

Equivalentes Externos

Antonio Simões Costa e Roberto Salgado

LABSPOT

Problemas de análise de redes que requerem seqüência de soluções do FP:

- Estudos de planejamento da operação:
 - análise de contingências;
 - alocação ótima de bancos de capacitores;
- Estudos de planejamento da expansão do sistema de transmissão;

Redução da dimensão do problema \implies partes da rede elétrica podem ser representadas pelos equivalentes externos.

Equivalentes Externos -Introdução (II)

- Aplicações ligadas à supervisão e ao controle da operação em tempo real: necessidade do equivalente externo se deve à falta de informações completas e atualizadas sobre o estado corrente do sistema de transmissão;

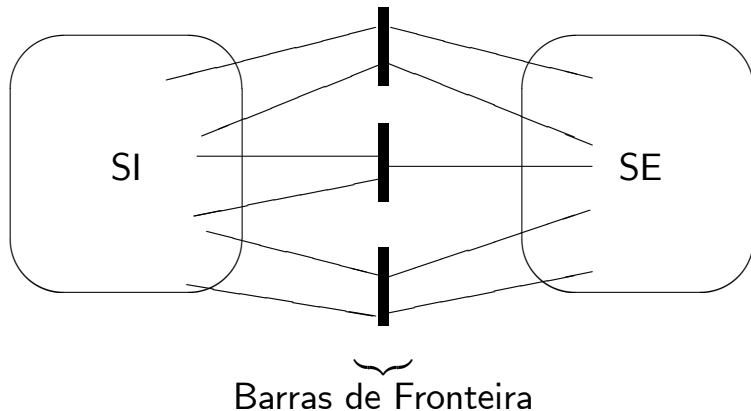
Objetivo do equivalente externo \implies simular a reação da rede externa quando ocorrem alterações na rede de interesse (contingências etc).

Representação da rede elétrica

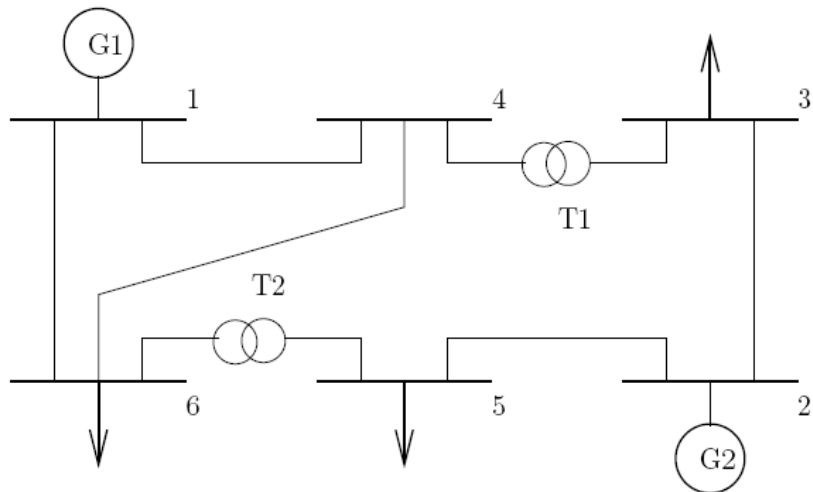
- *Representação explícita ou não reduzida para o SE;*
- *Partição do sistema interligado em:*
 - *Sistema Externo:* partes não-monitoradas do sistema interconectado cuja reação a uma contingência no SI se deseja avaliar (redes elétricas de empresas adjacentes ao SI, zonas não-monitoradas do SI);
 - *Sistema Interno:* parte monitorada da rede elétrica de uma dada empresa.

Partição do Sistema Interligado

Partição do Sistema de Potência em Sistema Interno, Sistema Externo e Fronteira



Exemplo - Sistema de 6 barras



Exemplo - Sistema de 6 barras não-reduzido

Solução do Fluxo de Potência:

Barra	Tipo	V (V)	δ <i>graus</i>	P_g MW	Q_g Mvar	P_d MW	Q_d Mvar
1	folga	1,100	0,0000	135,0	43,28	-	-
2	PV	1,046	-21,21	10,0	30,00	-	-
3	PQ	0,896	-17,28	-	-	55,0	13,0
4	PQ	0,991	-13,12	-	-	0,00	0,00
5	PQ	0,924	-21,07	-	-	30,0	18,0
6	PQ	0,960	-16,57	-	-	50,0	5,00
Total				145,0	73,28	135,00	36,00

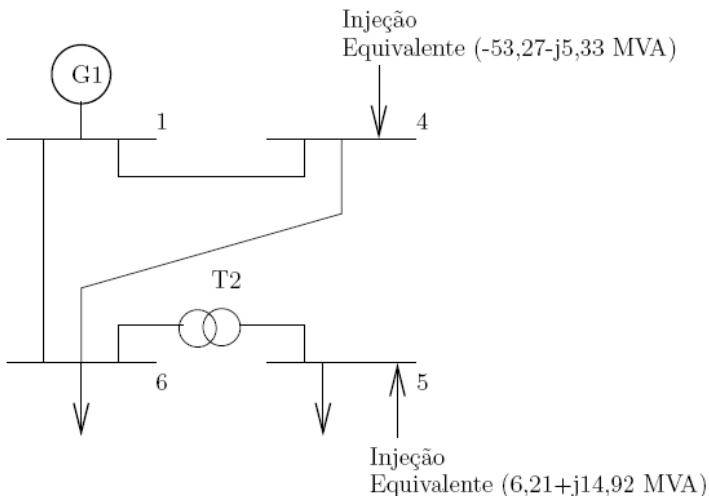
Equivalente Aproximado via Injeções na Fronteira

Representação do equivalente externo por injeções de potência constante.

- *Sistema Externo*: composto pelas barras 2 e 3;
- *solução trivial*: substituir os fluxos entre barras de fronteira e o SE por injeções equivalentes;
 - injeção de potência aparente na barra 4: $0,0 + j0,0$ MVA;;
 - injeção de potência aparente na barra 5: $-30,0 - j18,0$ MVA;
 - fluxo de potência aparente saindo da barra 4 através da linha 4-3: $53,27 + j5,33$ MVA;
 - fluxo de potência aparente saindo da barra 5 através da linha 5-2: $-6,21 - j14,92$ MVA;

Equivalente baseado em injeções na fronteira: Exemplo

Sistema de 6 barras:



Equiv. baseado em inj. na fronteira: solução fluxo de pot.

Barra	Tipo	V (V)	δ <i>graus</i>	P_g MW	Q_g Mvar	P_d MW	Q_d Mvar
1	Int.	1,100	0,0000	135,78	43,02		
2	Elim.						
3	Elim.						
4	Front.	0,991	-13,12			53,27	5,33
5	Front.	0,924	-21,06			23,79	3,08
6	Int.	0,961	-16,56			50,0	5,00
Total				135,78	43,02	127,06	13,41

Representação do equivalente externo por injeções de potência constante.

- a rede externa substituída por injeções de potência constante não reage à perturbações internas, deteriorando a precisão da condição de operação do sistema nas situações em que a reação da rede externa é significativa.

Equivalentes de Ward Linear: Equações Nodais

Representação analítica da rede elétrica:

$$\mathbf{YE} = \mathbf{J}$$

- **Y**: matriz de admitância nodal;
- **E**: o vetor de tensões nodais;
- **J**: vetor das injeções de corrente nas barras.

Partição da rede elétrica: barras ao sistema interno (SI), fronteira (F) e sistema externo (SE):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{EE} & \mathbf{Y}_{EF} & 0 \\ \mathbf{Y}_{FE} & \mathbf{Y}_{FF} & \mathbf{Y}_{FI} \\ 0 & \mathbf{Y}_{IF} & \mathbf{Y}_{II} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{E}_E \\ \mathbf{E}_F \\ \mathbf{E}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_E \\ \mathbf{J}_F \\ \mathbf{J}_I \end{bmatrix}$$

Ward Linear: Eliminação das barras do SE

Representação analítica da rede elétrica:

Da 1ª equação:

$$\mathbf{E}_E = \mathbf{Y}_{EE}^{-1}(\mathbf{J}_E - \mathbf{Y}_{EF}\mathbf{E}_F)$$

Barras de fronteira:

$$\mathbf{Y}_{FE}\mathbf{Y}_{EE}^{-1}(\mathbf{J}_E - \mathbf{Y}_{EF}\mathbf{E}_F) + \mathbf{Y}_{FF}\mathbf{E}_F + \mathbf{Y}_{FI}\mathbf{E}_I = \mathbf{J}_F$$

$$(\mathbf{Y}_{FF} - \mathbf{Y}_{FE}\mathbf{Y}_{EE}^{-1}\mathbf{Y}_{EF})\mathbf{E}_F + \mathbf{Y}_{FI}\mathbf{E}_I = \mathbf{J}_F - \mathbf{Y}_{FE}\mathbf{Y}_{EE}^{-1}\mathbf{J}_E$$

$$\mathbf{Y}_{FF}^{Eq} = (\mathbf{Y}_{FF} - \mathbf{Y}_{FE}\mathbf{Y}_{EE}^{-1}\mathbf{Y}_{EF})$$

$$\mathbf{J}_F^{Eq} = \mathbf{J}_F - \mathbf{Y}_{FE}\mathbf{Y}_{EE}^{-1}\mathbf{J}_E$$

Forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{FF}^{Eq} & \mathbf{Y}_{FI} \\ \mathbf{Y}_{IF} & \mathbf{Y}_{II} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{E}_F \\ \mathbf{E}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_F^{Eq} \\ \mathbf{J}_I \end{bmatrix}$$

- matriz $\mathbf{Y}_{FE} \mathbf{Y}_{EE}^{-1}$: distribui as injeções originais do SE sobre as barras de fronteira;
- somente as barras de fronteira são afetadas pelo equivalente; em geral, tornam-se completamente interconectadas quando o SE é substituído por seu equivalente;
- injeções de corrente nas barras de fronteira serão modificadas para refletir o efeito das injeções nas barras do SE, que deixam de ser representadas com o uso do equivalente.

Ward Linear: Exemplo para sistema de 6 barras (I)

Exemplo: Solução do fluxo de potência linearizado - sistema completo

Barra	Tipo	V (V)	δ <i>graus</i>	P_g MW	P_d MW
1	Folga	1,000	0,0000	125,00	-
2	PV	1,000	-17,82	10,00	
3	PQ	1,000	-18,48		55,00
4	PQ	1,000	-14,37		0,00
5	PQ	1,000	-21,08		30,00
6	PQ	1,000	-17,45		50,00
Total				135,00	135,00

Ward Linear: Exemplo para sistema de 6 barras (II)

Matriz Admitância das Barras:

$$\mathbf{Y}_{barra} = j \begin{bmatrix} -4,633 & & & & & \\ & -2,514 & 0,952 & & & \\ & 0,952 & -8,471 & & & \\ 2,702 & & 7,518 & -12,678 & & \\ & 1,562 & & & -4,895 & \\ 1,930 & & & & 2,457 & 3,333 \\ & & & & & & -7,720 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y}_{II} = j \begin{bmatrix} -4,633 & 1,930 \\ 1,930 & -7,720 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y}_{FF} = j \begin{bmatrix} -12,678 & +0,0 \\ 0,0 & -4,895 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y}_{EE} = j \begin{bmatrix} -2,514 & 0,952 \\ 0,952 & -8,471 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y}_{IF} = j \begin{bmatrix} 2,702 & 0,0 \\ 2,457 & 3,333 \end{bmatrix}$$

Ward Linear: Exemplo para sistema de 6 barras (III)

Redução da Rede:

$$\mathbf{Y}_{EF} = j \begin{bmatrix} 0,0 & 1,562 \\ 7,518 & 0,0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y}_{FF}^{Eq} = j \begin{bmatrix} -5,708 & 0,548 \\ 0,548 & -3,881 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_{FF}^{Eq} = j \begin{bmatrix} -0,482 + j0,028 & \\ -0,260 + j0,089 & \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S}_F^{Eq} = \mathbf{E}_F \mathbf{J}_F^{Eq}$$

$$\mathbf{S}_F^{Eq} = j \begin{bmatrix} -0,474 + j0,091 & \\ -0,275 + j0,010 & \end{bmatrix}$$

Ward Linear: Exemplo para sistema de 6 barras (IV)

Solução do fluxo de potência linearizado - sistema equivalente:

Barra	Tipo	V (V)	δ graus	P_g MW	P_d MW
1	Int.	1,000	0,0000	124,99	-
2	Elim.				
3	Elim.				
4	Front.	1,000	-14,37		47,48
5	Front.	1,000	-21,08		27,51
6	Int.	1,000	-17,45		50,0
Total				124,99	124,99

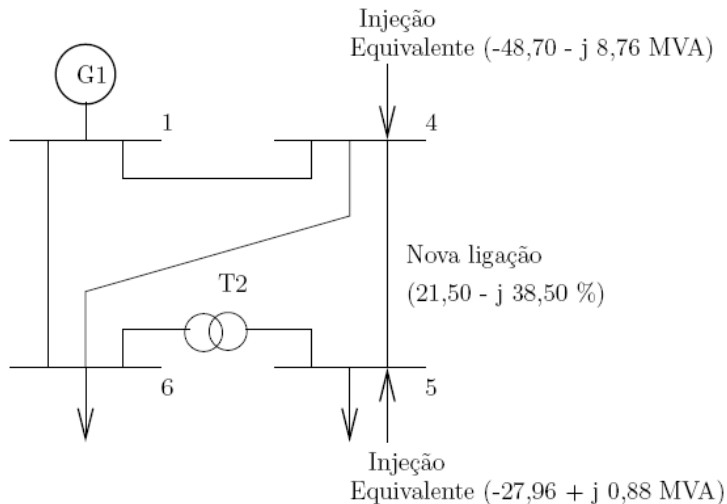
Ward Linear: Exemplo para sistema de 6 barras (V)

Solução do fluxo de potência não-linear - sistema completo:

Barra	Tipo	V (V)	δ <i>graus</i>	P_g MW	Q_g Mvar	P_d MW	Q_d Mvar
1	folga	1,100	0,0000	135,8	43,28	-	-
2	PV	1,046	-21,21	10,0	30,00	-	-
3	PQ	0,896	-17,28	-	-	55,0	13,0
4	PQ	0,991	-13,12	-	-	0,00	0,00
5	PQ	0,924	-21,07	-	-	30,0	18,0
6	PQ	0,960	-16,57	-	-	50,0	5,00
Total				145,8	73,28	135,00	36,00

Ward Linear: Exemplo para sistema de 6 barras (VI)

Equivalente de Ward via Anarede:



Ward Linear: Exemplo para sistema de 6 barras (VII)

Fluxo de Potência não-linear usando equivalente de Ward:

Barra	Tipo	V (V)	δ <i>graus</i>	P_g MW	Q_g Mvar	P_d MW	Q_d Mvar
1	Int.	1,100	0,0000	135,2	39,34		
2	Elim.						
3	Elim.						
4	Front.	0,986	-14,08			48,70	8,76
5	Front	0,963	-16,45			27,96	
6	Int.	0,985	-15,00			50,0	5,00
Total				135,2	39,34	126,66	13,76

Equivalente de Ward na Forma Não-Linear

Base: injeções nodais representadas por potências complexas ao invés de correntes.

Injeções equivalentes nas barras de fronteira:

$$P_k^{Eq} = V_k^0 \sum_{l \in \Omega_k} (G_{kl}^{Eq} \cos \delta_{kl} + B_{kl}^{Eq} \sin \delta_{kl}) V_l^0$$

$$Q_k^{Eq} = V_k^0 \sum_{l \in \Omega_k} (G_{kl}^{Eq} \sin \delta_{kl} - B_{kl}^{Eq} \cos \delta_{kl}) V_l^0$$

- $G_{kl}^{Eq} + jB_{kl}^{Eq}$: elemento (k, l) da matriz admitância reduzida;
- $\delta_{kl} = \delta_k - \delta_l$, $V_k^0 \angle \delta_k$ e $V_l^0 \angle \delta_l$: tensões nas barras k e l para o caso base (fornecidas pela EESP).

Equivalente de Ward Não-Linear: Algoritmo

- 1 Formar \mathbf{Y}_{barra} , desconsiderando todos os elementos da rede externa conectados a terra (rede externa + fronteira):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{EE} & \mathbf{Y}_{EF} \\ \mathbf{Y}_{FE} & \mathbf{Y}_{FF}^{Eq} \end{bmatrix}$$

Equivalente de Ward Não-Linear: Algoritmo

- 1 Formar \mathbf{Y}_{barra} , desconsiderando todos os elementos da rede externa conectados a terra (rede externa + fronteira):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{EE} & \mathbf{Y}_{EF} \\ \mathbf{Y}_{FE} & \mathbf{Y}_{FF}^{Eq} \end{bmatrix}$$

- 2 Reduzir o sistema externo via eliminação de Gauss \Rightarrow completa interligação das barras de fronteira;

Equivalente de Ward Não-Linear: Algoritmo

- 1 Formar \mathbf{Y}_{barra} , desconsiderando todos os elementos da rede externa conectados a terra (rede externa + fronteira):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{EE} & \mathbf{Y}_{EF} \\ \mathbf{Y}_{FE} & \mathbf{Y}_{FF}^{Eq} \end{bmatrix}$$

- 2 Reduzir o sistema externo via eliminação de Gauss \Rightarrow completa interligação das barras de fronteira;
- 3 Acoplar o equivalente à rede interna:

Equivalente de Ward Não-Linear: Algoritmo

- 1 Formar \mathbf{Y}_{barra} , desconsiderando todos os elementos da rede externa conectados a terra (rede externa + fronteira):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{EE} & \mathbf{Y}_{EF} \\ \mathbf{Y}_{FE} & \mathbf{Y}_{FF}^{Eq} \end{bmatrix}$$

- 2 Reduzir o sistema externo via eliminação de Gauss \Rightarrow completa interligação das barras de fronteira;
- 3 Acoplar o equivalente à rede interna:

- 1 Matriz de admitância:

$$\mathbf{Y}^{Eq} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{II} & \mathbf{Y}_{IF} \\ \mathbf{Y}_{FI} & \mathbf{Y}_{FF}^I + \mathbf{Y}^{red} \end{bmatrix} \quad \mathbf{Y}_{FF}^I: \text{ ligações } F - I + \text{ ligações } F - F \text{ originais}$$

Equivalente de Ward Não-Linear: Algoritmo

- 1 Formar \mathbf{Y}_{barra} , desconsiderando todos os elementos da rede externa conectados a terra (rede externa + fronteira):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{EE} & \mathbf{Y}_{EF} \\ \mathbf{Y}_{FE} & \mathbf{Y}_{FF}^{Eq} \end{bmatrix}$$

- 2 Reduzir o sistema externo via eliminação de Gauss \Rightarrow completa interligação das barras de fronteira;
- 3 Acoplar o equivalente à rede interna:

- 1 Matriz de admitância:

$$\mathbf{Y}^{Eq} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{II} & \mathbf{Y}_{IF} \\ \mathbf{Y}_{FI} & \mathbf{Y}_{FF}^I + \mathbf{Y}^{red} \end{bmatrix} \quad \mathbf{Y}_{FF}^I: \text{ ligações } F - I + \text{ ligações } F - F \text{ originais}$$

- 2 Injeções Equivalentes: $P_k^{Eq} + jQ_k^{Eq}$ calculadas a partir do estado corrente.

Equivalente de Ward Não-Linear: Avaliação Crítica

- resultados bons para potência ativa;
- resultados para as tensões não apresentam precisão aceitável (equivalente não distingue as barras do tipo PV do SE);
- retenção de Barras PV: não são eliminadas as barras PV que possam afetar a condição de operação da rede interna.

Equivalente de Ward com Retenção de Barras PV

- Barras PV selecionadas do SE são retidas no modelo nodal da rede;

Equivalente de Ward com Retenção de Barras PV

- Barras PV selecionadas do SE são retidas no modelo nodal da rede;
- Nova partição da rede elétrica: barras do sistema interno (I), fronteira (F), PV do SE a serem retidas (R) e demais barras do sistema externo a serem eliminadas (E);

Equivalente de Ward com Retenção de Barras PV

- Barras PV selecionadas do SE são retidas no modelo nodal da rede;
- Nova partição da rede elétrica: barras do sistema interno (I), fronteira (F), PV do SE a serem retidas (R) e demais barras do sistema externo a serem eliminadas (E);
- Partição correspondente da equação nodal para a rede interligada:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{EE} & \mathbf{Y}_{ER} & \mathbf{Y}_{EF} & \mathbf{0} \\ \mathbf{Y}_{RE} & \mathbf{Y}_{RR} & \mathbf{Y}_{RF} & \mathbf{0} \\ \mathbf{Y}_{FE} & \mathbf{Y}_{FR} & \mathbf{Y}_{FF} & \mathbf{Y}_{FI} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Y}_{IF} & \mathbf{Y}_{II} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{E}_E \\ \mathbf{E}_R \\ \mathbf{E}_F \\ \mathbf{E}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_E \\ \mathbf{J}_R \\ \mathbf{J}_F \\ \mathbf{J}_I \end{bmatrix}$$

- Efeitos da eliminação das barras do conjunto E :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{RR}^{Eq} & \mathbf{Y}_{RF}^{Eq} & 0 \\ \mathbf{Y}_{FR}^{Eq} & \mathbf{Y}_{FF}^{Eq} & \mathbf{Y}_{FI} \\ 0 & \mathbf{Y}_{IF} & \mathbf{Y}_{II} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{E}_R \\ \mathbf{E}_F \\ \mathbf{E}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_R^{Eq} \\ \mathbf{J}_F^{Eq} \\ \mathbf{J}_I \end{bmatrix}$$

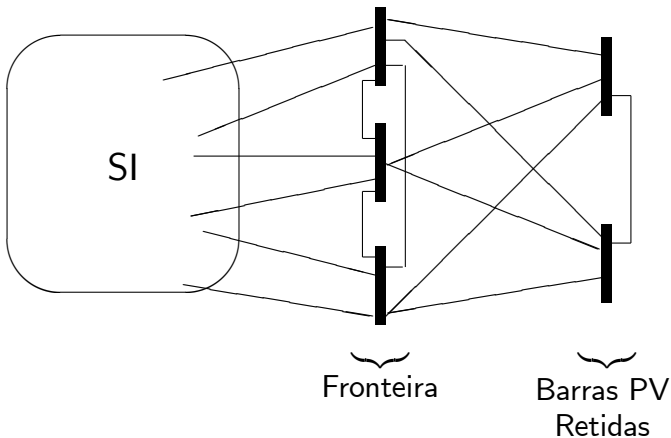
- Efeitos da eliminação das barras do conjunto E :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{RR}^{Eq} & \mathbf{Y}_{RF}^{Eq} & 0 \\ \mathbf{Y}_{FR}^{Eq} & \mathbf{Y}_{FF}^{Eq} & \mathbf{Y}_{FI} \\ 0 & \mathbf{Y}_{IF} & \mathbf{Y}_{II} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{E}_R \\ \mathbf{E}_F \\ \mathbf{E}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_R^{Eq} \\ \mathbf{J}_F^{Eq} \\ \mathbf{J}_I \end{bmatrix}$$

- Matrizes \mathbf{Y}_{RR}^{Eq} , \mathbf{Y}_{FF}^{Eq} , \mathbf{Y}_{FR}^{Eq} e \mathbf{Y}_{RF}^{Eq} são em geral densas.

Equiv. Ward com Retenção de Barras PV: Topologia

- A eliminação das barras do conjunto E gera a seguinte topologia para o sistema $F + R$:



Ward com Retenção de Barras PV: Injeções na Fronteira

- 1 Executar estudo de fluxo de potência para subsistema formado por *barras de fronteira + barras PV externas retidas*;

Ward com Retenção de Barras PV: Injeções na Fronteira

- 1 Executar estudo de fluxo de potência para subsistema formado por *barras de fronteira + barras PV externas retidas*;
 - Barras de fronteira consideradas como barras de folga (V e δ especificados - estado corrente);

Ward com Retenção de Barras PV: Injeções na Fronteira

- 1 Executar estudo de fluxo de potência para subsistema formado por *barras de fronteira + barras PV externas retidas*;
 - Barras de fronteira consideradas como barras de folga (V e δ especificados - estado corrente);
 - Barras PV retidas mantém identidade (P e V estimados, ou $P = 0$, $V = 1,0 pu$);

Ward com Retenção de Barras PV: Injeções na Fronteira

- 1 Executar estudo de fluxo de potência para subsistema formado por *barras de fronteira + barras PV externas retidas*;
 - Barras de fronteira consideradas como barras de folga (V e δ especificados - estado corrente);
 - Barras PV retidas mantém identidade (P e V *estimados*, ou $P = 0$, $V = 1,0 pu$);
- 2 Injeções nas barras de fronteira, P_k^{Eq} e Q_k^{Eq} : obtidas do estudo de fluxo de potência como as injeções calculadas nas barras de folga.

Ward com Retenção de Barras PV: Injeções na Fronteira

- 1 Executar estudo de fluxo de potência para subsistema formado por *barras de fronteira + barras PV externas retidas*;
 - Barras de fronteira consideradas como barras de folga (V e δ especificados - estado corrente);
 - Barras PV retidas mantém identidade (P e V *estimados*, ou $P = 0$, $V = 1,0 pu$);
 - 2 Injeções nas barras de fronteira, P_k^{Eq} e Q_k^{Eq} : obtidas do estudo de fluxo de potência como as injeções calculadas nas barras de folga.
- **Dificuldades:**

Ward com Retenção de Barras PV: Injeções na Fronteira

- 1 Executar estudo de fluxo de potência para subsistema formado por *barras de fronteira + barras PV externas retidas*;
 - Barras de fronteira consideradas como barras de folga (V e δ especificados - estado corrente);
 - Barras PV retidas mantém identidade (P e V *estimados*, ou $P = 0$, $V = 1,0 pu$);
 - 2 Injeções nas barras de fronteira, P_k^{Eq} e Q_k^{Eq} : obtidas do estudo de fluxo de potência como as injeções calculadas nas barras de folga.
- **Dificuldades:**
- Número e seleção das de barras PV retidas;

Ward com Retenção de Barras PV: Injeções na Fronteira

- 1 Executar estudo de fluxo de potência para subsistema formado por *barras de fronteira + barras PV externas retidas*;
 - Barras de fronteira consideradas como barras de folga (V e δ especificados - estado corrente);
 - Barras PV retidas mantém identidade (P e V estimados, ou $P = 0$, $V = 1,0 pu$);
 - 2 Injeções nas barras de fronteira, P_k^{Eq} e Q_k^{Eq} : obtidas do estudo de fluxo de potência como as injeções calculadas nas barras de folga.
- **Dificuldades:**
- Número e seleção das de barras PV retidas;
 - Rede formada pelas barras de fronteira e barras PV retidas é inteiramente malhada \implies matriz de admitância equivalente é densa.

Características:

- Não preserva barras PV do SE;
- Calibração das injeções de potência reativa nas barras da fronteira para representar o efeito das barras PV do SE eliminadas na redução;
- Há duas possíveis versões do Equivalente de Ward Estendido.

Composição do modelo:

- circuitos equivalentes série (versão *a*) ou *shunt* (versão *b*);
- injeções de potência equivalentes na fronteira, determinadas como no Equivalente Ward não-linear;
- *Injeções calibradoras* de potência na fronteira, obtidas do circuito equivalente.
- fatores de participação da geração.

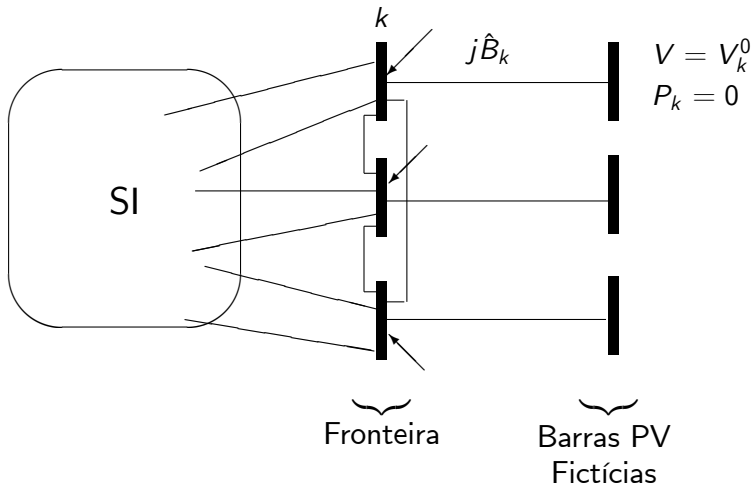
Características:

- Linhas fictícias *radiais* com relação às barras de fronteira conectam estas barras às barras PV fictícias ;

Características:

- Linhas fictícias *radiais* com relação às barras de fronteira conectam estas barras às barras PV fictícias ;
- Para uma barra PV fictícia k' conectada à barra de fronteira k , $P_{k'} = 0$ e a magnitude da tensão $V_{k'}$ é igual à tensão do caso base na barra de fronteira $k \implies$ fluxo de potência nulo nas linhas fictícias.

Ward Estendido - Versão (a): topologia



- Quando $V_k \neq V_k^0$ (em consequência de contingência no SI, por exemplo), barras PV fictícias injetam ou retiram potência reativa no SI, representando aproximadamente o efeito das barras PV do SE;

- Quando $V_k \neq V_k^0$ (em consequência de contingência no SI, por exemplo), barras PV fictícias injetam ou retiram potência reativa no SI, representando aproximadamente o efeito das barras PV do SE;
- Se $\Delta V_k = V_k^0 - V_k$, a potência reativa injetada é dada por:

$$\Delta Q_k = V_k \times \hat{B}_k \times \Delta V_k$$

- Quando $V_k \neq V_k^0$ (em consequência de contingência no SI, por exemplo), barras PV fictícias injetam ou retiram potência reativa no SI, representando aproximadamente o efeito das barras PV do SE;
- Se $\Delta V_k = V_k^0 - V_k$, a potência reativa injetada é dada por:

$$\Delta Q_k = V_k \times \hat{B}_k \times \Delta V_k$$

- Na prática, barras PV fictícias não necessitam ser introduzidas explicitamente na rede:

- Quando $V_k \neq V_k^0$ (em consequência de contingência no SI, por exemplo), barras PV fictícias injetam ou retiram potência reativa no SI, representando aproximadamente o efeito das barras PV do SE;
- Se $\Delta V_k = V_k^0 - V_k$, a potência reativa injetada é dada por:

$$\Delta Q_k = V_k \times \hat{B}_k \times \Delta V_k$$

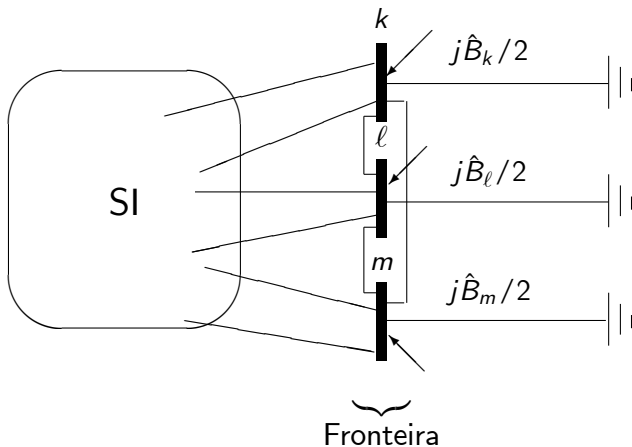
- Na prática, barras PV fictícias não necessitam ser introduzidas explicitamente na rede:
 - a cada iteração do FPDR, ΔQ_k é usado para re-especificar as injeções na fronteira, e

- Quando $V_k \neq V_k^0$ (em consequência de contingência no SI, por exemplo), barras PV fictícias injetam ou retiram potência reativa no SI, representando aproximadamente o efeito das barras PV do SE;
- Se $\Delta V_k = V_k^0 - V_k$, a potência reativa injetada é dada por:

$$\Delta Q_k = V_k \times \hat{B}_k \times \Delta V_k$$

- Na prática, barras PV fictícias não necessitam ser introduzidas explicitamente na rede:
 - a cada iteração do FPDR, ΔQ_k é usado para re-especificar as injeções na fronteira, e
 - os \hat{B}_k são adicionados a $(B'')_{ii}$.

Ward Estendido - Versão (b): topologia



Ward Estendido - Versão (b): calibração

- Mesmo princípio do equivalente de Ward estendido da versão (a), porém injeção calibradora deve considerar que o circuito equivalente está agora em derivação;

Ward Estendido - Versão (b): calibração

- Mesmo princípio do equivalente de Ward estendido da versão (a), porém injeção calibradora deve considerar que o circuito equivalente está agora em derivação;
- Variação da injeção calibradora na barra de fronteira k por efeito da variação de tensão ΔV_k :

$$\Delta Q_k = \frac{\partial Q_k^{sh}}{\partial V_k} \times \Delta V_k$$

$$\Delta Q_k = \left[\frac{\partial}{\partial V_k} \left(V_k^2 \frac{\hat{B}_k}{2} \right) \right] \times \Delta V_k$$

$$\Delta Q_k = V_k \times \hat{B}_k \times \Delta V_k$$

Ward Estendido - Versão (b): calibração

- Mesmo princípio do equivalente de Ward estendido da versão (a), porém injeção calibradora deve considerar que o circuito equivalente está agora em derivação;
- Variação da injeção calibradora na barra de fronteira k por efeito da variação de tensão ΔV_k :

$$\Delta Q_k = \frac{\partial Q_k^{sh}}{\partial V_k} \times \Delta V_k$$

$$\Delta Q_k = \left[\frac{\partial}{\partial V_k} \left(V_k^2 \frac{\hat{B}_k}{2} \right) \right] \times \Delta V_k$$

$$\Delta Q_k = V_k \times \hat{B}_k \times \Delta V_k$$

- Portanto, o valor da injeção calibradora de potência reativa é o mesmo da versão (a).

Ward Estendido: susceptância do ramo fictício (I)

Reação reativa do SE incluindo barras PV:

$$\left[\frac{\Delta Q^{red}}{V} \right] = \mathbf{B}_{red}'' \Delta V$$

- ΔQ^{red} : vetor das alterações nas injeções de potência reativa na fronteira provenientes do SE;
- ΔV : vetor dos desvios nas magnitudes de tensão das barras de fronteira;
- \mathbf{B}_{red}'' é a matriz \mathbf{B}'' do SE reduzido, do SE até à fronteira.

Ward Estendido: susceptância do ramo fictício (II)

ΔQ^{red} tem duas componentes:

- Devido às susceptâncias equivalentes entre as barras da fronteira, que são conhecidas;

Ward Estendido: susceptância do ramo fictício (II)

ΔQ^{red} tem duas componentes:

- Devido às susceptâncias equivalentes entre as barras da fronteira, que são conhecidas;
- Devido à parcela \widehat{B}_k (desconhecida), cujos efeitos se manifestam apenas nos elementos da diagonal principal de \mathbf{B}''_{red} .

Ward Estendido: susceptância do ramo fictício (II)

ΔQ^{red} tem duas componentes:

- Devido às susceptâncias equivalentes entre as barras da fronteira, que são conhecidas;
- Devido à parcela \hat{B}_k (desconhecida), cujos efeitos se manifestam apenas nos elementos da diagonal principal de \mathbf{B}''_{red} .
- Conclusão: \hat{B}_k pode ser determinado a partir da lei de formação das matrizes de admitância de barras como:

$$\hat{B}_k = \sum_l \left(\mathbf{B}''_{red} \right)_{kl}$$

Equivalente de Ward Estendido: algoritmo

- 1 Obter equivalente de Ward para SE (desprezar *shunts* do SE na redução);

Equivalente de Ward Estendido: algoritmo

- 1 Obter equivalente de Ward para SE (desprezar *shunts* do SE na redução);
- 2 Reiniciando do sistema original, aterre todas as barras PV do SE (para que não apareçam em \mathbf{B}'') e:

Equivalente de Ward Estendido: algoritmo

- 1 Obter equivalente de Ward para SE (desprezar *shunts* do SE na redução);
- 2 Reiniciando do sistema original, aterre todas as barras PV do SE (para que não apareçam em \mathbf{B}'') e:
 - 1 aplique eliminação de Gauss em \mathbf{Y}_{barra} para eliminar barras do SE, obtendo assim \mathbf{B}''_{red} e

Equivalente de Ward Estendido: algoritmo

- 1 Obter equivalente de Ward para SE (desprezar *shunts* do SE na redução);
- 2 Reiniciando do sistema original, aterre todas as barras PV do SE (para que não apareçam em \mathbf{B}'') e:
 - 1 aplique eliminação de Gauss em \mathbf{Y}_{barra} para eliminar barras do SE, obtendo assim \mathbf{B}''_{red} e
 - 2 calcule \hat{B}_k usando o procedimento descrito acima;

Equivalente de Ward Estendido: algoritmo

- 1 Obter equivalente de Ward para SE (desprezar *shunts* do SE na redução);
- 2 Reiniciando do sistema original, aterre todas as barras PV do SE (para que não apareçam em \mathbf{B}'') e:
 - 1 aplique eliminação de Gauss em \mathbf{Y}_{barra} para eliminar barras do SE, obtendo assim \mathbf{B}''_{red} e
 - 2 calcule \hat{B}_k usando o procedimento descrito acima;
- 3 Aumente o equivalente Ward criando um ramo série (versão (a)) ou *shunt* (versão (b)), conforme descrito;

Equivalente de Ward Estendido: algoritmo

- 1 Obter equivalente de Ward para SE (desprezar *shunts* do SE na redução);
- 2 Reiniciando do sistema original, aterre todas as barras PV do SE (para que não apareçam em \mathbf{B}'') e:
 - 1 aplique eliminação de Gauss em \mathbf{Y}_{barra} para eliminar barras do SE, obtendo assim \mathbf{B}''_{red} e
 - 2 calcule \hat{B}_k usando o procedimento descrito acima;
- 3 Aumente o equivalente Ward criando um ramo série (versão (a)) ou *shunt* (versão (b)), conforme descrito;
- 4 A partir dos resultados da EE para o SI + F, calcule as injeções equivalentes na fronteira.

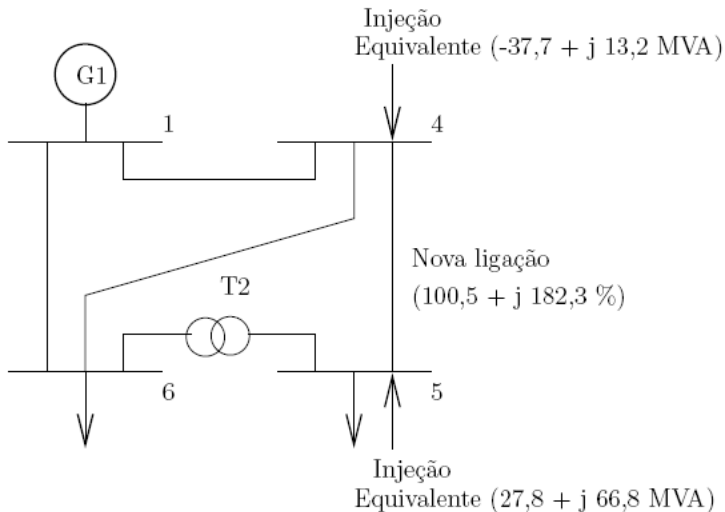
Equivalentes Externos

Exemplo: FP - sistema completo via Anarede:

Barra	Tipo	V (V)	δ <i>graus</i>	P_g MW	Q_g Mvar	P_d MW	Q_d Mvar
1	folga	1,050	0,0000	95,0	43,0	-	-
2	PV	1,100	-3,3	50,0	18,4	-	-
3	PQ	1,001	-12,8	-	-	55,0	13,0
4	PQ	0,930	-9,8	-	-	0,00	0,00
5	PQ	0,919	-12,3	-	-	30,0	18,0
6	PQ	0,920	-12,2	-	-	50,0	5,00
Total				145,0	61,4	135,00	36,00

Equivalentes Externos

Exemplo: equivalente de Ward via Anarede sem retenção de barras PV:



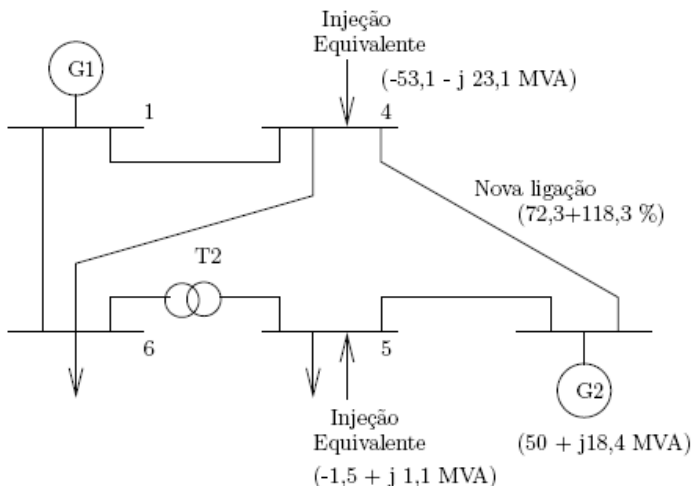
Equivalentes Externos

Exemplo: equivalente externo de Ward via Anarede sem retenção de barras PV:

Barra	Tipo	V (V)	δ <i>gr</i>	P_g MW	Q_g Mvar	P_d MW	Q_d Mvar	shunt Mvar
1	I	1,050	0,00	94,6	33,1	-	-	
2	El.							
3	El.							
4	F	0,950	-9,8		13,2	39,5	18,0	-28,5
5	F	0,956	-12,3	27,8	66,8	30,0	18,0	-50,6
6	I	0,942	-12,2	-	-	50,0	5,00	
Tot				117,7	23,0	119,5	41,00	-79,1

Equivalentes Externos

Exemplo: Equivalente externo de Ward via Anarede com retenção de barras PV:



Equivalentes Externos

Exemplo: equivalente externo de Ward via Anarede com retenção de barras PV:

Barra	Tipo	V (V)	δ <i>gr</i>	P_g MW	Q_g Mvar	P_d MW	Q_d Mvar	shunt Mvar
1	I	1,050	0,00	94,9	43,1	-	-	
2	Ret.	1,100	-2,50	50,0	25,1			
3	El.							
4	F	0,930	-9,80			53,1	23,1	0,70
5	F	0,920	-12,30	1,1		31,5	16,9	0,93
6	I	0,920	-12,20	-	-	50,0	5,00	
Tot				144,9	67,2	134,6	45,0	1,62

- Permite a agregação de barras de uma dada rede elétrica em uma barra equivalente;

- Permite a agregação de barras de uma dada rede elétrica em uma barra equivalente;
- Seleção das barras a serem agregadas pode obedecer a qualquer critério:

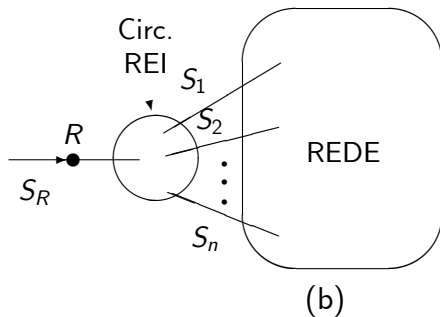
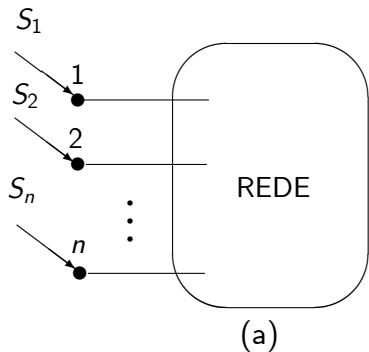
- Permite a agregação de barras de uma dada rede elétrica em uma barra equivalente;
- Seleção das barras a serem agregadas pode obedecer a qualquer critério:
 - Critério de barras PV de um dado SE a serem representadas por barra equivalente;

- Permite a agregação de barras de uma dada rede elétrica em uma barra equivalente;
- Seleção das barras a serem agregadas pode obedecer a qualquer critério:
 - Critério de barras PV de um dado SE a serem representadas por barra equivalente;
 - Critério geográfico de agregação, etc;

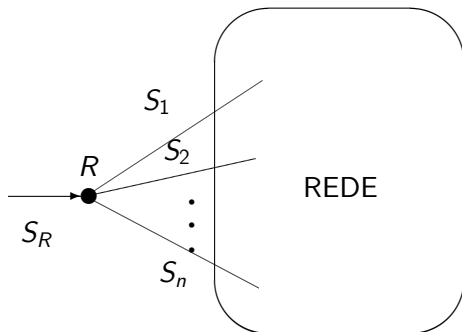
- Permite a agregação de barras de uma dada rede elétrica em uma barra equivalente;
- Seleção das barras a serem agregadas pode obedecer a qualquer critério:
 - Critério de barras PV de um dado SE a serem representadas por barra equivalente;
 - Critério geográfico de agregação, etc;
- Injeção equivalente guarda relação bem definida com as injeções das barras eliminadas.

Equivalente REI - Agregação de nós

- (a) Rede original, explicitando nós a serem eliminados;
- (b) Agregação de nós utilizando circuito passivo.



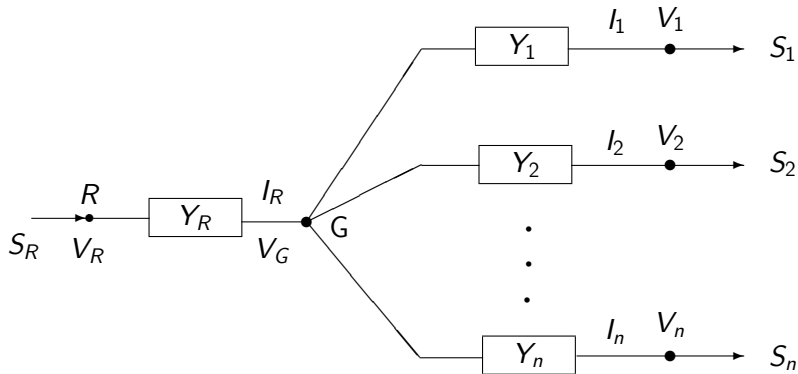
Equivalente REI - Eliminação dos nós passivos



- Relação entre injeção do macro-nó e injeções reais:

$$S_R = \sum_i S_i$$

Equiv. REI - Circuito Radial, Equivalente e Independente



Cálculo das Admitâncias da Rede REI

- Tensão V_G geralmente considerada nula;

Cálculo das Admitâncias da Rede REI

- Tensão V_G geralmente considerada nula;
- Tensão no macro-nó R :

$$V_R = \frac{S_R}{I_R^*} = \frac{S_R}{\sum_i (S_i / V_i)}$$

Cálculo das Admitâncias da Rede REI

- Tensão V_G geralmente considerada nula;
- Tensão no macro-nó R :

$$V_R = \frac{S_R}{I_R^*} = \frac{S_R}{\sum_i (S_i / V_i)}$$

- Admitâncias dos ramos:

$$Y_i = -\frac{I_i}{V_i} = -\frac{S_i^*}{|V_i|^2}, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$Y_R = \frac{I_R}{V_R} = \frac{S_R}{|V_R|^2}$$

- Características:

- Características:
 - Apresenta *perdas nulas*, em razão dos sinais opostos de Y_R e Y_i ;

- Características:

- Apresenta *perdas nulas*, em razão dos sinais opostos de Y_R e Y_i ;
- Admitâncias Y_R e Y_i são calculadas para uma condição de operação específica.

- Características:
 - Apresenta *perdas nulas*, em razão dos sinais opostos de Y_R e Y_i ;
 - Admitâncias Y_R e Y_i são calculadas para uma condição de operação específica.
- Vantagens:

- Características:
 - Apresenta *perdas nulas*, em razão dos sinais opostos de Y_R e Y_i ;
 - Admitâncias Y_R e Y_i são calculadas para uma condição de operação específica.
- Vantagens:
 - Possibilidade de agregação de nós segundo diversos critérios (inclusive barras PV do SE);

- Características:

- Apresenta *perdas nulas*, em razão dos sinais opostos de Y_R e Y_i ;
- Admitâncias Y_R e Y_i são calculadas para uma condição de operação específica.

- Vantagens:

- Possibilidade de agregação de nós segundo diversos critérios (inclusive barras PV do SE);
- Relação bem definida entre a injeção do macro-nó, S_R , e as injeções S_i reais.

- Características:
 - Apresenta *perdas nulas*, em razão dos sinais opostos de Y_R e Y_i ;
 - Admitâncias Y_R e Y_i são calculadas para uma condição de operação específica.
- Vantagens:
 - Possibilidade de agregação de nós segundo diversos critérios (inclusive barras PV do SE);
 - Relação bem definida entre a injeção do macro-nó, S_R , e as injeções S_i reais.
- Dificuldades:

- Características:

- Apresenta *perdas nulas*, em razão dos sinais opostos de Y_R e Y_i ;
- Admitâncias Y_R e Y_i são calculadas para uma condição de operação específica.

- Vantagens:

- Possibilidade de agregação de nós segundo diversos critérios (inclusive barras PV do SE);
- Relação bem definida entre a injeção do macro-nó, S_R , e as injeções S_i reais.

- Dificuldades:

- Criação de ramos fictícios com admitâncias atípicas \Rightarrow possibilidade de problemas numéricos;

- Características:

- Apresenta *perdas nulas*, em razão dos sinais opostos de Y_R e Y_i ;
- Admitâncias Y_R e Y_i são calculadas para uma condição de operação específica.

- Vantagens:

- Possibilidade de agregação de nós segundo diversos critérios (inclusive barras PV do SE);
- Relação bem definida entre a injeção do macro-nó, S_R , e as injeções S_i reais.

- Dificuldades:

- Criação de ramos fictícios com admitâncias atípicas \Rightarrow possibilidade de problemas numéricos;
- Rede densa após eliminação de nós passivos \Rightarrow destruição da esparsidade.