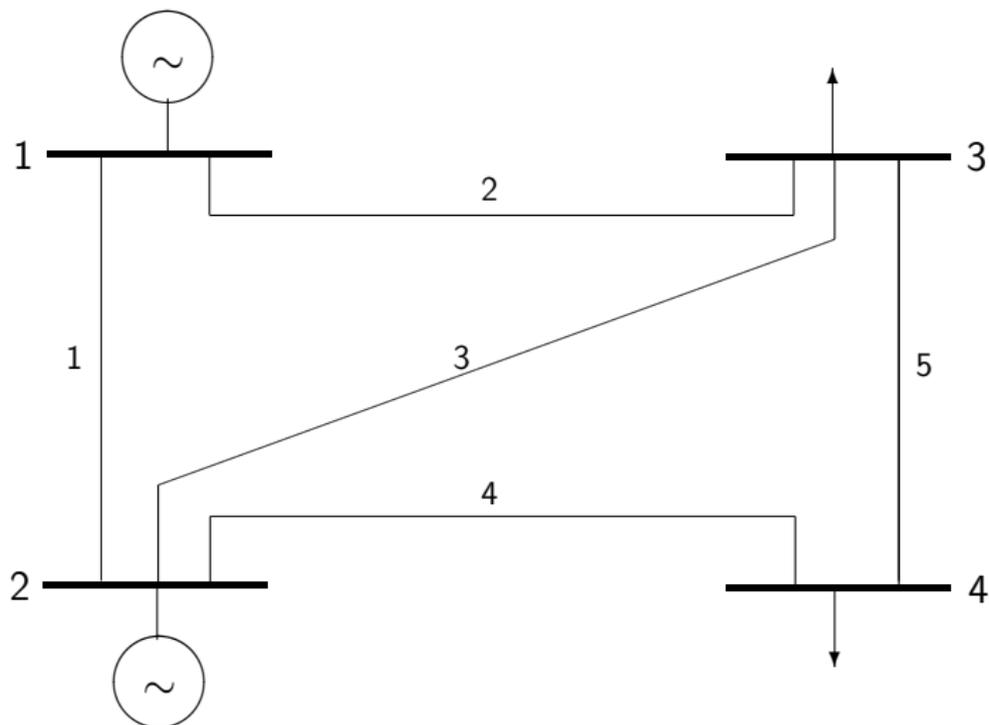


Exemplos de Formulação do Problema de Estimação de Estados - Sistema de 4 barras

Modelos não-linear e linear

Profs. A. Simões Costa e R. Salgado

Modelo de medição Não Linear - Exemplo (I)



Modelo de medição Não Linear - Exemplo (II)

Linha	De	Para	$Z_{serie}(pu)$	$Y_{serie}(pu)$
1	1	2	$j0,40$	$-j2,5$
2	1	3	$j0,20$	$-j5,0$
3	2	3	$j0,25$	$-j4,0$
4	2	4	$j0,50$	$-j2,0$
5	3	4	$j0,25$	$-j4,0$

Plano de medição:

- fluxo de potência (ativa e reativa) nas linhas 1-2 (no extremo 1) e 1-3 (no terminal 3);
- injeção de potência (ativa e reativa) nas barras 1 e 4;
- magnitude da tensão nas barras 1 e 3.

Referência angular: barra 1.

Modelo de medição Não Linear - Exemplo (III)

- Vetor das variáveis de estado:

$$\mathbf{x}^t = [\delta_2 \quad \delta_3 \quad \delta_4 \quad V_1 \quad V_2 \quad V_3 \quad V_4]$$

- Vetor das quantidades medidas:

$$\mathbf{z}^t = [t_{12} \quad u_{12} \quad t_{31} \quad u_{31} \quad p_1 \quad q_1 \quad p_4 \quad q_4 \quad V_1 \quad V_3]$$

- Matriz de covariância dos erros de estimação:

$$\mathbf{R} = \text{diag}\{ \sigma_{t_{12}}^2, \sigma_{u_{12}}^2, \sigma_{t_{31}}^2, \sigma_{u_{31}}^2, \sigma_{p_1}^2, \sigma_{q_1}^2, \sigma_{p_4}^2, \sigma_{q_4}^2, \sigma_{V_1}^2, \sigma_{V_3}^2 \}$$

- Fluxos de potência nos ramos e injeções nas barras:

$$t_{ij} = \frac{V_i V_j}{X_{ij}} \text{sen}(\delta_i - \delta_j) \quad p_i = \sum_{k \in \Phi_i} t_{ik}$$

$$u_{ij} = \frac{V_i^2}{X_{ij}} - \frac{V_i V_j}{X_{ij}} \cos(\delta_i - \delta_j) \quad q_i = \sum_{k \in \Phi_i} u_{ik}$$

Modelo de medição Não Linear - Exemplo (IV)

- Vetor das equações não lineares que relacionam as quantidades medidas aos estados:

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 2,5(V_1 V_2 \text{sen } \delta_{12}) \\ 2,5 [V_1 (V_1 - V_2 \cos \delta_{12})] \\ 5,0(V_3 V_1 \text{sen } \delta_{31}) \\ 5,0 [V_3 (V_3 - V_1 \cos \delta_{31})] \\ 2,5(V_1 V_2 \text{sen } \delta_{12}) + 5,0(V_1 V_3 \text{sen } \delta_{13}) \\ 2,5 [V_1 (V_1 - V_2 \cos \delta_{12})] + 5,0 [V_1 (V_1 - V_3 \cos \delta_{13})] \\ 2,0(V_4 V_2 \text{sen } \delta_{42}) + 4,0(V_4 V_3 \text{sen } \delta_{43}) \\ 2,0 [V_4 (V_4 - V_2 \cos \delta_{42})] + 4,0 [V_4 (V_4 - V_3 \cos \delta_{43})] \\ V_1 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

Modelo de medição Não Linear - Exemplo (V)

Modelo de medição não linear:

$$\begin{bmatrix} t_{12} \\ u_{12} \\ t_{31} \\ u_{31} \\ p_1 \\ q_1 \\ p_4 \\ q_4 \\ V_1 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,5(V_1 V_2 \text{sen } \delta_{12}) \\ 2,5[V_1(V_1 - V_2 \cos \delta_{12})] \\ 5,0(V_3 V_1 \text{sen } \delta_{31}) + \eta_{t_{31}} \\ 5,0[V_3(V_3 - V_1 \cos \delta_{31})] \\ 2,5(V_1 V_2 \text{sen } \delta_{12}) + 5,0(V_1 V_3 \text{sen } \delta_{13}) \\ 2,5[V_1(V_1 - V_2 \cos \delta_{12})] + 5,0[V_1(V_1 - V_3 \cos \delta_{13})] \\ 2,0(V_4 V_2 \text{sen } \delta_{42}) + 4,0(V_4 V_3 \text{sen } \delta_{43}) \\ 2,0[V_4(V_4 - V_2 \cos \delta_{42})] + 4,0[V_4(V_4 - V_3 \cos \delta_{43})] \\ V_1 \\ V_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_{t_{12}} \\ \eta_{u_{12}} \\ \eta_{t_{31}} \\ \eta_{u_{31}} \\ \eta_{p_1} \\ \eta_{q_1} \\ \eta_{p_4} \\ \eta_{q_4} \\ \eta_{V_1} \\ \eta_{V_3} \end{bmatrix}$$

com o vetor dos erros de medição dado por

$$\boldsymbol{\eta}^t = [\eta_{t_{12}} \quad \eta_{u_{12}} \quad \eta_{t_{31}} \quad \eta_{u_{31}} \quad \eta_{p_1} \quad \eta_{q_1} \quad \eta_{p_4} \quad \eta_{q_4} \quad \eta_{V_1} \quad \eta_{V_3}]$$

tal que

$$E(\boldsymbol{\eta}) = 0; \quad E(\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\eta}^t) = \mathbf{R}$$

Soma Ponderada dos Quadrados dos Resíduos (I)

Valores das medidas e desvios-padrão

Medidas:

- fluxos de potência (ativa e reativa) na linha 1-2: 0,70 pu e 0,15 pu;
- fluxos de potência (ativa e reativa) na linha 1-3: -0,35 pu e -0,10 pu
- injeção de potência (ativa e reativa) na barra 1: 1,40 pu e 0,85 pu;
- injeção de potência (ativa e reativa) na barra 4: -0,30 pu e -0,25 pu;
- magnitude da tensão na barra 1: 1,02 pu;
- magnitude da tensão na barra 1: 0,99 pu

Desvios-padrão:

- medidas de fluxo e injeção de potência: $\sigma = 1/30$;
- medidas de magnitude de tensão: $\sigma = 1/300$.

Soma Ponderada dos Quadrados dos Resíduos (II)

$$\begin{aligned} J(\mathbf{x}) = & 900 [0,70 - 2,5(V_1 V_2 \text{sen } \delta_{12})]^2 + 900 \{0,15 - 2,5 [V_1(V_1 - V_2 \cos \delta_{12})]\}^2 \\ & + 900 [-0,35 - 5,0(V_3 V_1 \text{sen } \delta_{31})]^2 + 900 \{-0,10 - 5,0 [V_3(V_3 - V_1 \cos \delta_{31})]\}^2 \\ & + 900 [1,40 - 2,5(V_1 V_2 \text{sen } \delta_{12}) + 5,0(V_1 V_3 \text{sen } \delta_{13})]^2 \\ & + 900 \{0,85 - 2,5 [V_1(V_1 - V_2 \cos \delta_{12})] + 5,0 [V_1(V_1 - V_2 \cos \delta_{13})]\}^2 \\ & + 900 [-0,30 - 2,0(V_4 V_2 \text{sen } \delta_{42}) + 4,0(V_4 V_3 \text{sen } \delta_{43})]^2 \\ & + 900 \{-0,25 - 2,0 [V_4(V_4 - V_2 \cos \delta_{42})] + 4,0 [V_4(V_4 - V_3 \cos \delta_{43})]\}^2 \\ & + 90000 [1,02 - V_1]^2 + 90000 [0,99 - V_3]^2 \end{aligned}$$

Modelo de medição linear - Exemplo (I)

Sistema de 4 barras mostrado anteriormente;

Plano de medição:

- fluxo de potência ativa nas linhas 1-2 (no extremo 1) e 1-3 (no terminal 3);
- injeção de potência ativa nas barras 1 e 4.

Vetor de estado:

$$\mathbf{x}^t = [\delta_2 \quad \delta_3 \quad \delta_4]$$

Vetor das quantidades medidas:

$$\mathbf{z}_P^t = [t_{12} \quad t_{31} \quad p_1 \quad p_4]$$

$$\text{Redundância} = \frac{4}{3}.$$

Matriz de covariância dos erros de estimação:

$$\mathbf{R}_P = \text{diag}\{\sigma_{t_{12}}^2, \sigma_{t_{31}}^2, \sigma_{p_1}^2, \sigma_{p_4}^2\}$$

Modelo de medição linear - Exemplo (II)

Modelo de medição linear:

$$\begin{bmatrix} t_{12} \\ t_{31} \\ p_1 \\ p_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,5 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & +5,0 & 0,0 \\ -2,5 & -5,0 & 0,0 \\ -2,0 & -4,0 & +6,0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_{t_{12}} \\ \eta_{t_{31}} \\ \eta_{p_1} \\ \eta_{p_4} \end{bmatrix}$$

Vetor dos erros de medição expresso como

$$\boldsymbol{\eta}_P^t = \begin{bmatrix} \eta_{t_{12}} & \eta_{t_{31}} & \eta_{p_1} & \eta_{p_3} \end{bmatrix}$$

tal que

$$E(\boldsymbol{\eta}_P) = 0 \quad E(\boldsymbol{\eta}_P \boldsymbol{\eta}_P^t) = \mathbf{R}_P$$

Soma Pond. Quad. Resíduos - Modelo Linear (I)

Valores das medidas e desvios-padrão

Plano de medição:

- fluxo de potência ativa na linha 1-2: 0,70 pu;
- fluxo de potência ativa na linha 1-3: -0,35 pu;
- injeção de potência ativa na barra 1: 1,40 pu;
- injeção de potência ativa na barra 4: -0,30 pu.;

Desvios-padrão:

- medidas de fluxo e injeção de potência: ($\sigma = \frac{1}{30}$);

$$J(\mathbf{x}) = [\mathbf{z}_P - \mathbf{H}_P \mathbf{x}]^t \mathbf{R}_P^{-1} [\mathbf{z}_P - \mathbf{H}_P \mathbf{x}]$$

$$\begin{aligned} J(\mathbf{x}) = & 900 [0,70 + 2,5\delta_2]^2 \\ & + 900 [-0,35 - 5,0\delta_3]^2 \\ & + 900 [1,40 + 2,5\delta_2 + 5,0\delta_3]^2 \\ & + 900 [-0,30 + 2,0\delta_2 + 4,0\delta_3 - 6,0\delta_4]^2 \end{aligned}$$