H é sistematicamente construído ao longo de todo o processamento das medidas de injeção. As arestas de H são direcionadas, e além disso H é um grafo bipartido (ou seja, é possível se particionar o seu conjunto de vértices V em dois subconjuntos, $V1$ e $V2$, tais que toda aresta de H une um vértice de $V1$ a outro de $V2$, [8]). O conjunto V de vértices de H é definido de modo que cada vértice corresponda a uma aresta de injeção. $V1$ é o conjunto dos vértices que correspondem às arestas de injeção que estão em F , e $V2 = V - V1$. As arestas de H vão sendo criadas no decorrer do processamento de medidas de injeção.

Assim como o grafo H , os conjuntos $X1$ e $X2$ de arestas de injeção também são formados ao longo do processamento das medidas de injeção, sendo definidos como:

- $X1 = \{\text{arestas de injeção } a_i: a_i \notin F \text{ e não existe nenhuma aresta em } F \text{ associada à mesma injeção que } a_i\}$
- $X2 = \{\text{arestas de injeção } a_i: a_i \notin F \text{ e } a_i \text{ forma o único caminho entre seus vértices terminais}\}$

Observa-se que nem os elementos de $X1$ nem os de $X2$ estão na floresta F corrente, correspondendo portanto a vértices do conjunto $V2$ do grafo H . Pode-se também verificar das definições que os elementos de ambos os conjuntos gozam de propriedades que os tornam fortes candidatos a entrarem na floresta F , em caso de haver necessidade de se remanejar arestas.

Se ao cabo do processamento de todas as arestas de injeção for verificado que não foi encontrada uma árvore geradora observável, o grafo H é finalmente utilizado com o objetivo de aumentar a floresta corrente. Trata-se de achar um caminho entre qualquer elemento de $X1$ e qualquer elemento de $X2$ em H , mas de forma que este caminho

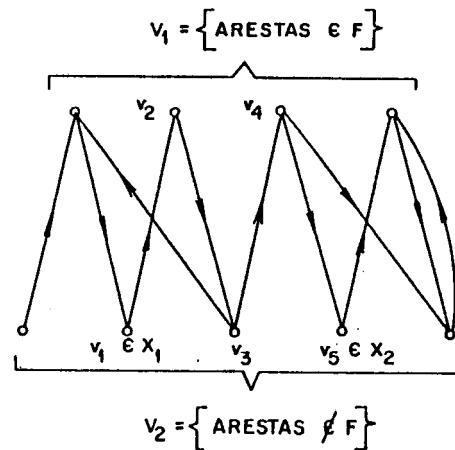


Figura 7.4: Exemplo de grafo auxiliar H .

contenha o menor número possível de arestas. Para ilustrar este procedimento, considere na Fig. 7.4 que o caminho mínimo liga os vértices v_1 , pertencente a X_1 , e v_5 , que pertence a X_2 , sendo portanto formado pelos vértices v_1, v_2, v_3, v_4 e v_5 . É possível provar que este caminho mínimo terá sempre um número ímpar de vértices, e o número de vértices que correspondem às arestas que não estão em F (no exemplo, v_1, v_3 e v_5) excederá sempre de 1 o número de vértices que estão em F (v_2 e v_4).

Para aumentar de uma aresta a floresta F , o algoritmo então preconiza que as arestas do caminho mínimo que pertencem à floresta Z sejam substituídas por aquelas que não fazem parte da floresta corrente (no exemplo da Fig. 7.4, v_2 e v_4 seriam substituídas em F por v_1, v_3 e v_5). Se o incremento assim obtido não for suficiente para transformar F em uma árvore geradora observável, o algoritmo reprocessa as arestas de injeção, mas agora a partir da nova floresta.

Em caso da não-existência do caminho mínimo entre elementos de X_1 e X_2 no grafo H , é possível se afirmar que:

1. O grafo Z não possui uma árvore geradora observável, e
2. A floresta observável corrente é máxima.

7.6 Tratamento das Medidas de Tensão na Análise da Observabilidade Q-V

Como já mencionado na Subseção 7.4.1, em caso de não se verificar paridade entre medidas ativas e reativas, os problemas de observabilidade $P - \delta$ e $Q - V$ devem ser analisados separadamente. Além disso, a presença de múltiplas medidas de magnitude de tensão no sistema deve ser adequadamente levada em conta, pois estas medidas influenciam significativamente a análise de observabilidade $P - \delta$.

Van Cutsem e Gailly [6] demonstraram que as medidas de tensão podem ser representadas (no que diz respeito apenas à análise de observabilidade topológica apenas) por medidas de fluxo reativo em uma linha fictícia, de susceptância unitária, conectando a

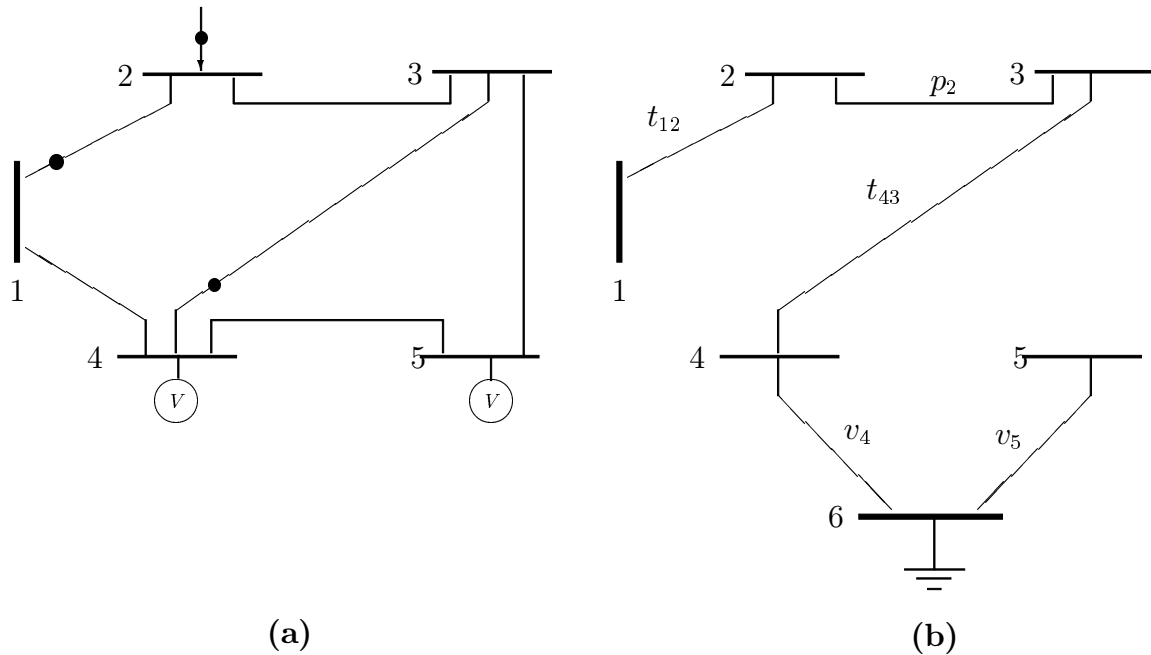


Figura 7.5: Consideração das medidas de tensão na análise da Observabilidade $Q - V$.

barra onde a tensão é medida à terra. Torna-se portanto necessário ajuntar uma barra adicional representando o nó terra à rede, de modo que, do ponto de vista da observabilidade $Q - V$, a rede passa a conter $N + 1$ barras. Conseqüentemente, uma árvore geradora observável para a análise $Q - V$ deverá conter N ramos.

Para exemplificar o efeito das medidas de tensão na análise da observabilidade $Q - V$, considere a Fig. 7.5a, que representa uma rede elétrica na qual estão representadas apenas medidas reativas (q , u e v). Verifique que apenas as injeções e fluxos existentes não garantem a observabilidade $Q - V$. Entretanto, as medidas de tensão permitem que se encontre uma árvore geradora observável que inclui o nó terra, que está mostrada na Fig. 7.5b.

Finalmente, verifica-se que o método descrito acima para a representação das medidas de tensão na análise de observabilidade é consistente com o fato largamente conhecido de que, mesmo quando as medidas de potência são feitas aos pares ativo/reactivo, há a necessidade de se ter pelo menos uma medida de tensão para se estimar os estados. De fato, só neste caso é que se pode conectar o nó terra à árvore geradora observável na análise da observabilidade $Q - V$.

7.7 Problemas Correlatos

O desenvolvimento da teoria da observabilidade topológica contribuiu de maneira significativa para a solução de outros subproblemas da estimação de estados, dentre os quais destacam-se o processamento de erros grosseiros e a estimação de estados de sistemas com planos de medição deficientes. No primeiro caso, os conceitos de medidas e pares críticos, originalmente introduzidos em conexão com algoritmos baseados na topologia da rede, são hoje reconhecidos como relevantes na identificação de medidas espúrias. No segundo, a

obtenção da máxima floresta observável, no caso de não-observabilidade da rede, permite a alocação de pseudomedidas de modo a restabelecer a observabilidade do sistema global ou, alternativamente, a estimação dos estados dos componentes observáveis.

7.7.1 Medidas e Pares Críticos

Uma medida é *crítica* se, quando suprimida do conjunto de medidas M , torna o sistema não-observável [9], [12]. *Pares Críticos*, por outro lado, são conjuntos de duas medidas tais que a remoção de uma delas de M torna a medida remanescente crítica [11], [12].

A correta identificação de medidas e pares críticos é certamente importante no estágio de projeto do plano de medição pois a sua existência indica quais os pontos onde o sistema de medição deve ser reforçado, sob pena de redução da confiabilidade. É contudo, igualmente importante o seu reflexo sobre os resíduos normalizados, e conseqüentemente sobre os métodos de identificação de erros grosseiros. Prova-se, por exemplo, que medidas críticas apresentam tanto o resíduo quanto a variância correspondentes iguais a zero. Isto torna impossível o cálculo do resíduo normalizado, o que, em decorrência, implica na não-identificabilidade das medidas críticas [9]. Quanto aos pares críticos, é igualmente possível mostrar-se que, se uma medida pertence a um ou mais desses pares, o seu resíduo normalizado será igual aos de todas as outras medidas com as quais ela forma um par crítico, o que da mesma forma dificulta o procedimento de identificação [11].

A disponibilidade de técnicas de determinação de medidas e pares críticos é essencial para os métodos de identificação de erros grosseiros múltiplos em que as medidas espúrias são obtidas de uma lista maior de medidas suspeitas. Isto porque a presença de uma medida ou par crítico nesta lista implicará na singularidade de certas matrizes de covariância cuja inversa é requerida por estes métodos [11].

Assim como no caso da Observabilidade, existem igualmente algoritmos combinatórios eficientes para *análise da criticidade* de medidas e conjuntos de medidas [12],[13],[15].

7.7.2 Estimação de Estados para Sistemas com Planos de Medição Deficientes

Se um sistema é não-observável com respeito a um dado plano de medição M , o método combinatório apresentado na Seção 7.4 fornecerá a máxima floresta observável F do sistema, em geral composto de vários componentes conexos. O objetivo desta seção é indicar como esta informação pode ser utilizada para a estimação de estados do sistema.

O caso mais simples é aquele em que há interesse em se estimar os estados do subsistema correspondente a um dado componente conexo de F , ou seja, de uma das ilhas observáveis do sistema. Para esta situação, Broussolle e Le Roy [10] sugerem um procedimento que visa essencialmente a recuperação artificial da observabilidade, pela criação de pseudomedidas da injeção nas barras de todos os demais componentes de F (daqui para a frente referidos como “sistema externo”). É entretanto necessário se descartar todas as demais medidas existentes no sistema externo. As medidas da injeção nas barras de fronteira, ou medidas irrelevantes [4], devem também ser desconsideradas. Com isto, as pseudomedidas de injeção no sistema externo serão críticas, assegurando que, independentemente dos valores adotados, os seus erros não contaminarão as estimativas para os estados da ilha observável em questão (já que os resíduos de medidas críticas são nulos).

Uma alternativa para o tratamento de sistemas não-observáveis é a estimação dos estados de cada ilha observável, após terem sido eliminadas as medidas irrelevantes. Isto exige a escolha de ângulos de tensão de referência em cada ilha observável, no caso $P - \delta$. No caso $Q - V$, procedimento similar pode em certas situações ser adotado, atribuindo-se arbitrariamente um valor de módulo de tensão em cada ilha observável que não apresente medida de tensão. Tal procedimento se aplica quando for possível ignorar a presença de capacitores e reatores em derivação para a terra. Em caso contrário, será necessário que cada ilha observável apresente pelo menos uma medida de tensão [7].

7.8 Conclusões

A partir da formulação baseada na definição do grafo de medição, a questão da observabilidade topológica finalmente reduz-se à existência ou não de uma árvore geradora deste grafo tal que não existam duas de suas arestas associadas à mesma medida. Existem algoritmos para efetuar a busca desta árvore geradora observável no grafo de medição que se caracterizam pela correção dos resultados (que pode ser matematicamente provada), pela rapidez de execução, resultante da não utilização de cálculos em ponto flutuante, e por fornecer resultados que podem, em caso de não-observabilidade, ser utilizados para a definição das ilhas observáveis e para a alocação de pseudomedidas que propiciem a recuperação artificial da observabilidade do sistema.

Problemas como a determinação de medidas e pares críticos, de grande interesse para o processamento de erros grosseiros múltiplos, podem também ser resolvidos a partir de algoritmos combinatórios que visam primariamente a determinação da observabilidade.

7.9 Exercícios

1. Analise a observabilidade topológica do sistema da Fig. 7.6, supondo a existência de uma medida de tensão na barra 1 e que todas as demais medidas são feitas aos pares ativo/reactivo. Utilize:
 - (a) O método de Clements e Wollenberg;
 - (b) O método baseado na busca de uma árvore geradora observável.
2. Analise as observabilidades $P - \delta$ e $Q - V$ para o sistema de potência da Fig. 7.7. Em caso de não-observabilidade, indique todas as possíveis pseudo-medidas que, se usadas individualmente, possibilitariam a recuperação da observabilidade.
3. Para o sistema da Fig. 7.8, que é parcialmente radial:
 - (a) Determine as medidas cujos erros são não-detectáveis, se houver;
 - (b) Determine as medidas z_i cujos erros, embora detectáveis, são não-identificáveis. Para cada z_i , determine o sub-conjunto de medidas que poderão ser identificadas como errôneas quando z_i for portadora de erro grosseiro.

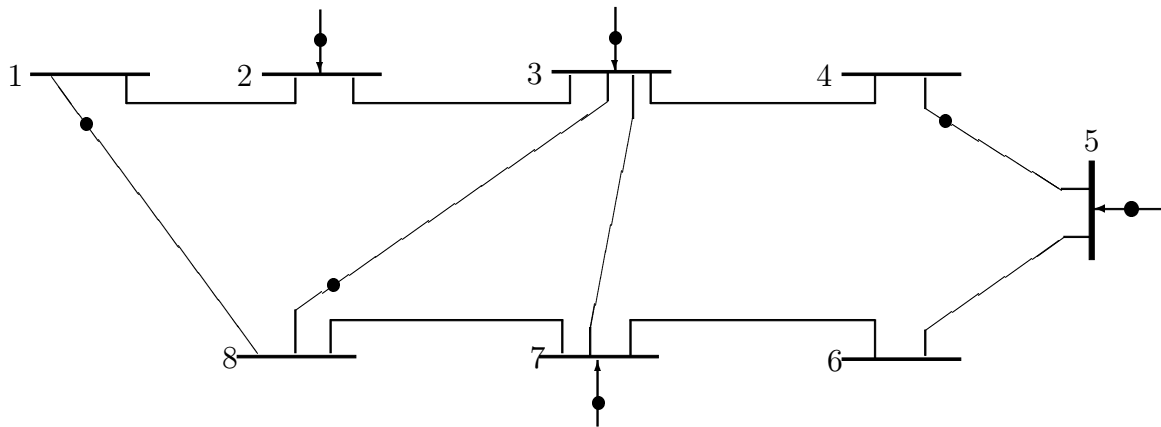


Figura 7.6: Sistema e plano de medição para Exercício 1.

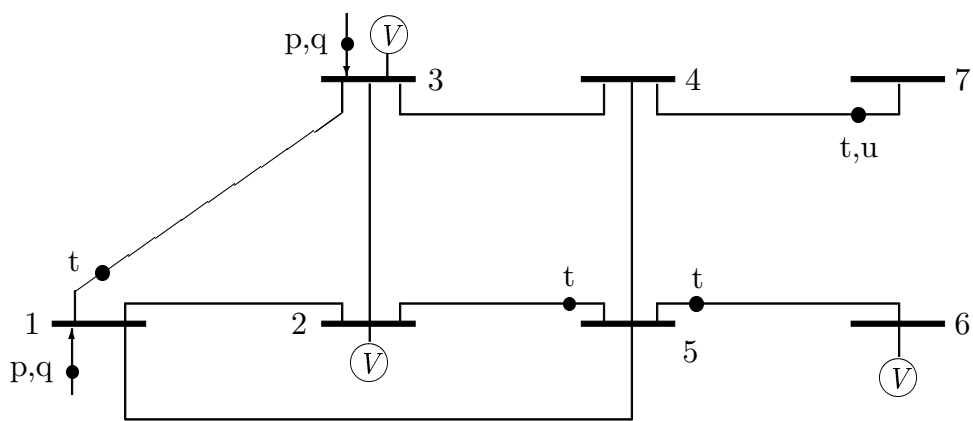


Figura 7.7: Sistema e plano de medição para Exercício 2.

4. Analise a observabilidade topológica $P - \delta$ para a rede elétrica da Fig. 7.9. Se o sistema for observável, indique uma árvore geradora observável e as medidas críticas. Se não for o caso, determine um conjunto mínimo de medidas que, se adicionadas ao plano de medição, recuperariam a observabilidade.
5. Analise as observabilidades $P - \delta$ e $Q - V$ do sistema da Fig. 7.10 e determine:
 - (a) As medidas críticas de injeção ativa;
 - (b) Idem, de injeção reativa;
 - (c) Idem, de tensão.

Referências Bibliográficas

- [1] V. H. Quintana, A. J. A. Simões Costa, and A. Mandel. Power system topological observability using a direct graph- theoretic approach. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 101(3):617–626, 1982.

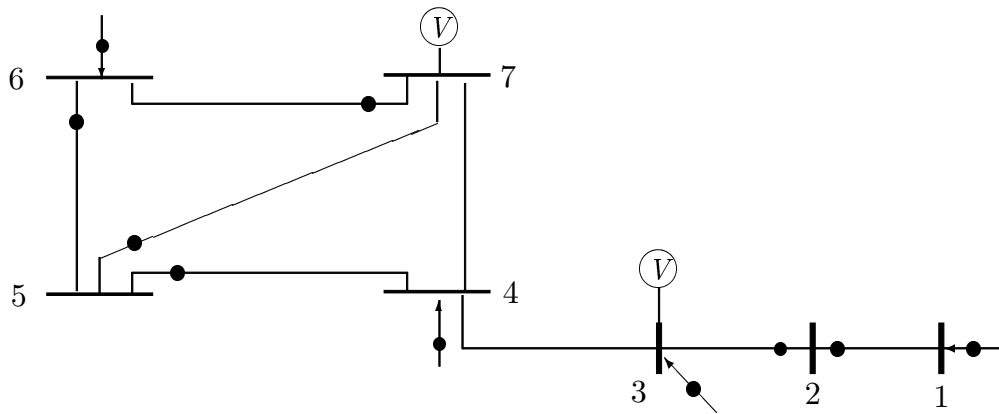


Figura 7.8: Sistema e plano de medição para Exercício 3.

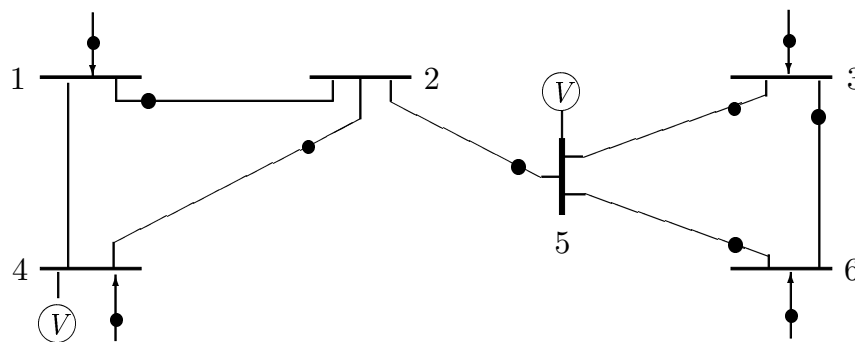


Figura 7.9: Rede elétrica e plano de medição para Exercício 4.

- [2] G. R. Krumpholz, K. A. Clements, and P. W. Davis. Power system observability: a practical algorithm using network observability. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 99:1534–1542, 1980.
- [3] F. C. Schweppe and D. B. Rom. Power system static state estimation, part 2: approximate model. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 89(1):125–130, 1970.
- [4] A. Monticelli and F. F. Wu. Network observability: identification of observable islands and measurement placement - parts 1 and 2. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 103(5):1035–1048, 1985.
- [5] G. H. Golub, V. C. Klema, and G. W. Stewart. Rank degeneracy and least squares problems. *Tech. Rep. STAN-CS-76-559 - Dept. Comp. Sciences, Stanford University*, 1976.
- [6] T. Van Cutsem and P. J. Gailly. A simple algorithm for power system observability analysis and related functions. *IFAC Symposium on Control Applications to Power System Security*, 1983.
- [7] K. A. Clements, G. R. Krumpholz, and P. W. Davis. Power system state estimation with measurement deficiency - an algorithm that determines the maximal observable

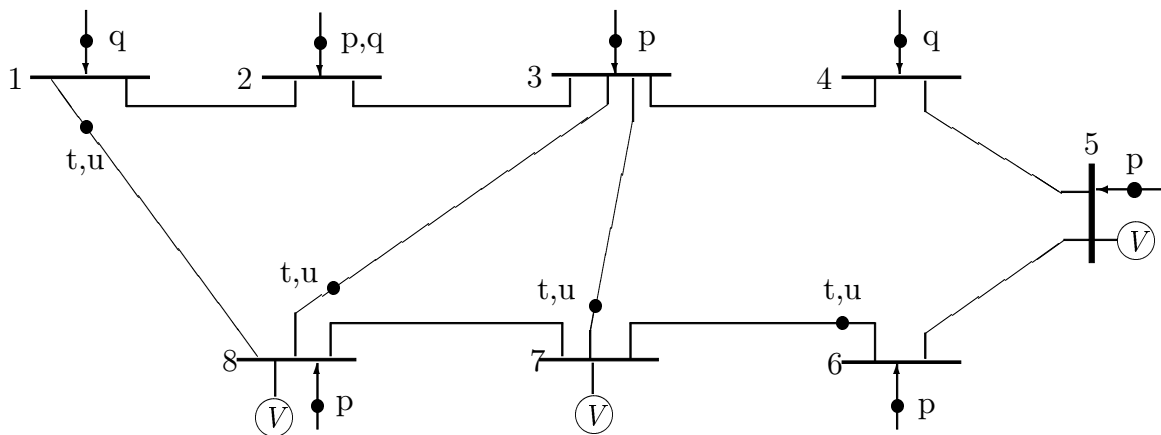


Figura 7.10: Sistema e plano de medição para Exercício 5.

subnetwork. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 101(9):3044–3052, 1982.

- [8] J. L. Szwarcfiter. *Grafos e Algoritmos Computacionais*. Editora Campus, 1984.
- [9] K. A. Clements, G. R. Krumpholz, and P. W. Davis. Power system state estimation residual analysis: an algorithm using network topology. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 100(4):1799–1787, 1981.
- [10] F. Broussole and A. Le Roy. Estimation d'état et reseaux non-observables. *E.D.F. Bulletin de La Direction Des Etudes et Recherches*, 4:5–9, 1982.
- [11] L. Mili, T. Van Cutsem, and M. Ribbens-Pavella. Hypothesis testing identification: a new method for bad data analysis in power system state estimation. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 103(11):3239–3252, 1984.
- [12] A. Simões Costa, “Determinação de Conjunto Críticos de Medidas em Planos de Medição usados na Estimação de Estados em Sistemas de Potência”. *Anais do 7º Congresso Brasileiro de Automática*, São José dos Campos, 1988, p.830-836.
- [13] A. Simões Costa, Thelma Piazza e A. Mandel, “Qualitative Methods to Solve Qualitative Problems in Power System State Estimation”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. PWRS-5, n.3, p.941-949, 1990.
- [14] Thelma S. Piazza, “Aplicações de Métodos Combinatórios à Estimação de Estados em Sistemas de Potência: Determinação de Medidas Críticas”, Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFSC, 1989.
- [15] A. Simões Costa e Thelma Piazza, “Um Método Combinatório Integrado para a Determinação de Medidas e Conjuntos Críticos”, *Anais do 8º Congresso Brasileiro de Automática*, 1990, Belém do Pará.