

Resíduos Normalizados na Presença de Erros Grosseiros Múltiplos

Antonio Simões Costa

Identificação de EGs múltiplos

- Considerando as hipóteses de nível suficiente de redundância e ocorrência de um único EG, o máximo resíduo normalizado em geral corresponde à medida errônea;
- No caso de EGs múltiplos, contudo, não se pode assegurar que os maiores resíduos normalizados correspondem às medidas errôneas;
- Isto ocorre devido à interação entre resíduos e erros nas medidas, que é agravada em caso de baixas redundâncias.

Interação entre Resíd. Normaliz. e erros de medição (I)

- Relação entre resíduos e erros de medição:

$$\mathbf{r} = \mathbf{S} \boldsymbol{\eta} \quad (1)$$

- Resíduos normalizados:

$$\mathbf{r}^N = \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{r} \quad (2)$$

onde

$$\mathbf{D} = \text{diag}(\mathbf{W}) = \text{diag}(\mathbf{S} \mathbf{R})$$

De (1) e (2) tem-se que:

$$\mathbf{r}^N = \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{S} \boldsymbol{\eta}$$

Interação entre Resíd. Normaliz. e erros de medição (II)

- Relação entre \mathbf{r}^N e $\boldsymbol{\eta}$:

$$\mathbf{r}^N = \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{S} \boldsymbol{\eta} \quad (3)$$

ou, para o i -ésimo resíduo:

$$r_i^N = \frac{1}{\sqrt{d_{ii}}} \sum_{j=1}^m s_{ij} \eta_j \quad (4)$$

Interação entre Resíd. Normaliz. e erros de medição (II)

- Relação entre \mathbf{r}^N e $\boldsymbol{\eta}$:

$$\mathbf{r}^N = \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{S} \boldsymbol{\eta} \quad (3)$$

ou, para o i -ésimo resíduo:

$$r_i^N = \frac{1}{\sqrt{d_{ii}}} \sum_{j=1}^m s_{ij} \eta_j \quad (4)$$

- Porém, como $\mathbf{D} = \text{diag}(\mathbf{S} \mathbf{R})$ e $\mathbf{R} = \text{diag}\{\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2\}$, têm-se:

$$d_{ii} = \sigma_i^2 s_{ii} \quad (5)$$

Interação entre Resíd. Normaliz. e erros de medição (II)

- Relação entre \mathbf{r}^N e $\boldsymbol{\eta}$:

$$\mathbf{r}^N = \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{S} \boldsymbol{\eta} \quad (3)$$

ou, para o i -ésimo resíduo:

$$r_i^N = \frac{1}{\sqrt{d_{ii}}} \sum_{j=1}^m s_{ij} \eta_j \quad (4)$$

- Porém, como $\mathbf{D} = \text{diag}(\mathbf{S} \mathbf{R})$ e $\mathbf{R} = \text{diag}\{\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2\}$, têm-se:

$$d_{ii} = \sigma_i^2 s_{ii} \quad (5)$$

- Resulta de (4) e (5) que:

$$r_i^N = \frac{\sum_{j=1}^m s_{ij} \eta_j}{\sigma_i \sqrt{s_{ii}}}$$

Interação entre Resíd. Normaliz. e erros de medição (III)

- Relação entre resíduos normalizados e erros de medição:

$$r_i^N = \frac{\sum_{j=1}^m s_{ij} \eta_j}{\sigma_i \sqrt{s_{ii}}}$$

- A equação acima claramente mostra que, no caso da ocorrência de EGs múltiplos, os resíduos normalizados são uma combinação linear dos erros;
- Além disso, os coeficientes da combinação linear dependem fortemente dos elementos da matriz \mathbf{S} , que é fortemente influenciada pelo nível de redundância das medidas ($\mathbf{I} > \mathbf{S} > \mathbf{0}$).