

Método \hat{b}

Base:

- ▶ variável $\hat{\beta}$ interpretada como uma estimativa do erro associado à medida;
- ▶ verificação da magnitude do erro com relação a faixa esperada de $\pm 3\sigma$;
- ▶ comparação da magnitude de $\hat{\beta}$ com um limiar $\lambda\sigma$, onde σ é o desvio-padrão da medida considerada e λ é um inteiro usualmente considerado igual a 4;

Método \hat{b}

Magnitude do erro grosseiro:

$$\hat{\beta}_k = \frac{\sigma_k^2}{\sqrt{W_{kk}}} r_{Nk}$$

k : quantidades associadas à medida errônea k .

$$\hat{b}_k = \frac{|\hat{\beta}_k|}{\sigma_k} = \frac{\sigma_k}{\sqrt{W_{kk}}} |r_{N_k}|$$

Algoritmo:

1. Estimar os estados e calcular os resíduos normalizados r_{Nk} para todas as medidas correntemente disponíveis ao estimador;
2. Seja i a medida com a maior magnitude de resíduo normalizado. Calcular \hat{b}_i ;
3. Se $\hat{b}_i \leq \lambda$, a medida k é considerada válida, concluindo-se em conseqüência que não há erro grosseiro entre as medias consideradas no passo 1. Se $\hat{b}_i > \lambda$, a medida i é considerada portadora de erro grosseiro. Neste caso, recupera-se ou elimina-se a medida i do plano de medição e retorna-se ao passo ??.

Processamento de erros grosseiros - Exemplo

Sistema de potência sem perdas nas linhas de transmissão, 4 barras:

- ▶ barra de referência: barra 1;
- ▶ desvios padrões das medidas de fluxo e de injeção de potência iguais a $\frac{1}{30}$ pu;
- ▶ medidas disponíveis:
 - ▶ fluxo de potência na linha 1-2, medida no terminal 1, igual a 0,240 pu;
 - ▶ fluxo de potência na linha 1-3, medida no terminal 1, igual a 0,456 pu;
 - ▶ fluxo de potência na linha 3-1, medida no terminal 3, igual a -0,471 pu;
 - ▶ fluxo de potência na linha 2-3, medida no terminal 2, igual a 0,141 pu;

Processamento de erros grosseiros - Exemplo

- ▶ fluxo de potência na linha 4-2, medida no terminal 4, igual a $-0,245 \text{ pu}$;
- ▶ fluxo de potência na linha 3-4, medida no terminal 3, igual a $0,250 \text{ pu}$;
- ▶ injeção de potência na barra 1 igual a $0,700 \text{ pu}$;
- ▶ injeção de potência na barra 4 igual a $-0,295 \text{ pu}$;
- ▶ as reatâncias das linhas de transmissão são: $x_{12} = 0,370 \text{ pu}$, $x_{13} = 0,518 \text{ pu}$, $x_{23} = 1,050 \text{ pu}$, $x_{24} = 0,640 \text{ pu}$ e $x_{34} = 0,133 \text{ pu}$.

Processamento de erros grosseiros - Exemplo

Modelo de medição linear:

$$\begin{bmatrix} 0,240 \\ 0,456 \\ -0,471 \\ 0,141 \\ -0,245 \\ 0,250 \\ 0,700 \\ -0,295 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,7027 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & -1,9305 & 0,0 \\ 0,0 & 1,9305 & 0,0 \\ 0,9524 & -0,9524 & 0,0 \\ -1,5625 & 0,0 & 1,5625 \\ 0,0 & 7,5188 & -7,5188 \\ -2,7027 & -1,9305 & 0,0 \\ -1,5625 & -7,5188 & 9,0813 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_{t12} \\ \eta_{t13} \\ \eta_{t31} \\ \eta_{t23} \\ \eta_{t42} \\ \eta_{t34} \\ \eta_{p1} \\ \eta_{p4} \end{bmatrix}$$

Processamento de erros grosseiros - Exemplo

Solução via Método da Equação Normal:

$$[\mathbf{H}^t \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}] \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{H}^t \mathbf{R}^{-1} \mathbf{z}$$

Matriz Jacobiana:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} -2,7027 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & -1,9305 & 0,0 \\ 0,0 & 1,9305 & 0,0 \\ 0,9524 & -0,9524 & 0,0 \\ -1,5625 & 0,0 & 1,5625 \\ 0,0 & 7,5188 & -7,5188 \\ -2,7027 & -1,9305 & 0,0 \\ -1,5625 & -7,5188 & 9,0813 \end{bmatrix}$$

Processamento de erros grosseiros - Exemplo

Matriz de co-variância dos erros de medição \mathbf{R} : matriz de ordem 8×8 com variâncias iguais.

$$\mathbf{H}^t \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} = 9.0 \times 10^3 \times \begin{bmatrix} 20,3991 & 16,0586 & 16,6309 \\ 16,0586 & 125,1523 & 124,8128 \\ -16,6309 & -124,8128 & -141,4438 \end{bmatrix}$$

$$(\mathbf{H}^t \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H})^{-1} = \frac{1}{9.0 \times 10^3} \times \begin{bmatrix} 0,0546 & -0,0050 & 0,0020 \\ -0,0050 & 0,0671 & 0,0586 \\ 0,0020 & 0,0586 & 0,0591 \end{bmatrix}$$

Vetor de estados:

$$\begin{bmatrix} \hat{\delta}_2 \\ \hat{\delta}_3 \\ \hat{\delta}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0992 \text{ rad} \\ -0,2265 \text{ rad} \\ -0,2465 \text{ rad} \end{bmatrix}$$

Processamento de erros grosseiros - Exemplo

Resultado da EESP:

Grandeza	Valor Medido	Valor Estimado	Resíduo	Resíduo Normalizado
t_{12}	0,240	0,2682	-0,0282	3,4507
t_{13}	0,456	0,437282	0,0188	2,0557
t_{31}	-0,471	-0,4372	-0,0338	3,6988
t_{23}	0,141	0,1212	0,0198	2,0023
t_{42}	-0,245	-0,2300	-0,0150	1,6584
t_{34}	0,250	0,1502	0,0998	13,4277
P_1	0,700	0,7054	-0,0054	0,8117
P_4	-0.295	-0,3802	0,0852	13,0346

Processamento de erros grosseiros - Exemplo

Soma Ponderada dos Quadrados dos Resíduos:

$$\begin{aligned} SPQR &= 900 \times [(t_{12} - \hat{t}_{12})^2 + (t_{13} - \hat{t}_{13})^2 + (t_{31} - \hat{t}_{31})^2 + (t_{23} - \hat{t}_{23})^2 \\ &\quad + (t_{42} - \hat{t}_{42})^2 + (t_{34} - \hat{t}_{34})^2 + (P_1 - \hat{P}_1)^2 + (P_4 - \hat{P}_4)^2] \\ &= 18,1408 \end{aligned}$$

Detecção:

Número de graus de liberdade: 5

Probabilidade de falso alarme especificada: 0,05

Valor obtido da distribuição do qui-quadrado: 11,1 \Rightarrow há erro grosseiro.

Identificação:

Elementos diagonais da matriz de covariância dos resíduos de medição:

$$\begin{aligned}W_{11} &= 0,6680 \times 10^{-4}, & W_{22} &= 0,8384 \times 10^{-4}, \\W_{33} &= 0,8384 \times 10^{-4}, & W_{44} &= 0,9784 \times 10^{-4}, \\W_{55} &= 0,8137 \times 10^{-4}, & W_{66} &= 0,5526 \times 10^{-4}, \\W_{77} &= 0,4486 \times 10^{-4} & \text{e } W_{88} &= 0,4274 \times 10^{-4}.\end{aligned}$$

Maior resíduo normalizado: correspondente à medida de fluxo na linha 3-4 (13,4277) (identificada como espúria).

Processamento de erros grosseiros - Exemplo

Recuperação:

Amplitude do erro grosseiro:

$$\hat{\beta} = \frac{(1/30)^2 13,4277}{\sqrt{0,5526 \times 10^{-4}}} = 0,2007 > 4\sigma = 0,133$$

Valor da medida recuperada:

$$t_{34}^{rec} = 0,25 - 0,2007 = 0,0493 \text{ pu}$$

Nova estimativa dos estados:

$$\begin{bmatrix} \hat{\delta}_2 \\ \hat{\delta}_3 \\ \hat{\delta}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0886 \text{ rad} \\ -0,2392 \text{ rad} \\ -0,2458 \text{ rad} \end{bmatrix}$$

Processamento de erros grosseiros - Exemplo

Novos valores estimados:

Medida	Valor Medido	Valor Estimado	Resíduo
t_{12}	0,240	0,2396	0,0004
t_{13}	0,456	0,4619	0,0059
t_{31}	-0,471	-0,4619	0,0091
t_{23}	0,141	0,1434	0,0024
t_{42}	-0,245	-0,2455	0,0006
t_{34}	0,0494 (*)	0,0494	0,0000
P_1	0,700	0,7015	0,0015
P_4	-0,295	-0,2949	0,0001



Tabela: Valores estimados com a medida recuperada (*)

Soma ponderada dos quadrados dos resíduos: 0,1137 ($< 11,1$) \Rightarrow ausência de medidas portadoras de erro grosseiro.