Curso de Especialização em Engenharia Elétrica

A. Simões Costa R. S. Salgado

29 de março de 2007

Estimação Generalizada - Exemplo

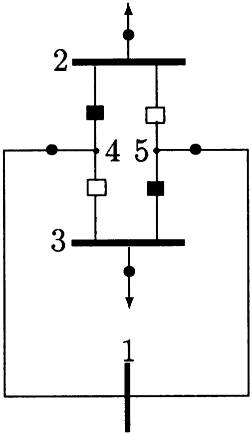

Figura: Sistema com ramos chaveáveis.

Estimação Generalizada - Exemplo

- Estados do sistema: δ_1, δ_2, δ_3, δ_4, δ_5, t_{24}, t_{34}, t_{25} e t_{35};
- Quantidades medidas: t_{41}, t_{51}, P_2 e P_3;
- Restrições estruturais:

$$\begin{aligned} \delta_1 &= 0 \\ P_4 &= 0 \\ P_5 &= 0 \end{aligned}$$

- Restrições operacionais:

$$\begin{aligned} \delta_2 - \delta_4 &= 0 \\ \delta_3 - \delta_5 &= 0 \\ t_{25} &= 0 \\ t_{34} &= 0 \end{aligned}$$

Estimação Generalizada - Exemplo

Problema de otimização

$$
\begin{array}{lll}
\text{Minimizar} & \frac{1}{2}\,\mathbf{r}_m^t\,\mathbf{R}_m^{-1}\,\mathbf{r}_m & \\
\text{sujeito a} & \mathbf{z}_m - \mathbf{H}_m\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{r}_m & \text{(plano de medição)} \\
 & -\mathbf{H}_s\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{0} & \text{(restrições estruturais)} \\
 & -\mathbf{H}_o\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{0} & \text{(restrições operacionais)}
\end{array}
$$

$\mathbf{r}$: vetor de resíduos de estimação;

$\mathbf{H}_m$: matriz de observação correspondente às medidas;

$\mathbf{H}_s$ e $\mathbf{H}_o$: matrizes de coeficientes das restrições estruturais e operacionais.

Matrizes do Problema de Otimização

$$\mathbf{H}_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4,0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,5 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4,0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Estimação Generalizada - Exemplo

$$\mathbf{R}_m = \begin{bmatrix} 0,0008 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0016 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0008 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0016 \end{bmatrix}$$

Estimação Generalizada - Exemplo

Solução do problema de mínimos quadrados com restrições de igualdade:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ t_{24} \\ t_{34} \\ t_{25} \\ t_{35} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0 \\ -0,1582 \\ -0,2002 \\ -0,1582 \\ -0,2002 \\ -0,3954 \\ 0,0 \\ 0,0 \\ -0,8010 \end{bmatrix}$$

Estimação Generalizada - Exemplo

Multiplicadores de Lagrange convencional e normalizado:

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{m_1} \\ \lambda_{m_2} \\ \lambda_{m_3} \\ \lambda_{m_4} \\ \lambda_{s_1} \\ \lambda_{s_2} \\ \lambda_{s_3} \\ \lambda_{o_1} \\ \lambda_{o_2} \\ \lambda_{o_3} \\ \lambda_{o_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5,1250 \\ 16,625 \\ 5,1250 \\ -16,625 \\ 0,0 \\ 5,125 \\ -16,625 \\ 0,0 \\ 0,0 \\ 21,750 \\ -21,750 \end{bmatrix} \qquad \lambda^N = \begin{bmatrix} \lambda^N_{m_1} \\ \lambda^N_{m_2} \\ \lambda^N_{m_3} \\ \lambda^N_{m_4} \\ \lambda^N_{s_1} \\ \lambda^N_{s_2} \\ \lambda^N_{s_3} \\ \lambda^N_{o_1} \\ \lambda^N_{o_2} \\ \lambda^N_{o_3} \\ \lambda^N_{o_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,2050 \\ 0,9405 \\ 0,2050 \\ -0,9405 \\ - \\ 0,2050 \\ -0,9405 \\ - \\ - \\ 0,7104 \\ -0,7104 \end{bmatrix}$$

Estimação Generalizada - Exemplo

Valor estimado das quantidades medidas:

$$\mathbf{H}_m\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4,0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0,0 \\ -0,1582 \\ -0,2002 \\ -0,1582 \\ -0,2002 \\ -0,3954 \\ 0,0 \\ 0,0 \\ -0,8010 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -0,3955 \\ -0,8008 \\ -0,3954 \\ -0,8010 \end{bmatrix}$$

Estimação Generalizada - Exemplo

Processamento de erro de topologia
Suposição:
ramos chaveáveis $2-5$ e $3-4$ considerados *fechados*
ramos $2-4$ e $3-5$ supostos *abertos*
Restrições operacionais:

$$\begin{aligned} \delta_3 - \delta_4 &= 0 \\ \delta_2 - \delta_5 &= 0 \\ t_{24} &= 0 \\ t_{35} &= 0 \end{aligned}$$

Matriz de coeficientes das restrições operacionais:

$$\mathbf{H}_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Estimação Generalizada - Exemplo

Solução do problema de otimização:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ t_{24} \\ t_{34} \\ t_{25} \\ t_{35} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0 \\ -0,1297 \\ -0,2169 \\ -0,2169 \\ -0,1297 \\ 0,0 \\ -0,5422 \\ -0,5190 \\ 0,8010 \end{bmatrix}$$

Estimação Generalizada - Exemplo

Multiplicadores de Lagrange convencional e normalizado:

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{m_1} \\ \lambda_{m_2} \\ \lambda_{m_3} \\ \lambda_{m_4} \\ \lambda_{s_1} \\ \lambda_{s_2} \\ \lambda_{s_3} \\ \lambda_{o_1} \\ \lambda_{o_2} \\ \lambda_{o_3} \\ \lambda_{o_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 178,375 \\ -159,625 \\ 159,625 \\ -178,375 \\ 0,0 \\ -178,375 \\ 159,625 \\ 0,0 \\ 0,0 \\ -338,00 \\ 338,00 \end{bmatrix} \qquad \lambda^N = \begin{bmatrix} \lambda^N_{m_1} \\ \lambda^N_{m_2} \\ \lambda^N_{m_3} \\ \lambda^N_{m_4} \\ \lambda^N_{s_1} \\ \lambda^N_{s_2} \\ \lambda^N_{s_3} \\ \lambda^N_{o_1} \\ \lambda^N_{o_2} \\ \lambda^N_{o_3} \\ \lambda^N_{o_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8,7386 \\ -7,8200 \\ 7,8200 \\ -8,7386 \\ - \\ -8,7386 \\ 7,8200 \\ - \\ - \\ -11,7087 \\ 11,7087 \end{bmatrix}$$

Modificação: *status* do disjuntor com restrição operacional correspondente ao maior multiplicador normalizado (disjuntor 3-5, com $\lambda_{o_3}^{N} = 11{,}708$), é mudado de *aberto* para *fechado*.
Matriz de coeficientes das restrições operacionais:

$$\mathbf{H}_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Estimação Generalizada - Exemplo

Solução so problema de otimização:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ t_{24} \\ t_{34} \\ t_{25} \\ t_{35} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0 \\ -0,1831 \\ -0,1831 \\ -0,1831 \\ -0,1831 \\ 0,0 \\ -0,4578 \\ -0,3818 \\ -0,3507 \end{bmatrix}$$

Estimação Generalizada - Exemplo

Multiplicadores de Lagrange convencional e normalizado:

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{m_1} \\ \lambda_{m_2} \\ \lambda_{m_3} \\ \lambda_{m_4} \\ \lambda_{s_1} \\ \lambda_{s_2} \\ \lambda_{s_3} \\ \lambda_{o_1} \\ \lambda_{o_2} \\ \lambda_{o_3} \\ \lambda_{o_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 72,8860 \\ -26,1912 \\ -11,9154 \\ -11,9154 \\ 0,0 \\ -11,9154 \\ -11,9154 \\ 152,4265 \\ 0,0 \\ 0,0 \\ -152,4265 \end{bmatrix} \qquad \lambda^N = \begin{bmatrix} \lambda^N_{m_1} \\ \lambda^N_{m_2} \\ \lambda^N_{m_3} \\ \lambda^N_{m_4} \\ \lambda^N_{s_1} \\ \lambda^N_{s_2} \\ \lambda^N_{s_3} \\ \lambda^N_{o_1} \\ \lambda^N_{o_2} \\ \lambda^N_{o_3} \\ \lambda^N_{o_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,3351 \\ -1,2367 \\ -0,8231 \\ -0,8231 \\ - \\ -0,8231 \\ -0,8231 \\ 2,2948 \\ - \\ - \\ -2,2948 \end{bmatrix}$$