

# Capítulo 2

## Modelos de Máquina Síncrona, Turbinas e Reguladores de Velocidade

### 2.1 Introdução

Este capítulo tem por objetivo desenvolver os modelos matemáticos dos equipamentos que constituem as malhas de controle de velocidade primária e secundária associadas a um gerador síncrono. Assim, na Seção 2.2 são derivados os modelos de gerador isolado alimentando carga, de dois geradores formando um sistema interligado e o modelo de máquina conectada a uma barra infinita. A Seção 2.3 trata dos modelos de turbina a vapor, com e sem reaquecimento. O modelo de turbina hidráulica a ser utilizado no curso é desenvolvido na Seção 2.4. Finalmente, os modelos de reguladores de velocidade compatíveis com os tipos de turbina apresentados nas seções anteriores são derivados na Seção 2.5.

### 2.2 Modelos de Máquina Síncrona

#### 2.2.1 A Equação de Oscilação

Se  $J$  é o momento de inércia da massa girante de um gerador síncrono,  $\gamma$  é a aceleração angular do rotor e  $T_a$  é o torque líquido aplicado sobre o rotor, a segunda Lei de Newton na forma rotacional fornece:

$$J\gamma = T_a \quad (2.1)$$

Note que o torque  $T_a$  apresenta como componentes o torque mecânico de entrada devido à ação da turbina, o torque devido às perdas rotacionais (atrito, ventilação, perdas no núcleo) e o torque eletromagnético. Este último pode ser subdividido em torque síncrono e torque assíncrono (efeito de motor de indução). Se

$T_m$  = torque mecânico de entrada, corrigido para perdas rotacionais, e

$T_e$  = torque eletromagnético,

então

$$T_a = T_m - T_e \quad (2.2)$$

Em regime, esta diferença é nula, e não há aceleração. Durante perturbações, contudo,  $T_a \neq 0$ .

Ao invés de medir a posição angular com respeito a um eixo fixo, é mais conveniente

## Seção 2.2 Modelos de Máquina Síncrona

fazê-lo com respeito a um eixo de referência que gira à velocidade síncrona  $w_s$  em relação ao eixo fixo. Se  $\theta$  é o ângulo medido em relação ao eixo fixo e  $\delta$  é medido com respeito ao eixo que gira com velocidade  $w_s$  (ver Fig. 1):

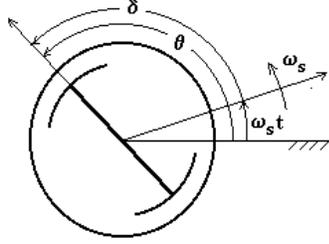


Figura 1: Relação entre  $\theta$  e  $\delta$ .

$$\delta = \theta - w_s t \quad (2.3)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{d\theta}{dt} - w_s \quad (2.4)$$

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \gamma \quad (2.5)$$

Substituindo (2.5) e (2.2) em (2.1):

$$J \frac{d^2\delta}{dt^2} = T_m - T_e \quad (2.6)$$

Multiplicando (2.6) pela velocidade  $w$ :

$$\mathcal{M} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e \quad (2.7)$$

onde

$\mathcal{M} = J \times w$  é a quantidade de movimento angular,

$P_e = T_e \times w$  é a potência elétrica de saída (corrigida pelas perdas elétricas) e

$P_m = T_m \times w$  é a potência mecânica de entrada (corrigida pelas perdas rotacionais).

O uso da Eq. (2.7) é preferível, pois envolve a potência elétrica de saída, ao invés do torque. A Eq.(2.7) é a chamada *equação de oscilação* da máquina. No sistema MKS,  $P_m$  e  $P_e$  são expressas em watts,  $\delta$  em radianos,  $t$  em segundos e  $\mathcal{M}$  em joule-seg/rad.  $\mathcal{M}$  é normalmente suposta constante e igual ao seu valor à velocidade nominal. Na prática, contudo,

$P_m$  e  $P_e$  estarão em  $MW$  ou p.u.,  $\delta$  em radianos e  $t$  em segundos. Logo,  $\mathcal{M}$  deve ser expresso em  $MJ$ -seg/rad. Se  $P_a$  está em p.u.,  $\mathcal{M}$  deve estar em pu de  $MW$ -seg/rad.

Define-se a constante  $H$  como:

$$H = \frac{\text{energia cinética armazenada à velocidade nominal, } W}{\text{potência aparente nominal da máquina, } S_N} \quad (2.8)$$

A energia cinética armazenada à velocidade nominal é dada por:

$$W = \frac{1}{2}Jw_0^2 = \frac{1}{2}\mathcal{M}w_0 \quad (2.9)$$

onde  $w_0 = 2\pi f_0$  é a velocidade nominal. Portanto, da Eq. (2.9):

$$\mathcal{M} = \frac{2W}{w_0} \quad (2.10)$$

finalmente, de (2.8) e (2.10):

$$\mathcal{M} = \frac{2S_N H}{w_0} \quad (2.11)$$

onde  $\mathcal{M}$  está expresso em  $MJ$ -seg/rad,  $S_N$  está em MVA,  $H$  tem dimensão de segundos e  $w_0$  está em rad/seg.

A quantidade  $H$  apresenta a propriedade desejável de que seu valor, ao contrário de  $\mathcal{M}$ , não varia muito com a potência e a velocidade da máquina.  $H$  apresenta um valor típico para cada classe de máquina, que pode ser obtido de tabelas e gráficos construídos em função da potência e da velocidade nominais. A Fig. 2 ilustra a variação de  $H$  com a potência aparente nominal para geradores hidráulicos de eixo vertical <sup>1</sup>.

**2.2.1.1 Equação de Oscilação em p.u.** Re-escrevendo a Eq. (2.7) em função da velocidade  $w$ ,

$$\mathcal{M} \frac{dw}{dt} = P_m - P_e \quad (2.12)$$

e escrevendo  $P_m$  e  $P_e$  em p.u. da potência trifásica nominal,  $P_N$ , e  $w$  em p.u. da velocidade nominal  $w_0 = 2\pi f_0$ :

$$\mathcal{M} \times w_0 \frac{d}{dt} \left( \frac{w}{w_0} \right) = S_N \left( \frac{P_m}{S_N} - \frac{P_e}{S_N} \right) \quad (2.13)$$

$$\mathcal{M} \times \frac{w_0}{S_N} \frac{d}{dt} (w_{pu}) = P_{m,pu} - P_{e,pu} \quad (2.14)$$

<sup>1</sup> Figura reproduzida do livro “Power System Stability”, E.W. Kimbark, Vol. I, Wiley.

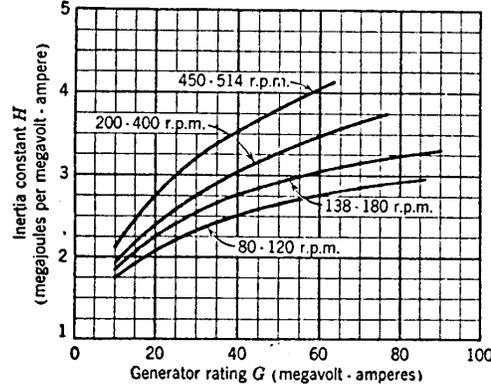


Figura 2: Variação da constante  $H$  com a potência nominal para hidogeradores.

ou, usando a Equação (2.11):

$$2H \frac{d}{dt}(w_{pu}) = P_{m,pu} - P_{e,pu} \quad (2.15)$$

### 2.2.2 Modelo de Gerador Isolado Alimentando Carga para Pequenas Perturbações

Seja o sistema formado por um gerador alimentando carga isolada mostrado no Fig. 3. Em estudos de controle, trabalha-se em geral com a hipótese de pequenas perturbações com respeito a um ponto de operação. Considerando-se estas condições na Eq.(2.15) (o subscrito que indica sistema p.u. será, por conveniência, abandonado):

$$2H \frac{d}{dt}(w_0 + \Delta w) = P_m^0 + \Delta P_m - (P_e^0 + \Delta P_e) \quad (2.16)$$

onde o sobrescrito "0" significa que as variáveis correspondem ao ponto de operação com respeito ao qual é feita a linearização. Como  $w_0$  é constante e supondo  $P_m^0 = P_e^0$ :

$$2H \frac{d}{dt}(\Delta w) = \Delta P_m - \Delta P_e \quad (2.17)$$

Examinemos agora os termos  $\Delta P_m$  e  $\Delta P_e$ . Dentro da faixa de variações de velocidade que se tem interesse, será suposto que  $\Delta P_m$  depende essencialmente de variações na posição das válvulas de admissão de vapor ou do distribuidor das turbinas, e assim independe de  $\Delta w$ .

Será também suposto que a potência elétrica pode ser afetada por variações de frequência,

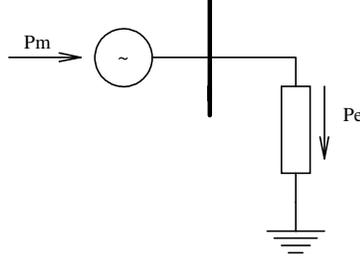


Figura 3: Gerador alimentando carga isolada.

sendo esta dependência expressa como:

$$\Delta P_e = \Delta P_L + D \times \Delta w \quad (2.18)$$

onde  $\Delta P_L$  corresponde a variações da carga à frequência nominal e  $D$  é o coeficiente de variação da carga com a frequência. Em geral, as cargas industriais podem ser supostas como variando linearmente com a frequência, na forma dada pela Eq.(2.18)<sup>2</sup>. Para cargas puramente resistivas,  $D = 0$ .

Substituindo-se (2.18) em (2.17):

$$2H \frac{d}{dt}(\Delta w) = \Delta P_m - \Delta P_L - D\Delta w \quad (2.19)$$

ou, aplicando a transformada de Laplace (com condições iniciais todas nulas):

$$2Hs\Delta w(s) = \Delta P_m(s) - \Delta P_L(s) - D\Delta w(s) \quad (2.20)$$

Se for redefinido  $M = 2H$ :

$$\Delta w(s) = \frac{1}{Ms}(\Delta P_m(s) - \Delta P_L(s) - D\Delta w(s)) \quad (2.21)$$

O diagrama de blocos para o sistema “gerador alimentando carga isolada” é dado na Fig. 3.

### 2.2.3 Caso de Duas Máquinas Interligadas

A Fig. 5 representa esquematicamente um sistema composto por dois geradores interligados através de uma linha de transmissão cuja resistência é desprezada. A potência  $P_{12}$ , conforme visto no Capítulo I, é dada por

<sup>2</sup> Obviamente, isto se aplica apenas para pequenas perturbações.

Seção 2.2 Modelos de Máquina Síncrona

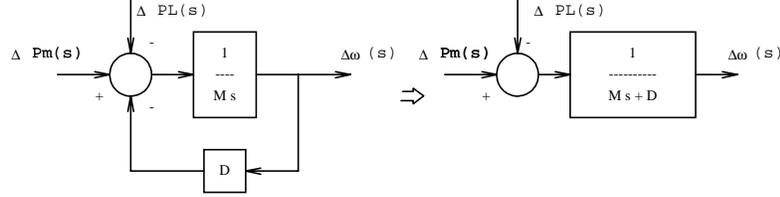


Figura 4: Diagrama de blocos para o sistema gerador-carga isolada.

$$P_{12} = \frac{E_1 E_2}{X_{12}} \text{sen} \delta_{12} \quad (2.22)$$

onde  $\delta_{12} \triangleq \delta_1 - \delta_2$ .

Como estamos interessados na análise para pequenas perturbações,  $P_{12}$  deve ser linearizada com respeito a um dado ponto de operação:

$$P_{12} \approx P_{12}^0 + \left. \frac{\partial P_{12}}{\partial \delta_{12}} \right|_0 \Delta \delta_{12} \quad (2.23)$$

Se  $\Delta P_{12} = P_{12} - P_{12}^0$ , a Eq.(2.23) fornece:

$$\Delta P_{12} = \frac{E_1 E_2}{X_{12}} \times \cos(\delta_{12}^0) \times \Delta \delta_{12} \quad (2.24)$$

Definindo-se o coeficiente de potência de sincronização como:

$$\bar{T} = \frac{E_1 E_2}{X_{12}} \cos \delta_{12}^0 \quad (2.25)$$

as equações para as duas máquinas serão dadas por:

$$M_1 \frac{d}{dt}(\Delta w_1) = \Delta P_{m_1} - \Delta P_{L_1} - D_1 \Delta w_1 - \bar{T} \Delta \delta_{12} \quad (2.26)$$

$$M_2 \frac{d}{dt}(\Delta w_2) = \Delta P_{m_2} - \Delta P_{L_2} - D_2 \Delta w_2 + \bar{T} \Delta \delta_{12} \quad (2.27)$$

$$\Delta \delta_{12} = 2\pi f_0 \int_0^t (\Delta w_1 - \Delta w_2) dt \quad (2.28)$$

onde foram redefinidos:

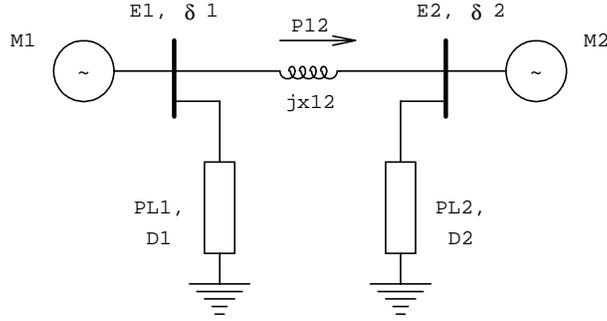


Figura 5: Sistema de duas máquinas interligadas.

$$M_1 = 2H_1$$

$$M_2 = 2H_2$$

Aplicando-se a transformada de Laplace às Eqs. (2.26)-(2.28):

$$\Delta w_1(s) = \frac{1}{M_1 s} (\Delta P_{m_1} - \Delta P_{L_1}(s) - D_1 \Delta w_1(s) - \bar{T} \Delta \delta_{12}(s)) \quad (2.29)$$

$$\Delta w_2(s) = \frac{1}{M_2 s} (\Delta P_{m_2} - \Delta P_{L_2}(s) - D_2 \Delta w_2(s) + \bar{T} \Delta \delta_{12}(s)) \quad (2.30)$$

$$\Delta \delta_{12}(s) = \frac{2\pi f_0}{s} (\Delta w_1(s) - \Delta w_2(s)) \quad (2.31)$$

O diagrama de blocos correspondente é dado na Fig. 6, onde a constante  $T$  é definida como:

$$T = 2\pi f_0 \bar{T}$$

#### 2.2.4 Caso Máquina - Barra Infinita

Este é um caso particular do caso anterior, considerando-se um dos sistemas (por exemplo, o sistema 2) como barra infinita ( $\Delta w_2 = 0$ ). Obtem-se diagrama de blocos da Fig. 7. O

### Seção 2.3 Modelos de Turbina a Vapor

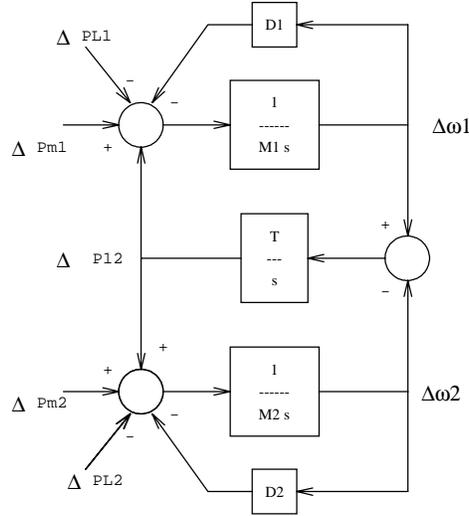


Figura 6: Diagrama de blocos para sistema de duas áreas interligadas.

coeficiente de potência de sincronização  $K_S$  é igual ao coeficiente  $\bar{T}$  da Eq. (2.25), que neste caso é dado por:

$$K_S = \frac{EE_\infty}{x_e} \times \cos \delta_0 \quad (2.32)$$

### 2.3 Modelos de Turbina a Vapor

Uma turbina a vapor consiste basicamente de aletas montadas sobre um eixo, projetadas para extrair a energia térmica e de pressão do vapor superaquecido, originário da caldeira, e converter esta energia em energia mecânica. O vapor é admitido na turbina via válvula de controle, a alta temperatura e pressão. Na saída, o vapor é entregue ao condensador, a baixa pressão e baixa temperatura.

Em geral, as turbinas são compostas por diferentes estágios, em função do nível da pressão do vapor. No caso geral, uma turbina pode ter três estágios: de alta, intermediária e baixa pressão (AP, PI e BP). Em turbinas com reaquecimento, o vapor que sai do estágio de AP é levado de volta à caldeira para ter sua energia térmica aumentada antes de ser introduzido no estágio de PI (ou BP). O objetivo é aumentar a eficiência da turbina.

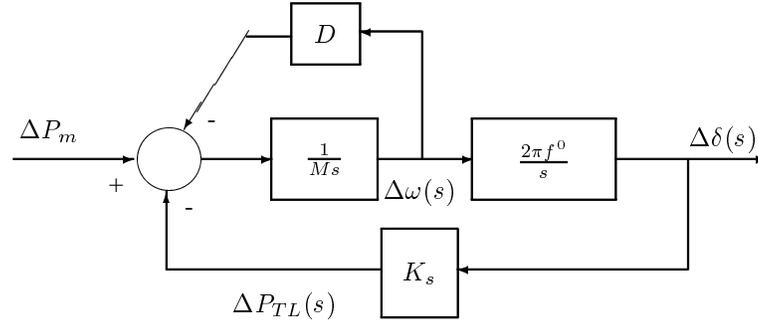


Figura 7: Sistema máquina-barras infinita

### 2.3.1 Função de Transferência de uma Tubulação de Vapor

Considere a tubulação de vapor da Fig. 2.32, onde  $Q_{ent}$  representa o fluxo de vapor de entrada na tubulação e  $Q_s$  é o fluxo de vapor da saída. Deseja-se saber como se comporta dinamicamente o fluxo de vapor de saída  $Q_s$  frente a uma variação do fluxo de entrada  $Q_{ent}$ . É de se esperar que o tempo de acomodação desses transitórios dependa do volume da tubulação, das condições de vazão e pressão vigentes antes da perturbação e das características do vapor.

De fato, se for desprezado o efeito de variações de temperatura ao longo da tubulação, sendo portanto a variação da massa de vapor dentro dela função apenas da pressão, é possível se aproximar a função de transferência  $Q_s(s)/Q_{ent}(s)$  como:

$$\frac{Q_s(s)}{Q_{ent}(s)} = \frac{1}{1 + sT} \quad (2.33)$$

onde

$$T \triangleq \frac{P_0}{Q_{s0}} \times V \times \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{1}{v} \right) \quad (2.34)$$

$P_0, Q_{s0}$  : pressão e vazão de vapor vigentes antes da perturbação;

$V$ : volume da tubulação;

$v$ : volume específico do vapor.

O termo  $\partial(1/v)/\partial P$  pode ser estimado a partir de cartas de entalpia x entropia de vapor.

### 2.3.2 Modelo de Turbinas com Reaquecimento

O percurso do vapor em uma unidade com reaquecimento está representado na Fig. 9. A Fig. 10 representa o diagrama de blocos relacionando a posição das válvulas de controle de admissão de vapor e o torque mecânico da turbina.

O comportamento da válvula de controle é afetado pelo fato de que o fluxo de vapor

## Seção 2.4 Modelo de Turbina Hidráulica e Conduto Forçado

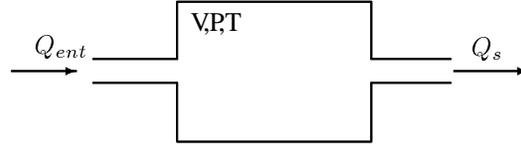


Figura 8: Tubulação de vapor

na válvula é uma função não-linear da posição da válvula, apresentando efeito de saturação quando a abertura aumenta. Este efeito é contido contrabalançado pela introdução de uma não-linearidade no mecanismo de abertura da válvula, através de cames. O efeito líquido desta combinação de não-linearidades é que a FT é aproximadamente expressa por uma constante.

Entre as variações de fluxo de vapor na válvula e o fluxo de entrada na turbina de AP existe um atraso de tempo devido às próprias tubulações de entrada e à câmara de vapor. A FT correspondente é do tipo desenvolvido na seção 2.2.1.

A turbina de AP extrai uma fração  $f$  da potência térmica do vapor, transformando-a em torque mecânico. O estágio de BP (e PI, se houver), transformam a fração  $(1 - f)$  restante de potência térmica em potência mecânica. Geralmente  $f \approx 0.2$  a  $0.3$ . Antes do vapor chegar aos estágios de PI e/ou BP, contudo, ele deve retornar à caldeira via reaquecedor. Este, portanto, introduz um novo atraso no sistema térmico, dado também por uma FT como a desenvolvida na Seção 2.2.1. Porém, a constante de tempo é agora bem maior que a da câmara de vapor.

O Diagrama de Blocos da Fig. 10 apresenta em detalhes as funções de transferência discutidas acima.

Reduzindo-se o diagrama de blocos da Fig. 10, obtêm-se a FT da turbina com reaquecimento:

$$\frac{T_m(s)}{\eta(s)} = \frac{K_v(1 + sfT_R)}{(1 + sT_c)(1 + sT_R)} \quad (2.35)$$

A maior parte do atraso se dá no reaquecedor, em função da grande quantidade de vapor que deve passar através dele antes que as novas condições ditadas pelo controle sejam estabelecidas.

### 2.3.3 Modelo para Turbinas de Condensação Direta (Sem Reaquecimento)

Trata-se de um caso particular da FT de turbinas com reaquecimento, com  $f = 1$  no diagrama de blocos da Fig. 10 e na Eq. 2.35. A FT resultante se reduz aos blocos da válvula de controle e câmara de vapor, e é dada por:

$$\frac{T_m(s)}{\eta(s)} = \frac{K_v}{1 + sT_c} \quad (2.36)$$

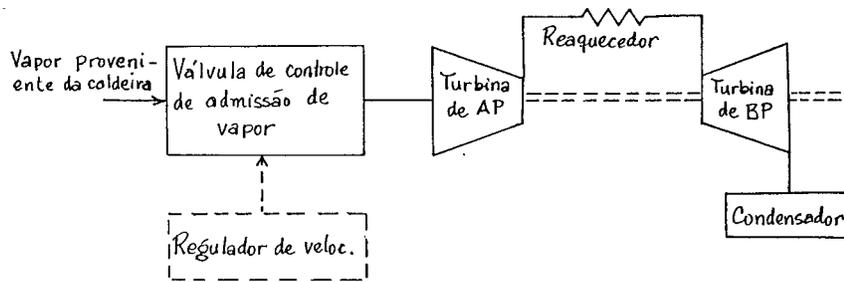


Figura 9: Percurso do vapor em uma unidade com reaquecimento.

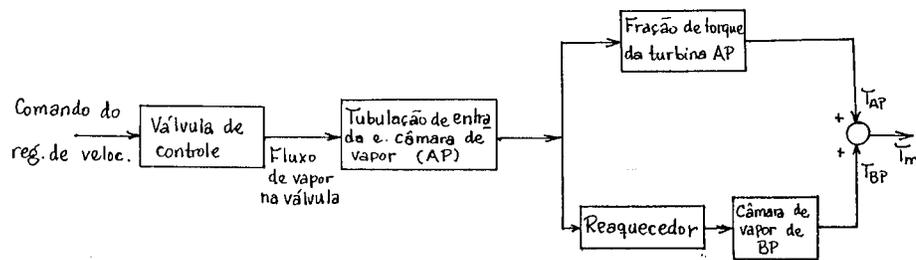


Figura 10: Diagrama de blocos detalhado para unidade com reaquecimento.

## Seção 2.4 Modelo de Turbina Hidráulica e Conduto Forçado

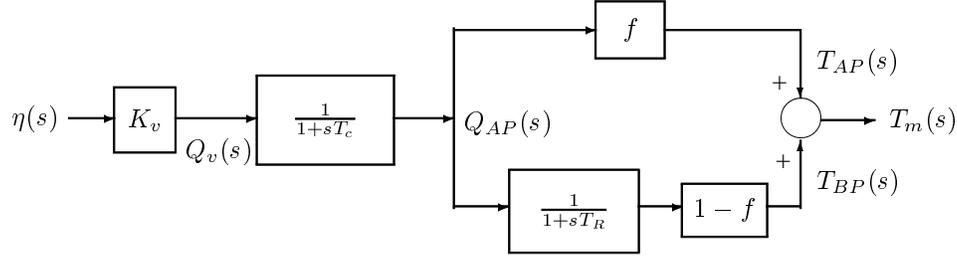


Figura 11: Diagrama de blocos detalhado para uma unidade com reaquecimento

### 2.4 Modelo de Turbina Hidráulica e Conduto Forçado

A Fig. 12 representa esquematicamente o reservatório, o conduto forçado, o distribuidor e a turbina de uma unidade hidráulica.  $H$  é a altura de água do reservatório em relação ao nível do distribuidor,  $u$  é a velocidade da água no conduto forçado,  $L$  e  $A$  são o comprimento e a área da seção transversal do conduto forçado, respectivamente.

Considerando que o conduto forçado não é muito longo, que a água é incompressível e a tubulação do conduto forçado é inelástica, é possível se chegar a um modelo dinâmico aproximado para o conjunto “conduto forçado + turbina”. As hipóteses básicas para o desenvolvimento deste modelo são:

- Água e conduto forçado são incompressíveis;
- A velocidade da água é diretamente proporcional ao produto abertura do distribuidor  $\times$  raiz quadrada da altura da água no reservatório;
- A potência da turbina é proporcional ao produto entre altura d’água e vazão;
- As perdas de pressão no conduto forçado são desprezíveis.

Usando a segunda hipótese acima, pode-se escrever:

$$u = KG\sqrt{H} \quad (2.37)$$

$u$ : velocidade da água;

$G$ : fator proporcional à posição do distribuidor;

$H$ : altura d’água no reservatório (proporcional à pressão hidráulica nas palhetas).

$K$ : constante de proporcionalidade.

Linearizando-se (2.37) com respeito a um ponto de operação, obtem-se:

$$\Delta u = \frac{\partial u}{\partial G} \Big|_0 \Delta G + \frac{\partial u}{\partial H} \Big|_0 \Delta H = K\sqrt{H_0}\Delta G + \frac{1}{2} \frac{KG_0}{\sqrt{H_0}} \Delta H \quad (2.38)$$

ou

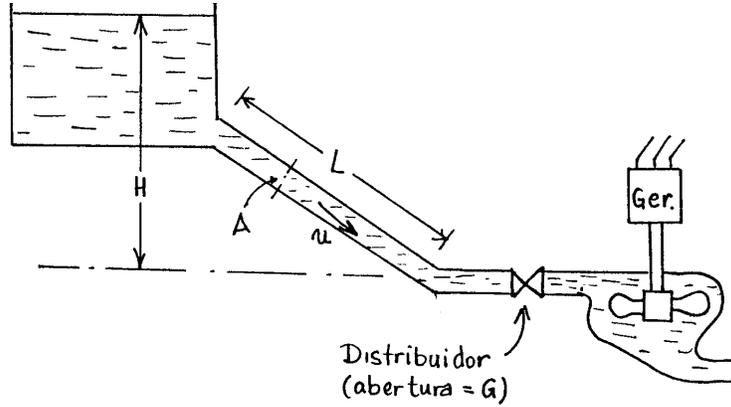


Figura 12: Representação esquemática de uma unidade hidráulica.

$$\Delta u = K G_0 \sqrt{H_0} \frac{\Delta G}{G_0} + \frac{1}{2} K G_0 \sqrt{H_0} \frac{\Delta H}{H_0} \quad (2.39)$$

Como  $u_0 = K G_0 \sqrt{H_0}$ , a expressão acima pode ser normalizada, obtendo-se:

$$\frac{\Delta u}{u_0} = \frac{\Delta G}{G_0} + \frac{1}{2} \frac{\Delta H}{H_0} \quad (2.40)$$

Pela segunda Lei de Newton, a equação da aceleração para a coluna d'água devido a uma variação na pressão hidráulica sobre as pás da turbina é:

$$\rho L A \frac{d(\Delta u)}{dt} = -A(\rho g \Delta H) \quad (2.41)$$

onde:

$\rho$ : massa específica da água;

$L, A$ : comprimento e área do conduto forçado, respectivamente;

$g$ : aceleração da gravidade.

O lado direito de (2.41) representa o aumento incremental de pressão hidráulica nas pás da turbina. Dividindo (2.41) por  $A\rho g H_0 u_0$ :

$$\frac{L u_0}{g H_0} \frac{d}{dt} \left( \frac{\Delta u}{u_0} \right) = - \frac{\Delta H}{H_0} \quad (2.42)$$

Definindo o tempo de partida nominal da água como

Seção 2.4 Modelo de Turbina Hidráulica e Conduto Forçado

$$T_W \triangleq Lu_0/gH_0 \quad (2.43)$$

e escrevendo (2.42) na forma operacional, obtém-se:

$$T_W s \left( \frac{\Delta u}{u_0} \right) = - \left( \frac{\Delta H}{H_0} \right) \quad (2.44)$$

$T_W$  é o tempo necessário para uma altura de água  $H_0$  acelerar a água no conduto forçado, do repouso até a velocidade  $u_0$ . Substituindo-se (2.44) em (2.40):

$$\frac{\Delta u}{u_0} = \frac{\Delta G}{G_0} - \frac{1}{2} T_W s \times \frac{\Delta u}{u_0} \quad (2.45)$$

ou

$$\frac{(\Delta u/u_0)}{(\Delta G/G_0)} = \frac{1}{1 + (T_W/2)s} \quad (2.46)$$

Por outro lado, da terceira hipótese acima, tem-se:

$$P_m = K_2 H u, \quad K_2 = \text{constante}. \quad (2.47)$$

Linearizando-se (2.47) e normalizando a equação resultante:

$$\frac{\Delta P_m}{P_{m_0}} = \frac{\Delta H}{H_0} + \frac{\Delta u}{u_0} \quad (2.48)$$

onde  $P_{m_0} = K_2 H_0 u_0$ .

Substituindo-se (2.44) e (2.46) em (2.48):

$$\frac{\Delta P_m(s)}{P_{m_0}(s)} = (1 - T_W s) \left( \frac{\Delta u}{u_0} \right) = \frac{1 - T_W s}{1 + (T_W/2)s} \times \left( \frac{\Delta G}{G_0} \right) \quad (2.49)$$

Isto é:

$$\frac{(\Delta P_m/P_{m_0})(s)}{(\Delta G/G_0)(s)} = \frac{1 - T_W s}{1 + (T_W/2)s} \quad (2.50)$$

Ressalta-se que o modelo obtido, dado pela Eq. (2.50), não considera fenômenos de “golpe de aríete”, cujas ondas são de frequência mais alta. Não se leva em conta igualmente a presença de chaminé de equilíbrio, que pode provocar o aparecimento de oscilações de baixa frequência.

A constante de tempo  $T_w$  é proporcional ao ponto de operação, isto é:

$$(T_W \text{ a meia carga}) \approx \frac{1}{2} (T_W \text{ a plena carga})$$

A resposta da potência mecânica da turbina a uma variação em degrau na posição do distribuidor é dada na Fig. 13.

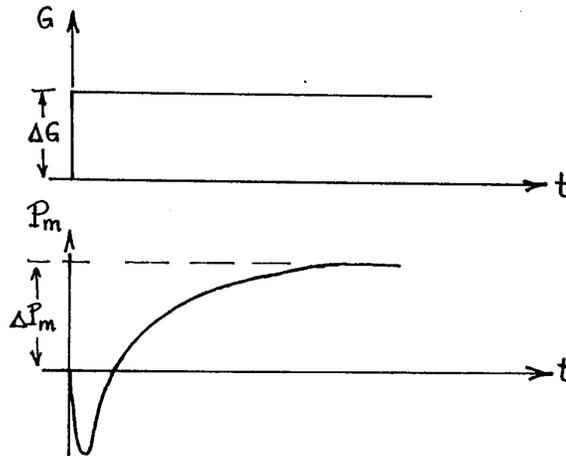


Figura 13: Resposta ao degrau do sistema conduto forçado-turbina hidráulica.

Assim, a queda de pressão resultante da abertura do distribuidor provoca uma variação negativa de potência da turbina. Isto se dá porque a pressão está sendo usada para acelerar a massa d'água no conduto forçado.

#### 2.4.1 Explicação de Característica Dinâmica da Turbina Hidráulica

Não se pode esperar que o simples procedimento de reduzir a abertura do distribuidor possa produzir uma variação súbita na vazão da grande massa d'água (normalmente dezenas de toneladas) que se encontra no conduto forçado, se deslocando a grande velocidade (na faixa de 150 a 200 km/h). Embora a redução na abertura do distribuidor provoque uma maior resistência ao fluxo e cause assim uma desaceleração da massa d'água, a vazão não pode variar instantaneamente. Como: (i)  $u = Q/A$ , (ii) a vazão  $Q$  permanece inicialmente constante, (iii) a vazão saindo do distribuidor deve ser igual à vazão que entra nele proveniente do conduto forçado, a redução da área apresentada ao fluxo pelo distribuidor provoca um aumento da velocidade da água para a turbina. Assim, o nível de energia cinética da água ( $\frac{1}{2}mv^2$ ) aumenta, provocando um aumento da potência de saída. Após algum tempo, o aumento de resistência ao fluxo reduz tanto a vazão quanto a velocidade, e a potência de saída da turbina é reduzida a um valor abaixo do valor inicial.

### 2.4.2 Constante de Tempo de Partida da Água em Termos da Potência Elétrica Gerada

Se  $F$  é a força sobre a massa d'água, a potência mecânica da água ao nível da turbina é dada por:

$$P = F \times u_0 = \rho \times g \times H \times A \times u_0 \quad (\text{em watts})$$

onde todas as grandezas estão no MKS. Como  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  e  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ,

$$P = 9,81 \times H \times A \times u_0 \quad (\text{em Kw})$$

Se  $\eta_T$  e  $\eta_G$  são os rendimentos da turbina e do gerador, a potência elétrica gerada é dada por:

$$P_e = 9,81 \times H \times A \times u_0 \times \eta_T \times \eta_G \quad (\text{em Kw}) \quad (2.51)$$

Logo:

$$u_0 = \frac{P_e}{9,81 \times H \times A \times \eta_T \times \eta_G} \quad \text{m/s} \quad (2.52)$$

Substituindo-se (2.52) em (2.43), obtem-se:

$$T_W = \frac{LP_e}{(9,81)^2 \times H^2 \times A \times \eta_T \times \eta_G} \quad (2.53)$$

ou

$$T_W = \frac{LP_e}{96,236 \times H^2 \times A \times \eta_T \times \eta_G} \quad (2.54)$$

## 2.5 Reguladores de Velocidade

### 2.5.1 Malha de Controle

O regulador de velocidade para o conjunto turbina gerador é composto genericamente de um transdutor de velocidade e amplificadores de deslocamento e força (ver(Fig. 14)). A saída do sensor de velocidade é um deslocamento proporcional à velocidade do conjunto turbina-gerador. Tanto o deslocamento quanto a força produzidos pelo sensor são pequenos e necessitam ser amplificados, através de um ou mais estágios de amplificadores hidráulicos. É a saída do servo-motor principal que atua sobre a válvula da turbina.

No caso de turbinas hidráulicas, o regulador deve apresentar características que compensem os efeitos instabilizantes peculiares deste tipo de turbina.

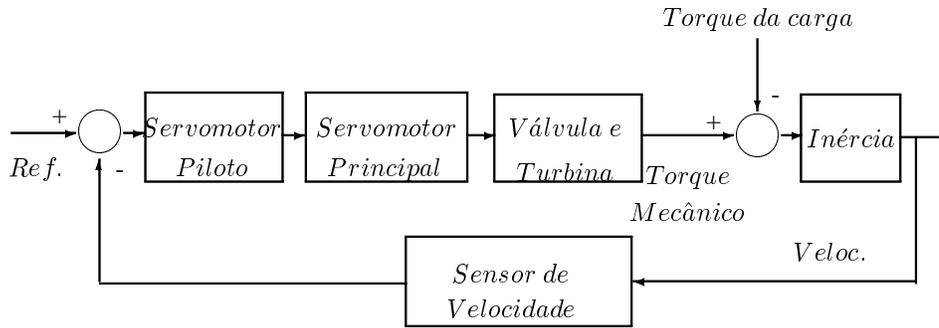


Figura 14: Malha de controle de velocidade de um gerador síncrono

### 2.5.2 Sensores de Velocidade

Classicamente, o transdutor de velocidade utilizado em reguladores de velocidade é o mecanismo centrífugo de Watt, esquematizado na Fig. 15.

Desprezando-se as forças gravitacionais, duas forças agem sobre as esferas: a força centrífuga e a força dirigida para dentro devida à mola. Embora a relação entre a força centrífuga e a velocidade seja, a rigor, não-linear, para pequenas variações de velocidade é lícito se supor que

$$\Delta x = K_w \Delta w \quad (2.55)$$

A velocidade de resposta do mecanismo é geralmente considerada suficientemente grande para que se possa fazer a hipótese de resposta instantânea.

Unidades mais modernas são dotadas de sensores elétricos, onde o mecanismo centrífugo é substituído por um dispositivo elétrico. Assim, por exemplo, um gerador c.a. de alta frequência pode ser acionado pelo eixo da turbina, e a variação na frequência gerada fornece uma medida das variações de velocidade. A tensão gerada é convertida em um sinal c.c. através de circuitos sensíveis à frequência. Alternativamente, uma roda dentada acionada pelo eixo da turbina pode ser usada para gerar pulsos via um cabeçote magnético. A frequência dos pulsos é proporcional à velocidade, e técnicas de contagem de pulsos podem ser empregadas para a determinação do erro de velocidade. Similarmente, dispositivos óticos podem ser usados para gerar pulsos e fornecer uma medida de velocidade.

Vantagens do sensor elétrico:

1. Transmissão do sinal é elétrica, sem zonas mortas, o que implica em maior sensibilidade;
2. Ajustes mais fáceis da malha de controle, utilizando-se técnicas eletrônicas para ajustes de ganhos (ampops, etc);
3. Maior facilidade de implementação de técnicas de estabilização (uso de circuitos de estabilização).



### 2.5.3 Regulador Isócrono

A Fig. 16 mostra o esquema de um regulador isócrono que utiliza um sensor centrífugo cujo deslocamento é amplificado por um amplificador hidráulico.

Desprezando-se as forças de reação de origem hidráulica, as forças que atuam sobre a válvula-carretel são a força devida à mola,  $F_m$ , e a força centrífuga,  $F_c$ , dadas por:

$$F_m = K_m(\Delta x + \Delta r) \quad (2.56)$$

$$F_c = K_c \Delta w \quad (2.57)$$

No equilíbrio,  $F_m = F_c$ , de modo que:

$$K_m \Delta x + K_m \Delta r = K_c \Delta w \quad (2.58)$$

Por outro lado, supondo a pressão do óleo aproximadamente constante, é possível se relacionar a vazão do óleo a  $\Delta x$ , para pequenos deslocamentos, por:

$$\Delta Q = K_Q \Delta x \quad (2.59)$$

Se  $\Delta V$  é a variação de volume de óleo que exerce pressão na parte superior do pistão do servomotor:

$$\Delta Q = \frac{d(\Delta V)}{dt} = A \frac{d(-\Delta y)}{dt} \quad (2.60)$$

onde o sinal negativo traduz as variações em sentidos opostos de  $\Delta x$  e  $\Delta y$ . De (2.59) e (2.60):

$$\frac{d(\Delta y)}{dt} = -K_y \Delta x \quad (2.61)$$

onde  $K_y \triangleq K_Q/A$ .

As equações (2.58) e (2.61) servem de base para o diagrama de blocos da Fig. 17, onde as variáveis  $\Delta r$ ,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta w$  são substituídas por seus respectivos valores em p.u. de quantidades-base apropriadas  $\rho$ ,  $\xi$ ,  $\eta$  e  $\sigma$ , respectivamente. As constantes que aparecem no diagrama de blocos da Fig. 17 são definidas como:

$$C_g \triangleq \frac{K_c w_B}{K_m r_B} \quad (2.62)$$

$$k_1 \triangleq \frac{r_B}{x_B} \quad (2.63)$$

Seção 2.5 Reguladores de Velocidade

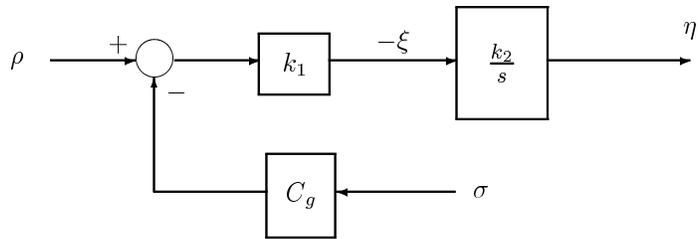


Figura 17: Diagrama de blocos preliminar para o regulador isócrono

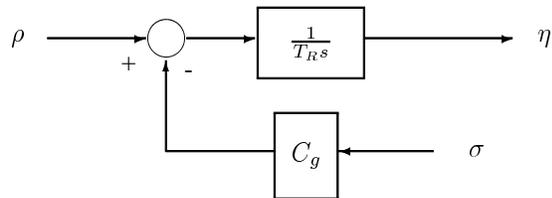


Figura 18: Diagrama de blocos para o regulador isócrono

$$k_2 \triangleq \frac{K_y x_B}{y_B} \quad (2.64)$$

onde o índice  $B$  indica valores-base.

Definindo-se:

$$T_R \triangleq \frac{1}{k_1 k_2} = \frac{y_B}{K_y r_B} \quad (2.65)$$

o diagrama de blocos da Fig. 17 pode ser simplificado para a forma indicada na Fig. 18.

Suponha que o sistema controlado consiste de uma turbina a vapor sem rea aquecimento e da inércia do rotor de um turbogerador, conforme indicado na Fig. 19.

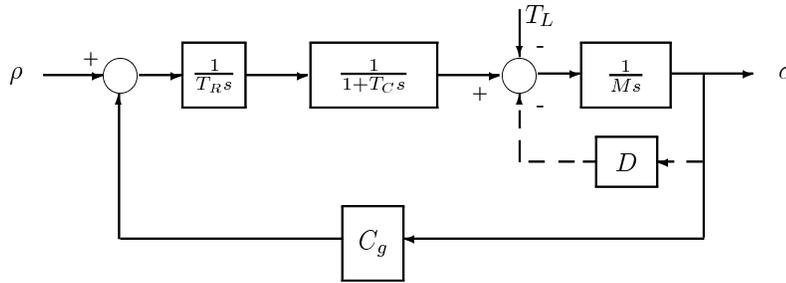


Figura 19: Sistema de controle de velocidade de uma unidade a vapor sem rea aquecimento

A FT em malha fechada é dada por:

$$\frac{\sigma(s)}{\rho(s)} = \frac{1/T_R T_c M}{s^3 + (1/T_c)s^2 + C_g/T_R T_c M} \quad (2.66)$$

cuja equação característica é:

$$s^3 + \frac{1}{T_c}s^2 + \frac{C_g}{T_R T_c M} = 0 \quad (2.67)$$

A ausência do termo em  $s$  na Eq. (2.67) indica sistema instável, o que poderia ser confirmado pela aplicação do critério de Routh-Hurwitz. Mesmo se fosse considerado o amortecimento da carga, o que tornaria o sistema estável, uma análise pelo Lugar das Raízes indicaria que a região de operação estável é muito pequena, para os valores práticos de  $D$  (verifique!).

### 2.5.4 Regulador com Queda de Velocidade

Para corrigir as características indesejáveis do regulador isócrono, introduz-se a conexão entre a haste do servopistão e o controle da válvula corretel, como mostrado na Fig. 20.

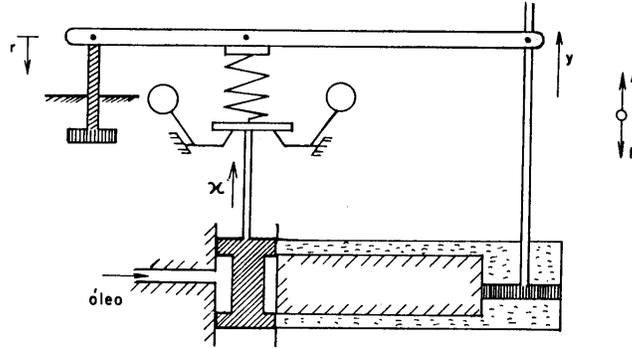


Figura 20: Regulador com queda de velocidade.

O efeito do conexão entre a haste do servopistão e o controle da válvula corretel é a introdução de um ganho de realimentação entre  $\eta$  e  $-\xi$ , conforme mostrado no diagrama de blocos da Fig. 21, em que o *estatismo permanente*  $R$  é definido como  $R \triangleq 1/C_g$ . O diagrama da Fig. 21 pode ser redesenhado como na Fig. (22), onde:

$$K_1 = K_1/K_3 \quad (2.68)$$

e

$$T_1 = 1/K_2K_3 \quad (2.69)$$

Para estudar o comportamento do regulador com queda de velocidade e compará-lo ao do regulador isócrono, considere o sistema da Fig. 23, que é o mesmo da Fig. 19, com exceção do bloco do regulador.

A FT em malha fechada  $\sigma(s)/\rho(s)$  é dada por:

$$\frac{\sigma(s)}{\rho(s)} = \frac{R}{RT_1T_cMs^3 + RM(T_1 + T_c)s^2 + RMs + 1} \quad (2.70)$$

Aplicando o critério de *Routh-Hurwitz* :

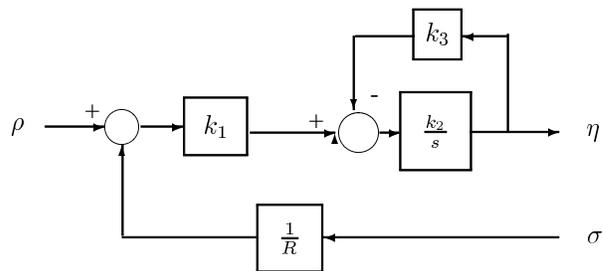


Figura 21: Diagrama de blocos de um regulador com queda de velocidade

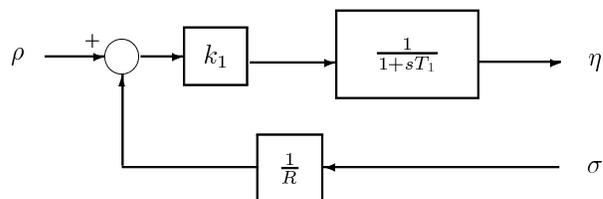


Figura 22: Diagrama de blocos simplificado de um regulador com queda de velocidade.

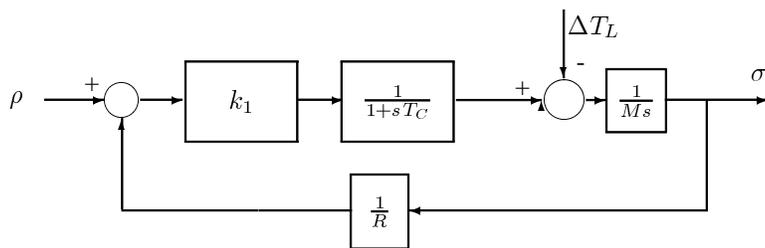


Figura 23: Unidade térmica sem reaquecimento controlada por regulador com queda de velocidade.

Seção 2.5 Reguladores de Velocidade

$$\begin{array}{l|l} s^3 & RT_1T_cM \\ s^2 & RM(T_1 + T_c) \\ s^1 & RM - [T_1T_c/(T_1 + T_c)] \\ s^0 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} RM \\ 1 \end{array} \quad (2.71)$$

Para estabilidade:

$$RM - \frac{T_1T_c}{T_1 + T_c} > 0 \quad (2.72)$$

ou

$$\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_c} > \frac{1}{RM} \quad (2.73)$$

Como  $T_c$  e  $M$  são fixos, os parâmetros que podem ser ajustados para se assegurar a estabilidade são  $T_1$  e  $R$ . De Eq. (2.73), é claro que se deve procurar reduzir  $T_1$  e aumentar  $R$  a fim de assegurar a estabilidade da malha de controle.

O lugar das raízes da FT (2.70) para variações no parâmetro  $R$  (de  $\infty$  a 0) é mostrado na Fig. 24.

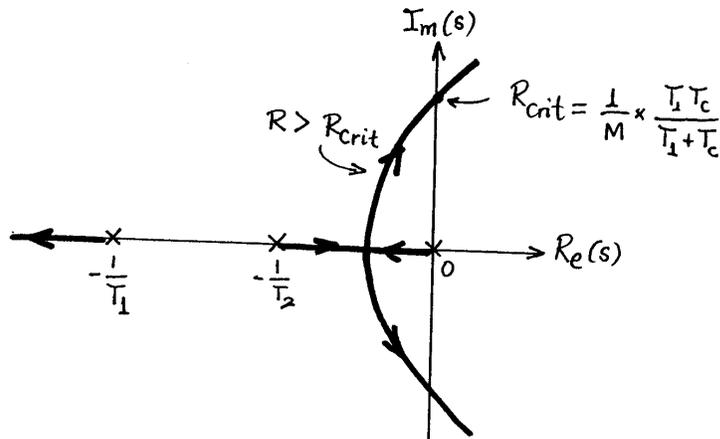


Figura 24: Lugar das raízes para o sistema da figura anterior.

Vejamos agora como a variação na frequência,  $\sigma$ , se comporta frente a variações na carga  $\Delta T_L$ . Supondo referência constante, o diagrama de blocos da Fig. 23 pode ser redesenhado como na Fig. 25.

Assim,

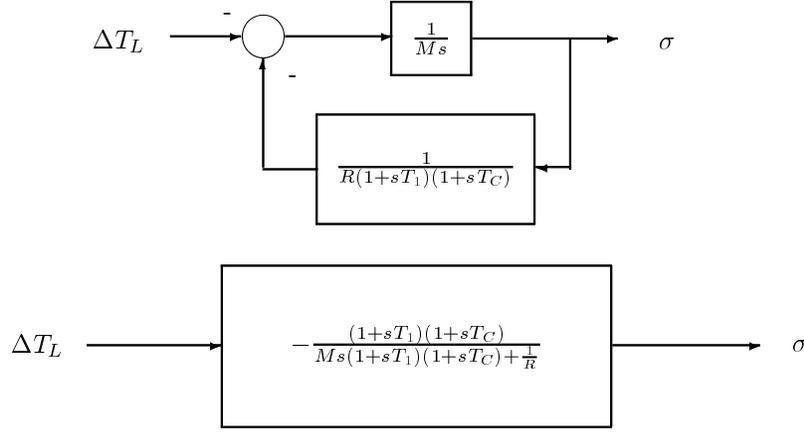


Figura 25: Diagrama de blocos anterior com  $\Delta T_L$  como entrada.

$$\frac{\sigma(s)}{\Delta T_L(s)} = -\frac{(1 + T_1s)(1 + T_c s)}{Ms(1 + T_1s)(1 + T_c s) + 1/R} = F_{\sigma L}(s) \quad (2.74)$$

Supondo uma variação em degrau na carga,  $\Delta T_L(s) = \frac{L}{s}$  e usando o teorema do valor final, obtêm-se o desvio de frequência em regime:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sigma(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s F_{\sigma L}(s) \times \frac{L}{s} = -RL \quad (2.75)$$

A Fig. 26 mostra  $\sigma(t)$  após uma variação em degrau em  $\Delta T_L$ , para dois diferentes valores do estatismo,  $R_2 > R_1$ .

Em regime permanente, as variações da frequência com a carga são em geral representadas em um diagrama  $f \times P_L$ , conhecido como *característica de carga-freqüência em regime permanente* (Fig. 27).

Nota-se que, com um regulador com queda de velocidade, e no caso de um sistema isolado, um aumento de carga provoca uma queda de frequência. Esta característica se contrapõe à do regulador isócrono, que é plana (isto é, em regime o erro de frequência é sempre nulo).

Com o regulador com queda de velocidade, a frequência é restabelecida ao seu valor nominal após uma variação de carga variando-se a referência do regulador (variador de velocidade). Isto tem o efeito de deslocar a característica paralelamente à posição anterior, conforme mostra a Fig. 27.

**2.5.4.1 Interpretação do Parâmetro R (Estatismo)** Considere novamente o diagrama de blocos da Fig. 23. e suponha que  $\rho = 0$  (referência mantida constante) e  $\sigma(s) = \sigma_0/s$

Seção 2.5 Reguladores de Velocidade

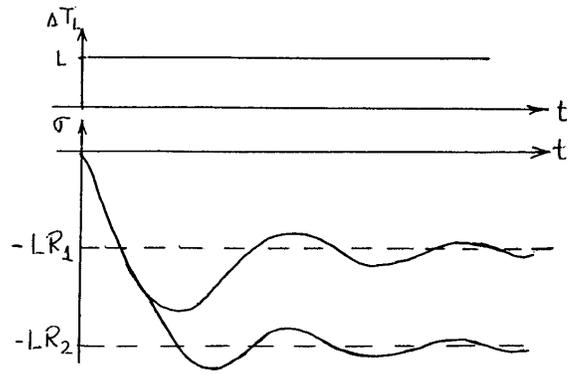


Figura 26: Resposta a um degrau em  $\Delta T_L$  para valores diferentes de estatismo,  $R_1 < R_2$ .

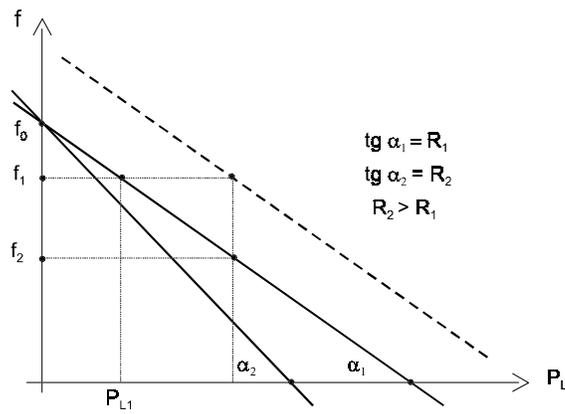


Figura 27: Característica carga-freqüência em regime permanente.

(variação em degrau, de amplitude  $\sigma_0$ , da velocidade). Aplicando-se o Teorema de valor final:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \eta(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \left( -\frac{1}{R} \times \frac{1}{1 + T_1 s} \right) \times \frac{\sigma_0}{s} = -\frac{\sigma_0}{R} \quad (2.76)$$

Da Eq. (2.76) pode-se concluir que o valor em regime de desvio de velocidade expresso em p.u. que provocará uma variação na posição do êmbolo do servomotor de 1,0 p.u. é  $R$ . Como o valor de  $y_B$  normalmente usado é igual ao deslocamento do êmbolo da condição de vazio para plena carga, isto significa que, correspondentemente, a velocidade variará de seu valor em vazio para o valor a plena carga, este último sendo considerado o valor nominal base,  $w_B$ . Logo:

$$R = |\sigma_0| = \left| \frac{\Delta w}{w_B} \right| = \frac{w_{vazio} - w_B}{w_B} \quad (2.77)$$

Em razão do lado esquerdo da Eq. (2.77), o parâmetro  $R$  é alguma vezes referido como *regulação de velocidade*.

### 2.5.5 Regulador de Velocidade com Compensação de Queda Transitória

O comportamento peculiar das turbinas hidráulicas, que resulta da presença de um zero de sua função de transferência no semiplano direito, requer reguladores de velocidade com características especiais.

Se, no diagrama de blocos da Fig. 23, a FT da turbina a vapor for substituída pela FT da turbina hidráulica, pode-se verificar, à luz dos métodos de análise tais como lugar das Raízes e Diagramas de Bode, que o sistema só será estável para valores demasiado altos de estatismo (ver exercícios do final do capítulo). Valores de estatismo dentro da faixa usual normalmente provocam instabilidade, ou na melhor das hipóteses um comportamento transitório demasiado oscilatório. Isto advém do fato de que o ganho estático em malha aberta,  $1/R$ , é alto o suficiente para criar problemas a altas frequências.

É portanto necessário que se utilize alguma forma de compensação tal que o ganho seja reduzido a altas frequências (isto é, alta regulação a alta frequência) enquanto que, para baixas frequências, o ganho volta a assumir o valor ditado pelo estatismo em regime permanente. Esta compensação pode ser obtida através de uma realimentação onde se utiliza um amortecedor hidráulico, conforme mostrado na Fig. 28.

Para variações lentas da posição da haste do servomotor,  $\Delta y$ , a vazão de óleo na câmara  $C$ , provocada pelo deslocamento  $\Delta y$  do pistão de área  $A_2$ , é completamente drenada pela válvula agulha. Desta forma, o ponto  $F$  permanece estacionário, e o ganho de realimentação é determinado inteiramente pela realimentação rígida.

Por outro lado, para variações bruscas de  $\Delta y$ , o fluxo de óleo pela válvula agulha não é capaz de absorver a vazão provocada pelo movimento do pistão  $A_2$ , o que implica em uma variação na posição do pistão  $A_3$  e conseqüentemente do ponto  $F$ . O deslocamento de  $F$  é no sentido de reduzir a variação de  $x$ , o que equivale a reduzir transitoriamente o ganho de

Seção 2.5 Reguladores de Velocidade

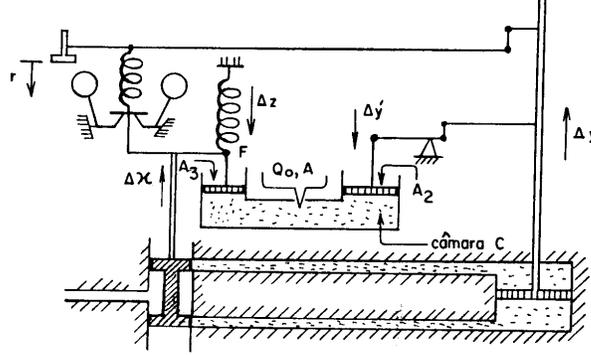


Figura 28: Regulador de velocidade com compensação de queda transitória.

realimentação.

Para obter a função de transferência desta realimentação transitória, considere inicialmente a aplicação da equação da continuidade na câmara *C* antes da válvula agulha:

$$A_2 \frac{d\Delta y'}{dt} = Q_0 - A_3 \Delta z \quad (2.78)$$

onde

$A_2, A_3$ : área dos pistões da câmara *C*;

$Q_0$ : vazão de óleo na válvula agulha;

$\Delta y', \Delta z$ : deslocamento dos pistões.

Se  $k_y$  é a relação entre os braços de alavanca que relaciona  $\Delta y$  e  $\Delta y'$ , então:

$$\Delta y' = k_y \Delta y \quad (2.79)$$

A vazão de óleo  $Q_0$  é proporcional à pressão do óleo:

$$Q_0 = k_Q \Delta P \quad (2.80)$$

Por outro lado, a variação de pressão sobre o óleo está diretamente ligada ao esforço da mola, o que pode ser observado pela soma das forças que agem sobre o pistão de área  $A_3$ , na posição de equilíbrio:

$$\Delta P \cdot A_3 = -k_m \cdot \Delta z \quad (2.81)$$

onde o sinal negativo advém do fato de que a força exercida pela mola é proporcional à com-

pressão da mola, que tem sentido oposto ao estabelecido para  $\Delta z$ .

De (2.80) e (2.81):

$$Q_0 = -\left(\frac{k_Q k_m}{A_3}\right)\Delta z \triangleq -k_q \Delta z \quad (2.82)$$

Substituindo-se (2.79) e (2.82) em (2.78):

$$k_y A_2 \Delta y = -k_q \Delta z - A_3 \Delta \dot{z} \quad (2.83)$$

ou, aplicando a transformada de Laplace com condições iniciais nulas:

$$\Delta z(s) + \frac{A_3}{k_q} s \Delta z(s) = -\frac{k_y A_2}{k_q} s \Delta y(s) \quad (2.84)$$

Definindo-se:

$$k_4 \triangleq \frac{k_y A_2}{k_q} \quad e \quad T_d \triangleq \frac{A_3}{k_q}$$

obtêm-se:

$$\Delta z(s) = -\frac{s k_4}{1 + s T_d} \Delta y(s) \quad (2.85)$$

Como a variação de  $\Delta z$  reflete-se diretamente em  $\Delta x$ , a inclusão da realimentação transitória dada pela Eq. (2.85) altera o diagrama de blocos da Fig. 21 como indicado na Fig. 29.

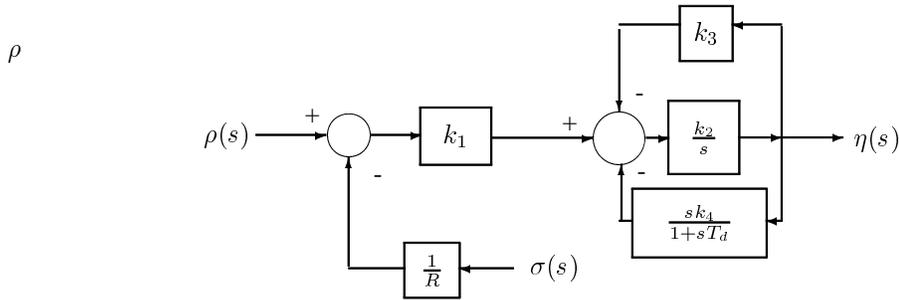


Figura 29: Diagrama de blocos detalhado de um regulador com queda de velocidade transitória

Da Eq. (2.85), observa-se que, para baixas frequências, o efeito de  $\Delta y$  sobre  $\Delta z$  é praticamente nulo, enquanto que, para altas frequências,  $\Delta z$  é proporcional a  $-\Delta y$ .

Seção 2.5 Reguladores de Velocidade

A função de transferência entre  $\eta(s)$  e  $\sigma(s)$  pode ser obtida da Fig. 29. Observa-se que  $\eta(s)/\sigma(s)$  é uma FT de segunda ordem, que pode ser fatorada e colocada na forma:

$$\frac{\eta(s)}{\sigma(s)} = -\frac{1}{R} \times \frac{1 + sT_r}{(1 + sT_1)(1 + s\frac{r}{R}T_r)} \quad (2.86)$$

onde o parâmetro  $r$  é chamado *estatismo transitório* (em contraposição a  $R$ , designado *estatismo permanente*) e  $T_r$  é a *constante de tempo do amortecedor hidráulico* de realimentação.

A Fig. 30 apresenta a resposta no tempo do regulador com compensação transitória a uma variação em degrau na velocidade (ver Diagrama de Blocos na Fig. 31).

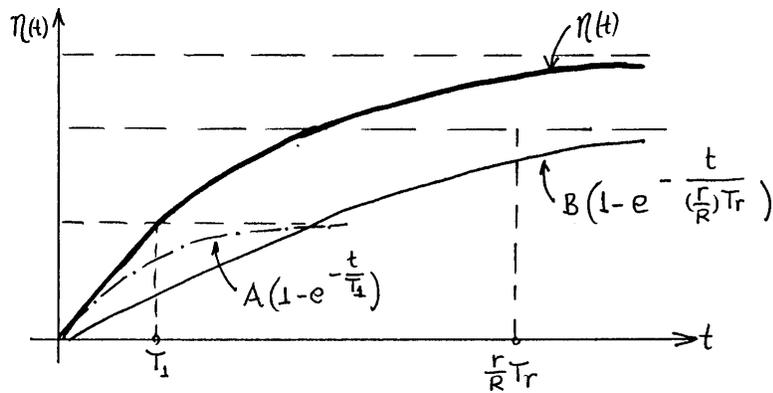


Figura 30: Resposta ao degrau de um regulador com compensação transitória.

Observa-se que, para baixas frequências ( $s \rightarrow 0$ ):

$$\frac{1}{R}C(s) \approx \frac{1}{R} \quad (2.87)$$

enquanto que, para altas frequências ( $s \rightarrow \infty$ ),

$$\frac{1}{R}C(s) \approx \frac{1}{r} \quad (2.88)$$

Em geral, o estatismo transitório é maior que o estatismo permanente, de modo que o efeito da compensação é portanto o de reduzir o ganho durante o transitório.

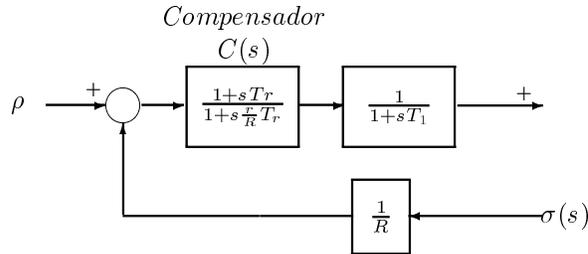


Figura 31: Diagrama de blocos de um regulador com compensação transitória

## 2.6 Tipos de Reguladores de Velocidade de Turbinas Hidráulicas

### 2.6.1 Introdução

Na sua forma mais simples os reguladores de velocidade de turbinas hidráulicas incluem as seguintes partes:

1. Um sensor de velocidade e uma referência de velocidade;
2. Amplificadores do erro de velocidade;
3. Um ou mais servomotores para variar a posição do distribuidor da unidade.

No passado, as partes correspondentes aos itens 1 e 2 consistiam de dispositivos mecânicos ou oleodinâmicos. Recentemente, amplificadores magnéticos ou eletrônicos tem sido usados. O uso de dispositivos elétricos ou eletrônicos tornou mais fácil o controle da abertura do distribuidor por outros sinais além da velocidade. No caso do regulador de velocidade a concepção do sistema permaneceu sem modificação. Mais recentemente, o projeto do regulador de velocidade eletro-hidráulico tem sido mudado mais profundamente com respeito ao regulador mecânico convencional e as possibilidades advindas do uso de sinais elétricos tem sido melhor exploradas. O regulador propriamente dito é um regulador eletrônico cuja saída é um sinal elétrico (e não o deslocamento de um servomotor piloto). Este sinal é “copiado” e transformado no deslocamento de um conjunto elétrico-hidráulico que compreende ainda o servomotor de potência.

Este “servo-posicionador”, se não se leva em conta a natureza de seu sinal de entrada, é igual ao que seguia a posição do servomotor piloto: aqui a entrada é um sinal elétrico cujo valor, em uma dada escala, representa a posição que deve assumir o servomotor, enquanto que, no outro caso, a entrada era um sinal mecânico (a posição do servomotor piloto).

Com tal estrutura, o esquema do regulador propriamente dito não necessita mais ser do tipo taco-acelerométrico ou de realimentação derivativa, mas pode assumir, sem nenhuma restrição, a configuração mais adequada para satisfazer a todas as características que hoje são exigidas de um regulador de velocidade de turbina. Uma configuração que oferece grande flexibilidade é aquela na qual os sinais das variações *PI*, *PID*, etc são somados imediata-

Seção 2.6 Tipos de Reguladores de Velocidade de Turbinas Hidráulicas

mente antes do servoposicionador(ver seção 2.6.3).

Nas seções seguintes são apresentados as estruturas dos reguladores tradicionais e dos reguladores com servo-posicionador.

**2.6.2 Regulador tradicional**

A estrutura convencional do regulador é geralmente do tipo de atraso de fase, podendo apresentar adicionalmente uma ação derivativa. Independentemente de ser mecânico ou elétrico, é baseado em dois esquemas clássicos:

- Com realimentação derivativa (ou com realimentação de queda temporária, ou ainda tacométrica)
- com acelerômetro (ou seja, com um sensor de velocidade que tem uma função de transferência  $PD$ ), também chamado tacho-acelerométrico.

O esquema deste regulador é dado na Fig. 32.

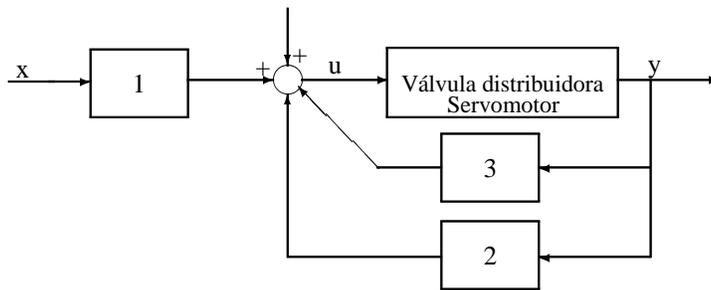


Figura 32: Esquema do princípio dos reguladores mecânicos e eletro-hidráulicos do tipo tradicional

Nesta figura tem-se a seguinte associação entre blocos e tipos de reguladores:

	<i>Regulador Tacho-acelerométrico</i>	<i>Regulador com Realimentação Derivativa</i>
1	Tacho-acelerômetro	Tacômetro
2	Realimentação estática	Realimentação estática
3	Eventual realimentação de velocidade do servomotor	Realimentação derivativa

Estes esquemas tem sido usados tanto em reguladores mecânico-hidráulicos quanto em reguladores eletro-hidráulicos.

A função de transferência genérica do regulador do tipo atraso de fase é frequentemente representada segundo a notação européia como:

$$\frac{\eta(s)}{\sigma(s)} = \frac{1}{b_p} \times \frac{1 + s \frac{T_x}{b_t'}}{1 + s \frac{T_x}{b_p}} \times G_T(s) \quad (2.89)$$

onde

$T_x$  - tempo característico de ação integral

$\frac{1}{b_t'}$  - coeficiente de ação proporcional, onde  $\frac{1}{b_t'} = \frac{1}{b_t + b_p} \approx \frac{1}{b_t}$

$b_p$  - estatismo permanente

$b_t$  - estatismo transitório

$G_T(s)$  - função de transferência que leva em conta retardos no taco-acelerômetro, amplificadores, servomotor, etc..

Lembremos que, segundo a notação americana vista anteriormente, a função de transferência genérica do regulador é representada como:

$$\frac{\eta(s)}{\sigma(s)} = \frac{1}{R} \times \frac{1 + sT_n}{1 + s \frac{T_n}{R}}$$

É fácil verificar que as relações entre os parâmetros das duas representações são:

$$\begin{aligned} R &= b_p \\ T_r &= \frac{T_x}{b_t} \\ r &= b_t \end{aligned}$$

Supondo-se  $b_p \rightarrow 0$ , a função de transferência (2.89) (sem considerar  $G_T(s)$ ) pode ser escrita como

$$\frac{\eta(s)}{\sigma(s)} = \frac{1}{sT_x} + \frac{1}{b_t'}$$

que mostra claramente as ações integral e proporcional.

No regulador tradicional, a realimentação da posição do servomotor principal é usada tanto para o estatismo permanente quanto para o estatismo transitório (no caso de regulador tacométrico). No entanto, a característica potência mecânica  $\times$  deslocamento do servomotor é não-linear, especialmente no caso de turbinas Pelton, o que ocasiona uma variação do estatismo com a carga. Por esta razão alguns reguladores de velocidade usam a realimentação da potência de saída em lugar da posição do servomotor. Com isto a função de transferência da turbina é incluída no laço de controle, o que ocasiona problemas de estabilidade quando a faixa de freqüências da realimentação de potência é larga. Este é o caso quando a realimentação transitória é derivada da potência de saída.

**2.6.2.1 Regulador taco-acelerométrico** Este regulador pode ser representado pelo diagrama de blocos mostrado na figura 33.

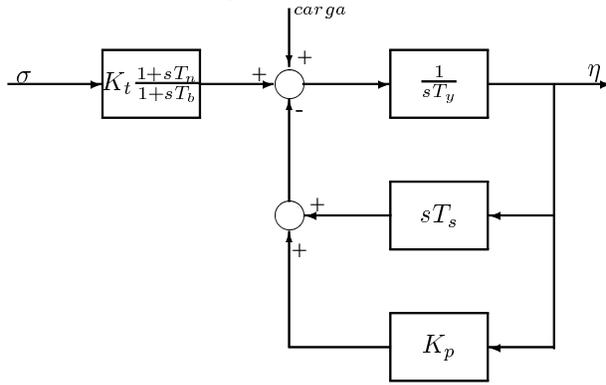


Figura 33: Regulador taco-acelerométrico

O regulador taco-acelerométrico explora a ação integral intrínseca do servomotor para obter a ação integral. A ação proporcional resulta do produto da ação derivativa do acelerômetro e da ação integral do servomotor. A realimentação da velocidade do servomotor (através de  $T_s$ ) é usada em alguns reguladores para permitir fixar mais precisamente o ganho integral.

Supondo  $T_b \approx 0$ , a função de transferência deste regulador é

$$\frac{\eta(s)}{\sigma(s)} = K_T(1 + sT_n) \frac{1}{K_p + s(T_y + T_s)} \quad (2.90)$$

ou

$$\frac{\eta(s)}{\sigma(s)} = \frac{K_T}{K_p} \frac{1 + sT_n}{1 + s \frac{T_y + T_s}{K_p}}$$

Comparando-se com a função de transferência dada pela Eq.(2.89), deve-se ter:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} &= \frac{K_T}{K_p} \\ \frac{r}{R} \times T_n &= \frac{T_y + T_s}{K_p} \end{aligned}$$

o que leva a

$$\frac{1}{r} = \frac{T_n}{T_y + T_s} K_T$$

Considerando a função de transferência  $\frac{\eta(s)}{\sigma(s)}$  com  $K_p \rightarrow 0$ , tem-se:

$$\frac{\eta(s)}{\sigma(s)} = \frac{K_T(1 + sT_n)}{s(T_y + T_s)} = \frac{K_T}{s(T_y + T_s)} + \frac{K_T T_n}{T_y + T_s}$$

Se não houver realimentação derivativa, então  $T_s = 0$ . Neste caso a ação integral depende de  $\frac{1}{T_y}$  e a ação proporcional depende de  $\frac{1}{T_y}$  e de  $T_n$ .

Os parâmetros deste regulador podem ser relacionados aos parâmetros da função de transferência genérica (2.89). Comparando-se (2.90) com (2.89) tem-se:

$$\begin{aligned} b_p &= \frac{K_p}{K_T} \\ T_x &= \frac{T_y}{K_T} \\ b_t' &= \frac{T_y}{T_n K_T} \end{aligned}$$

O termo  $\frac{1}{1+sT_b}$ , o qual nem sempre é desprezível, pode ser incluído em  $G_T(s)$ . A função de transferência com relação ao sinal de demanda da carga é:

$$\frac{\eta(s)}{\rho(s)} = \frac{1}{K_p} \frac{1}{1 + s \frac{T_y}{K_p}}$$

Observa-se que para obter-se uma resposta rápida a um sinal na referência de carga deve-se ter um alto ganho do integrador (baixo valor de  $T_y$ ).

**2.6.2.2 Regulador com realimentação derivativa (ou tacométrico)** Neste regulador tanto a ação proporcional quanto a ação integral resultam do efeito da realimentação transitória da abertura da válvula ou distribuidor (posição do servomotor principal).

O diagrama de blocos deste regulador é apresentado na Fig. 34.

Considerando apenas o laço de realimentação derivativa, tem-se a função de transferência:

$$\frac{\frac{1}{sT_y}}{1 + \frac{1}{sT_y} \frac{sK_d T_d}{1+sT_d}} = \frac{1 + sT_d}{s^2 T_y T_d + sT_y + sK_d T_d}$$

Como  $T_y \ll K_d T_d$ , tem-se:

$$\frac{1 + sT_d}{s^2 T_y T_d + sK_d T_d} = \frac{1 + sT_d}{sK_d T_d (1 + s \frac{T_y}{K_d})} \approx \frac{1 + sT_d}{sK_d T_d}$$

onde foi suposto  $\frac{T_y}{K_d}$  desprezível. Incluindo a realimentação estática, obtém-se a função de transferência:

$$\frac{\frac{1+sT_d}{sK_d T_d}}{1 + K_p \frac{1+sT_d}{sK_d T_d}} = \frac{1}{K_p} \times \frac{1 + sT_d}{1 + s \frac{T_d}{K_p} (K_p + K_d)}$$

Seção 2.6 Tipos de Reguladores de Velocidade de Turbinas Hidráulicas

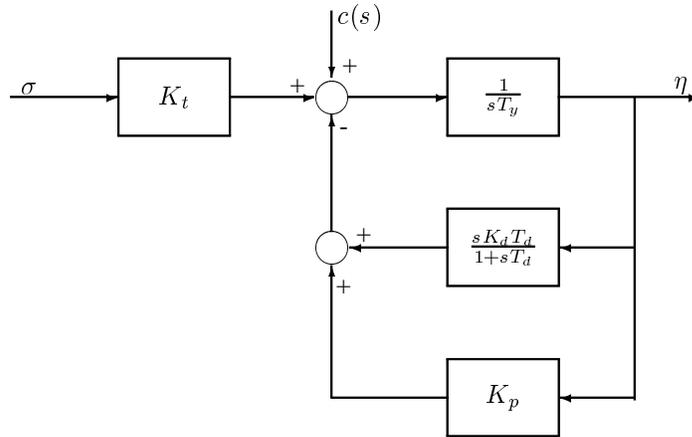


Figura 34: Regulador com realimentação derivativa

Logo

$$\frac{\eta(s)}{\sigma(s)} = \frac{K_T}{K_p} \frac{1 + sT_d}{1 + s\frac{T_d}{K_p}(K_p + K_d)} \quad (2.91)$$

Comparando-se com

$$\frac{1}{R} \times \frac{1 + sT_n}{1 + s\frac{r}{R}T_n}$$

tem-se

$$\frac{K_T}{K_p} = \frac{1}{R}$$

ou

$$\frac{1}{r} = \frac{K_T}{K_p + K_d}$$

Considerando a função de transferência  $\frac{\eta(s)}{\sigma(s)}$  com  $K_p \rightarrow 0$ :

$$\frac{\eta(s)}{\sigma(s)} = \frac{K_T}{sT_d K_d} + \frac{K_T}{K_d}$$

e tem-se uma parcela de ação integral e outra proporcional que dependem da realimentação transitória.

Do mesmo modo que no caso do regulador taco-acelerométrico, pode-se relacionar os parâmetros do regulador com os parâmetros da função de transferência genérica (2.89). Comparando-se (2.91) com (2.89) tem-se

$$\begin{aligned} b_p &= \frac{K_p}{K_T} \\ T_x &= \frac{T_d}{K_T}(K_p + K_d) \approx \frac{T_d : K_d}{K_T} \\ \frac{T_x}{b'_t} &= T_d \\ b'_t &= \frac{K_p + K_d}{K_T} \approx \frac{K_d}{K_T} \end{aligned}$$

A função de transferência com relação ao sinal de demanda de carga é obtida considerando-se as simplificações anteriores e é dada por:

$$\frac{\eta(s)}{\sigma(s)} = \frac{1}{K_p} \frac{1 + sT_d}{1 + s \frac{T_d}{K_p} (K_p + K_d)}$$

Observa-se que uma resposta rápida a um sinal de referência de carga é obtido se a constante  $T_d$  for reduzida. Do mesmo modo que no caso do regulador taco-acelerométrico isto equivale a um alto ganho da ação integral. No entanto, este ajuste pode degradar o controle de frequência, levando a um baixo amortecimento.

### 2.6.3 Regulador com servo-posicionador

Nos dois esquemas anteriores, a malha de realimentação compreende o conjunto atuador-servomotor. Os componentes hidráulicos de potência fazem portanto parte do regulador, não sendo apenas órgãos executores (atuadores) do regulador.

Seria desejável desvincular o regulador propriamente dito dos atuadores, isto é, da parte de potência que executa os comandos e que age sobre o distribuidor. Esta é a idéia fundamental da configuração moderna do regulador de velocidade.

Este regulador é eletrônico, e sua saída é um sinal elétrico. Este sinal é reproduzido e transformado em um deslocamento de um dispositivo eletro-hidráulico que inclui o servomotor de potência.

Com esta estrutura, o esquema do regulador propriamente dito não precisa ser taco-acelerométrico ou tacométrico: ele pode assumir a configuração que for mais conveniente, de modo a satisfazer as características hoje exigidas de um regulador. Sendo eletrônico, este tipo de regulador oferece maior flexibilidade para que sejam atendidas as várias condições de funcionamento.

O esquema deste regulador é dado na figura 35.

A estrutura do regulador com servo-posicionador apresenta as seguintes vantagens:

1. Independência dos canais para regulação primária e secundária e conseqüentemente

Seção 2.6 Tipos de Reguladores de Velocidade de Turbinas Hidráulicas

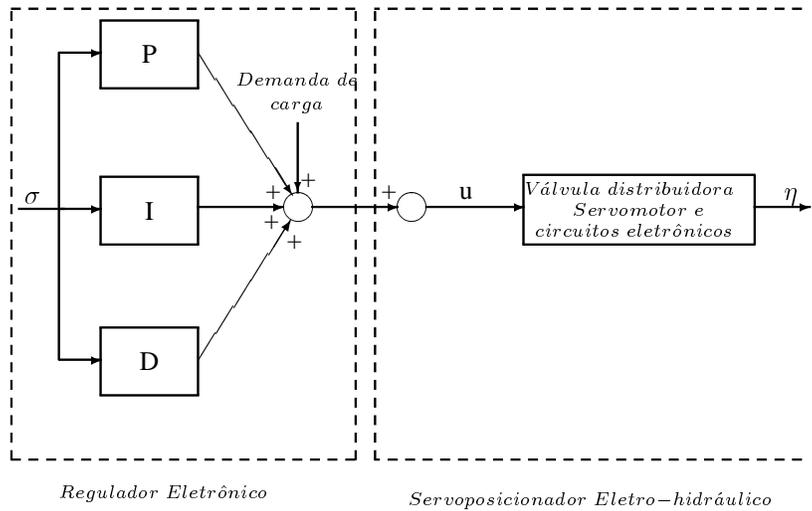


Figura 35: Regulador com servo-posicionador

- eliminação da comutação de parâmetros;
2. Disponibilidade de um canal de resposta rápida para a demanda de carga, independente do ajuste dos parâmetros para regulação primária e, por conseguinte eliminação das comutações na passagem de vazio para carga;
  3. Possibilidade de esquemas particulares para reduzir as variações máximas de frequência frente a grandes perturbações;
  4. Compensação em cascata da não-linearidade entre a abertura do distribuidor e a potência mecânica, e consequentemente possibilidade de uma frequência de corte mais alta.

O diagrama de blocos detalhado deste regulador é mostrado na Fig. 36.

A função de transferência do servo-posicionador é:

$$\frac{\eta(s)}{u(s)} = \frac{K_c}{K_c + sT_y} = \frac{1}{1 + s\frac{T_y}{K_c}} = \frac{1}{1 + sT_c}$$

$T_c$  é feita em geral bem pequena ( $\approx 0.1 \text{ seg}$ ), por efeito do alto ganho  $K_c$ , para reduzir a sensibilidade à pressão e temperatura do óleo, desgaste, etc.

Sem a ação derivativa, a qual é usada principalmente para sincronização, a função de transferência é:

$$\frac{\eta(s)}{\sigma(s)} = \frac{1}{b_t} + \frac{1}{b'_p(1 + s\frac{T_x}{b'_p})} = \frac{b'_p + b_t}{b_t b'_p} \times \frac{1 + s\frac{T_x}{b'_p + b_t}}{1 + s\frac{T_x}{b'_p}} \quad (2.92)$$

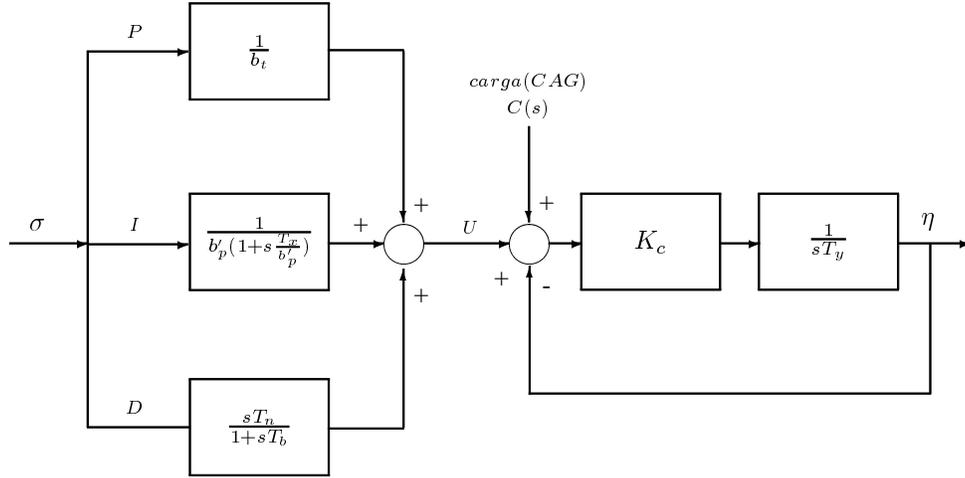


Figura 36: Diagrama de blocos detalhado do regulador com servo-posicionador

onde a função de transferência do servoposicionador foi aproximada por um ganho unitário. Para colocar esta função na forma

$$\frac{\eta(s)}{\sigma(s)} = \frac{1}{R} \times \frac{1 + sT_r}{1 + \frac{r}{R}T_r s}$$

deve-se ter

$$T_r = \frac{T_x}{b'_p + b_t}$$

$$R = \frac{b'_p b_t}{b'_p + b_t}$$

e

$$r = b_t$$

No caso em que  $b_t \gg b'_p$ , segue que  $R = b'_p$ .

A função de transferência (2.92) pode ser relacionada à função genérica (2.89). Tem-se então as seguintes relações, onde os parâmetros a esquerda são da função de transferência genérica e os da direita são da função de transferência do regulador com servoposicionador.

$$b'_t = b_t$$

## Seção 2.7 Exercícios

$$b_p = \frac{b'_p b_t}{b'_p + b_t} \text{ ou}$$
$$b_p \approx b'_p, \text{ para } b'_p \ll b_t$$

e  $T_x$  representa o mesmo parâmetro que aparece na Eq. (2.89).

A função de transferência entre a posição do servomotor e o sinal de demanda de carga é:

$$\frac{\eta(s)}{\rho(s)} = \frac{1}{1 + s \frac{T_y}{K_c}}$$

Como  $T_y/K_c$  é baixo, pode-se considerar que:

$$\frac{\eta(s)}{\rho(s)} = 1$$

## 2.7 Exercícios

- Os dados abaixo são referentes a um turbogerador:  
Potencia nominal de saída = 85.000 kw a 85% de fator de potência;  
Tensão nominal = 13.200 volts  
Velocidade nominal = 1.800 rpm  
Momento de inércia = 859.000 *libras* – *pés*<sup>2</sup>  
Número de polos = 4  
Frequência nominal = 60 Hz  
Calcule as seguintes quantidades:
  - Energia cinética em MJ (megajoules) à velocidade nominal;
  - Constante de inércia H;
  - Constante de inércia  $\mathcal{M}$  em MJ-seg/rad.
  - $\mathcal{M}$  em p.u. de  $MW - \text{seg}^2/\text{graus elétricos}$  (por brevidade, o valor de  $\mathcal{M}$  assim expresso é algumas vezes referido como valor em p.u. de  $\mathcal{M}$ ).
- Suponha que a máquina do Problema 1 alimenta uma carga como sistema isolado. A carga tem um coeficiente de sensibilidade à frequência de 16,67 MW/Hz. Construa o diagrama de blocos para o sistema isolado, compatível com o estudo de pequenas perturbações. Considere a variação de potência mecânica,  $\Delta P_m$ , e a variação da parcela da carga independente da frequência,  $\Delta P_L$ , como entradas. Os valores de potência devem estar expressos em p.u. do valor nominal de 1000 MW, e os desvios de velocidade devem aparecer em p.u. da velocidade correspondente à frequência nominal de 60 Hz. Os valores numéricos dos parâmetros do sistema devem ser explicitados no diagrama de blocos.
- Um hidrogerador de 25 MVA, 60Hz, entrega 20 MW através de uma linha de transmissão em circuito duplo a um sistema metropolitano que pode ser considerado como barra

infinita. A unidade geradora (incluindo turbina, etc) tem uma constante de inércia  $H = 2,76$  MJ/MVA à velocidade nominal. A reatância síncrona de eixo direto da máquina é de 1,10 p.u. na base da máquina. O circuito de transmissão tem resistência desprezível, e cada linha tem reatância de 0,20 p.u. em uma base de 25 MVA. A tensão interna do gerador é de 1,5 p.u. e a tensão do sistema metropolitano é de 1,0 p.u.

Construa o diagrama de blocos do sistema, explicitando parâmetros e torque de sincronização. Calcule o ângulo de torque correspondente à condição de operação explicitada.

4. A turbina de uma unidade térmica é composta de três estágios: alta pressão, pressão intermediária e baixa pressão. O vapor que sai do estágio de AP passa por um reaquecedor antes de ser introduzido no estágio de PI, e o vapor de saída deste último atravessa uma tubulação (“crossover”), cujo comportamento dinâmico é não- desprezível, em seu caminho para o estágio de BP. Se  $T_e$ ,  $T_R$  e  $T_{co}$  são as constantes de tempo da Câmara de vapor, do reaquecedor e da tubulação “crossover”, e  $F_{AP}$ ,  $F_{PI}$  e  $F_{BP}$  são as frações do torque da turbina desenvolvidas nos estágios de pressão alta, intermediária e baixa, respectivamente, construa um diagrama de blocos para o sistema da turbina.
5. Uma turbina a vapor com reaquecimento e de dois estágios (alta pressão e baixa pressão) apresenta os seguintes parâmetros:
  - ganho da válvula de controle de admissão de vapor = 1,0.
  - constante de tempo da câmara de vapor do estágio de alta pressão = 0,1s.
  - constante de tempo do reaquecedor = 10,0s
  - fração de torque desenvolvido no estágio de AP = 20%.

Determine a resposta no tempo da turbina a uma variação em degrau na abertura da válvula de controle, cuja amplitude é de 0,1 p.u.

Represente graficamente esta resposta de torque mecânico, no intervalo de tempo de 0 a 25s. Qual é o valor de tempo a partir do qual a resposta fica confinada a 5% do valor de regime? Este valor pode ser obtido a partir da função de transferência?

6. O conduto forçado de uma unidade hidráulica tem um comprimento de 150 m e diâmetro de 1,0 m. A altura de água do reservatório em relação ao nível da turbina é de 120 m, e a potência da unidade é de 36 MW. O rendimento do conjunto turbina-gerador é de 80%. Calcule e represente graficamente a resposta no tempo do conjunto conduto forçado-turbina a uma variação em degrau de amplitude 0,1 p.u. no distribuidor.
7. Construa o lugar das raízes para a malha de controle primário de velocidade de uma unidade térmica sem reaquecimento, com as características e parâmetros dados a seguir. A unidade apresenta dois estágios de amplificação do sinal de erro de velocidade (servomotor piloto e servomotor principal), ambos modelados como funções de transferência de 1a. ordem e ganho unitário. As respectivas constantes de tempo e demais parâmetros da malha de controle são:
  - $T_1$  (constante de tempo do servomotor piloto) = 0,1 s
  - $T_2$  (constante de tempo do servomotor principal) = 0,2 s
  - $T_c$  (constante de tempo da câmara de vapor) = 0,0667 s
  - $M$  (constante de inércia) = 10 s

Seção 2.7 Exercícios

$D$  (variação da carga com velocidade) = 0,0

$K_v$  (ganho das válvulas de vapor) = 0,625

Considere que o estatismo  $R$  é o parâmetro variável e determine o seu valor mínimo para que o sistema ainda permaneça estável.

8. Repita o exercício 7 considerando agora que a unidade a vapor é com reaquecimento, onde 20% da potência é gerada no estágio de alta pressão, e que a constante de tempo do reaquecedor é igual a 5,0 s. Além do estágio de AP, a unidade apresenta também um estágio de baixa pressão.
9. Mostre que o erro estático de velocidade da malha de controle primário de uma unidade sem reaquecimento, dotada de *regulador isócrono* e com coeficiente de variação da carga com a frequência  $D$  diferente de zero, é nulo.
10. Suponha que um regulador com queda de velocidade convencional, de ganho unitário e constante de tempo  $T_1 = 0,1$  s, é usado para controlar a velocidade de uma turbina hidráulica com  $T_w = 4,0$  s. Os parâmetros  $M$  e  $D$  são respectivamente iguais a 10,0 s e 0,0. Calcule o valor mínimo de estatismo para o qual o sistema ainda é estável. Na sua opinião, os valores admissíveis para  $R$  são compatíveis com a operação prática de sistemas de potência?
11. A Fig. (37) apresenta o diagrama de blocos aproximado de um regulador eletro-hidráulico do tipo taco-acelerométrico.  
Mostre que a função de transferência deste regulador, usado para turbinas hidráulicas, é de tipo:

$$F(s) = \frac{1 + sT_r}{R(1 + s\frac{T_r}{R})}$$

e determine os estatismos permanente,  $R$ , e transitório,  $r$ .

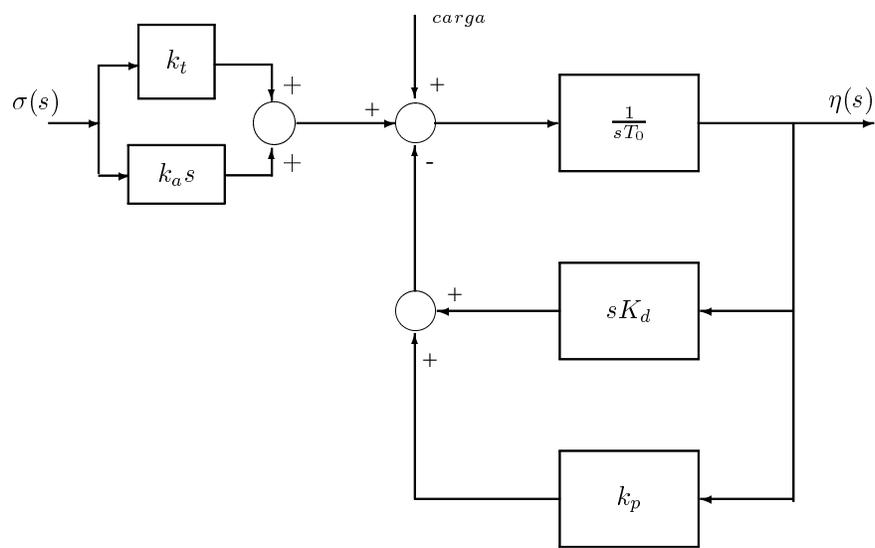


Figura 37: Regulador eletro-hidráulico do tipo taco-acelerométrico