

Fluxo de Potência - Método de Newton

Roberto de S. Salgado

1. Introdução

O cálculo do fluxo de potência é uma das mais importantes soluções requeridas na análise de sistemas de transmissão. Os resultados deste tipo de cálculo são extensivamente utilizados durante os estágios de projeto, planejamento e operação dos sistemas de potência. Deseja-se em geral, determinar as gerações de potência ativa e reativa de forma que:

- a demanda seja satisfeita;
- o perfil de tensão esteja dentro de limites pré-especificados;
- as linhas de transmissão e os equipamentos operem sem sobrecarga;

A ferramenta computacional adequada para este tipo de tarefa é o programa computacional de Fluxo de Potência, o qual resolve iterativamente as equações não lineares da rede elétrica, conforme é mostrado nas seções seguintes.

2. Fluxo de Potência em Linhas de Transmissão e Transformadores

Considere uma linha de transmissão conectando duas barras i e j , cujo circuito π -equivalente é mostrado na figura 2.1. Suponha ainda que

- os fasores que representam as tensões nodais complexas, expressos como $\mathbf{V}_i = V_i \angle \delta_i$ e $\mathbf{V}_j = V_j \angle \delta_j$ são conhecidos;
- a impedância série da linha de transmissão é conhecida e expressa como $\mathbf{z}_{ser} = R_{ij} + jX_{ij} (\Omega)$;

- a condutância em paralelo da linha de transmissão é desprezível, e portanto a admitância shunt se reduz a susceptância capacitiva, ou seja $\mathbf{Y}_{sh} = jB_{sh}$;
- as potências aparentes \mathbf{S}_{ij} e \mathbf{S}_{ji} são consideradas positivas quando se afastam das barras i e j , respectivamente.

O fasor corrente que flui da barra i para a barra j é dado por

$$\mathbf{I}_{ij} = \frac{\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_j}{R_{ij} + jX_{ij}}$$

e a correspondente potência aparente é

$$\mathbf{S}'_{ij} = P'_{ij} + jQ'_{ij} = \mathbf{V}_i \mathbf{I}_{ij}^* = \mathbf{V}_i \left(\frac{\mathbf{V}_i^* - \mathbf{V}_j^*}{R_{ij} - jX_{ij}} \right)$$

$$\mathbf{S}'_{ij} = \frac{1}{R_{ij} - jX_{ij}} (V_i^2 - V_i V_j \angle (\delta_i - \delta_j))$$

Denotando a defasagem entre os fasores tensão nas barras i e j como $\delta_{ij} = (\delta_i - \delta_j)$, a qual é chamada *ângulo de potência* ou *abertura* da linha de transmissão, e expandindo a última equação obtém-se

$$\mathbf{S}'_{ij} = \frac{R_{ij} + jX_{ij}}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2} [V_i^2 - V_i V_j (\cos \delta_{ij} + j \sen \delta_{ij})]$$

E, separando a última expressão em partes real e imaginária,

$$P'_{ij} = \frac{1}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2} (R_{ij} V_i^2 - R_{ij} V_i V_j \cos \delta_{ij} + X_{ij} V_i V_j \sen \delta_{ij})$$

$$Q'_{ij} = \frac{1}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2} (X_{ij} V_i^2 - X_{ij} V_i V_j \cos \delta_{ij} - R_{ij} V_i V_j \sen \delta_{ij})$$

Desde que a condutância shunt da linha de transmissão é desprezível, nenhuma potência ativa flui pelo ramo paralelo da linha, e portanto

$$P_{ij} = P'_{ij}$$

Isto não acontece no caso do fluxo de potência reativa, para o qual

$$Q_{ij} = Q'_{ij} + Q_{shi}$$

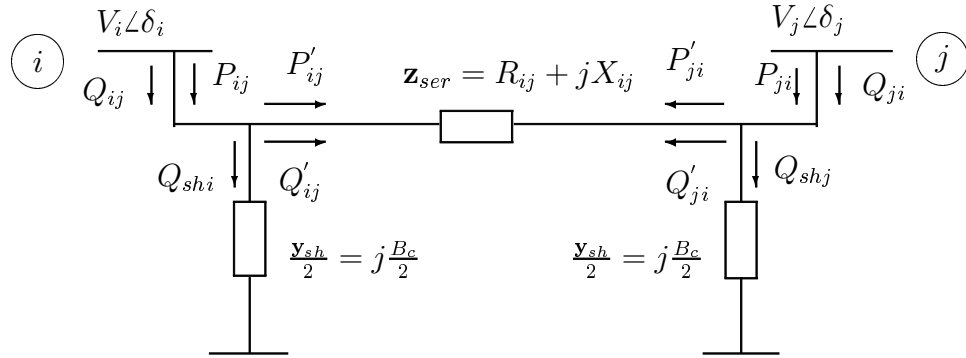


Figura 2.1: Circuito π -equivalente - LT conectando duas barras

A potência aparente que flui no ramo shunt relativo a barra i é dada por

$$\mathbf{S}_{shi} = \mathbf{V}_i \mathbf{I}_{shi}^* = \mathbf{V}_i \left(\frac{\mathbf{V}_i \mathbf{y}_{sh}}{2} \right)^* = -j \frac{V_i^2 B_c}{2}$$

e então

$$Q_{shi} = -\frac{V_i^2 B_c}{2}$$

Portanto, os fluxos de potência ativa e reativa numa linha de transmissão são expressos como

$$P_{ij} = \frac{1}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2} (R_{ij} V_i^2 - R_{ij} V_i V_j \cos \delta_{ij} + X_{ij} V_i V_j \sin \delta_{ij})$$

$$Q_{ij} = -\frac{V_i^2 B_c}{2} + \frac{1}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2} (X_{ij} V_i^2 - X_{ij} V_i V_j \cos \delta_{ij} - R_{ij} V_i V_j \sin \delta_{ij})$$

De maneira análoga, desde que $\delta_{ij} < 90^\circ$ e portanto $\sin \delta_{ij} = -\sin \delta_{ji}$ e $\cos \delta_{ij} = \cos \delta_{ji}$, os fluxos de potência ativa e reativa da barra j para a barra i são

$$P_{ji} = \frac{1}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2} (R_{ij} V_j^2 - R_{ij} V_i V_j \cos \delta_{ji} + X_{ij} V_i V_j \sin \delta_{ji})$$

$$Q_{ji} = -\frac{V_j^2 B_c}{2} + \frac{1}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2} (X_{ij} V_j^2 - X_{ij} V_i V_j \cos \delta_{ji} - R_{ij} V_i V_j \sin \delta_{ji})$$

As perdas de potência ativa e reativa são dadas respectivamente por

$$P_L = P_{ij} + P_{ji}$$

$$Q_L = Q_{ij} + Q_{ji}$$

Definindo a condutância e a susceptância séries da linha de transmissão como

$$g_{ij} = \frac{R_{ij}}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2}$$

e

$$b_{ij} = \frac{-X_{ij}}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2}$$

os fluxos de potência ativa P_{ij} e P_{ji} são expressos respectivamente como

$$P_{ij} = g_{ij}V_i^2 - g_{ij}V_iV_j\cos\delta_{ij} - b_{ij}V_iV_j\sin\delta_{ij}$$

$$P_{ji} = g_{ij}V_j^2 - g_{ij}V_iV_j\cos\delta_{ij} + b_{ij}V_iV_j\sin\delta_{ij}$$

Da soma desses dois fluxos resulta

$$P_{ij} + P_{ji} = g_{ij}(V_i^2 + V_j^2) - 2g_{ij}V_iV_j\cos\delta_{ij}$$

ou seja,

$$P_{ij} + P_{ji} = g_{ij}|\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_j|^2$$

Identificando nesta última expressão o termo $|\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_j|$ como a magnitude da queda de tensão no elemento série da linha de transmissão, a soma dos dois fluxos pode ser reconhecida como a perda ôhmica de potência na LT.

De maneira análoga os fluxos de potência reativa Q_{ij} e Q_{ji} são expressos respectivamente como

$$Q_{ij} = -V_i^2\frac{B_c}{2} + (-b_{ij}V_i^2 + b_{ij}V_iV_j\cos\delta_{ij} - g_{ij}V_iV_j\sin\delta_{ij})$$

e

$$Q_{ji} = -V_j^2\frac{B_c}{2} + (-b_{ij}V_j^2 + b_{ij}V_iV_j\cos\delta_{ji} + g_{ij}V_iV_j\sin\delta_{ij})$$

e a soma $Q_L = Q_{ij} + Q_{ji}$ é dada por

$$Q_{ij} + Q_{ji} = -\frac{B_c}{2}(V_i^2 + V_j^2) - b_{ij}(V_i^2 + V_j^2 - 2V_iV_j\cos\delta_{ij})$$

ou seja,

$$Q_{ij} + Q_{ji} = -\frac{B_c}{2}(V_i^2 + V_j^2) - b_{ij}|\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_j|$$

O primeiro termo desta equação pode ser identificado como a geração de potência reativa nos elementos shunt, enquanto que o segundo pode ser interpretado como a perda de potência reativa no elemento série da linha de transmissão. (Observe que em linhas reais $b_{ij} < 0$ e $B_c > 0$).

Deve ser observado, que em todas essas expressões as potências são expressas em valores por fase e as tensões são medidas entre fase e neutro (em *watt*, *var*, *volt* etc).

- **Exemplo:** Considere uma linha de transmissão conectando as barras i e j , a qual apresenta as seguintes características: $\mathbf{z}_{ser} = 5,0 + j40,0 \Omega/fase$, B_{shunt} desprezível. Determine para os 3 casos mostrados na tabela 2.1:
 - as potências ativa e reativa em ambos os extremos da linha de transmissão;
 - as perdas de potência ativa e reativa na linha de transmissão.

Interprete os resultados obtidos.

Caso	1	2	3
V_i	345 kV	345 kV	345 kV
V_j	360 kV	345 kV	360 kV
δ_{ij}	10^0	10^0	15^0

Table 2.1: Dados para o exemplo

No caso de linhas de transmissão contendo transformadores, em geral a resistência e a capacitância da linha são desprezíveis, isto é $R_{ij} = 0$ e $B_c = 0$, de forma que as equações anteriores se transformam em

$$P_{ij} = \frac{V_i V_j}{X_{ij}} \text{sen } \delta_{ij} \quad P_{ji} = -P_{ij}$$

$$Q_{ij} = \frac{1}{X_{ij}}(V_i^2 - V_i V_j \cos \delta_{ij})$$

$$Q_{ji} = \frac{1}{X_{ij}}(V_j^2 - V_i V_j \cos \delta_{ij})$$

A primeira destas equações permite analisar a capacidade de transmissão de uma linha em termos de fluxo de potência ativa, sob o ponto de vista do limite de estabilidade estática. Isto pode ser feito assumindo que a magnitude da tensão nos extremos da linha de transmissão é mantida constante (o que pode ser efetuado através do controle de potência reativa). Neste caso,

$$P_{max} = \frac{V_i V_j}{X_{ij}}$$

e

$$P_{ij} = P_{max} \sin \delta_{ij}$$

Quando um aumento na demanda de uma das barras requer o crescimento de potência transmitida, isto ocorre por meio de um aumento na defasagem angular entre as tensões nodais \mathbf{V}_i e \mathbf{V}_j . A figura 2.2 ilustra a relação entre essas variáveis. A análise desta figura permite as seguintes observações:

- o sinal da potência ativa varia com a mudança de sinal da defasagem angular; o sentido do fluxo de potência é determinado pelo fasor tensão que está em avanço.
- quando $\delta_{ij} = 90^\circ$, $P_{ij} = P_{max}$, o que implica em que o limite de estabilidade estática é atingido. Se $\delta_{ij} > 90^\circ$ o sincronismo entre as barras i e j é perdido. A partir deste ponto a potência transmitida começa a decrescer com o aumento da defasagem angular.
- o termo $P_{max} = \frac{V_i V_j}{X_{ij}}$ é chamado **potência de escape** ou **capacidade de transmissão** da LT. Este termo, o qual representa a potência máxima que a linha de transmissão pode transmitir sem ultrapassar o limite de estabilidade estática,
 - aumenta com o quadrado da magnitude da tensão de transmissão;
 - decresce com o aumento da reatância da LT.

o que explica porque é desejável utilizar altas tensões de transmissão em sistemas com baixos valores de reatâncias série.

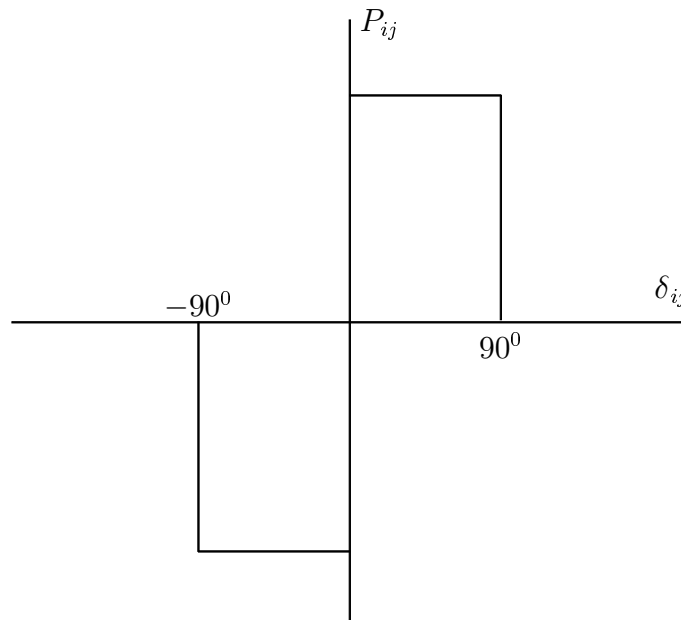


Figura 2.2: Transmissão de Potência ativa entre duas barras

- **Exemplo:** Determine a capacidade de transmissão de uma linha:
 - de 160 *km* de comprimento, operando a 230 *kV*, constituída de um condutor por fase, com reatância série de 0,52 Ω/km – *por fase*.
 - de 160 *km* de comprimento, operando a 765 *kV*, constituída de quatro condutores por fase, com reatância série de 0,34 Ω/km – *por fase*.

3. Formulação Básica

O fluxo de potência representa uma solução das equações da rede elétrica, onde as linhas de transmissão são representadas por um circuito equivalente π e as cargas e a geração por uma injeção nodal de corrente equivalente. O problema requer a solução de um conjunto de equações não lineares. A não-linearidade origina-se na expressão da injeção de corrente, a qual é expressa como

$$\mathbf{I}_i = \frac{\mathbf{S}_i^*}{\mathbf{V}_i^*}$$

onde o fasor tensão \mathbf{V}_i é desconhecido. A subseção seguinte estabelece as equações não lineares resolvidas no problema de fluxo de potência.

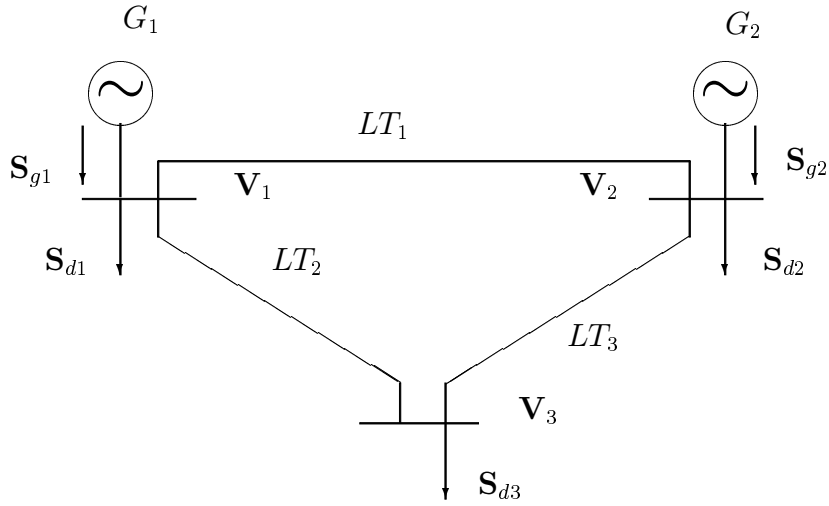


Figura 3.1: Diagrama unifilar - Fluxo de potência via método C.A.

3.1. Equações Estáticas do Fluxo de Potência

Considere o diagrama unifilar mostrado na figura 3.1.

A cada barra estão associadas seis variáveis da seguinte forma:

- Barra 1: P_{g1} , Q_{g1} , P_{d1} , Q_{d1} , V_1 , e δ_1 ;
- Barra 2: P_{g2} , Q_{g2} , P_{d2} , Q_{d2} , V_2 , e δ_2 ;
- Barra 3: P_{g3} , Q_{g3} , P_{d3} , Q_{d3} , V_3 , e δ_3 .

Para simplificar a representação do circuito equivalente, reduz-se o número de variáveis por barra agrupando-se as potências geradas e consumidas, resultando deste procedimento o que é chamada a **injeção de potência da barra**, isto é

$$\mathbf{S}_1 = \mathbf{S}_{g1} - \mathbf{S}_{d1} = (P_{g1} - P_{d1}) + j(Q_{g1} - Q_{d1}) = P_1 + jQ_1$$

$$\mathbf{S}_2 = \mathbf{S}_{g2} - \mathbf{S}_{d2} = (P_{g2} - P_{d2}) + j(Q_{g2} - Q_{d2}) = P_2 + jQ_2$$

$$\mathbf{S}_3 = \mathbf{S}_{g3} - \mathbf{S}_{d3} = (P_{g3} - P_{d3}) + j(Q_{g3} - Q_{d3}) = P_3 + jQ_3$$

Essas injeções de potência por sua vez estão relacionadas às injeções de corrente correspondentes a geração e demanda de potência em cada barra, ou seja

$$\mathbf{J}_1 = \mathbf{J}_{g1} - \mathbf{J}_{d1}$$

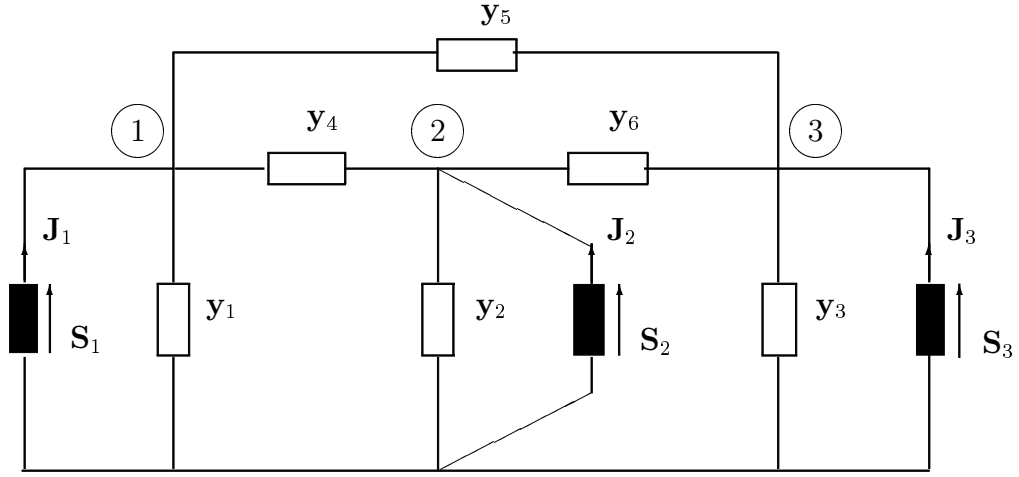


Figura 3.2: Circuito Equivalente - Fluxo de Potência via método C.A.

$$\mathbf{J}_2 = \mathbf{J}_{g2} - \mathbf{J}_{d2}$$

$$\mathbf{J}_3 = \mathbf{J}_{g3} - \mathbf{J}_{d3}$$

Com estas simplificações, o circuito equivalente é representado conforme mostra a figura 3.1, onde \mathbf{y}_1 , \mathbf{y}_2 , e \mathbf{y}_3 incluem as susceptâncias shunt das linhas de transmissão 1 – 2, 1 – 3 e 2 – 3.

A aplicação do método dos nós ao circuito mostrado na figura 3.1 resulta nas seguintes equações:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 \\ \mathbf{J}_2 \\ \mathbf{J}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{y}_1 + \mathbf{y}_4 + \mathbf{y}_5) & -\mathbf{y}_4 & -\mathbf{y}_5 \\ -\mathbf{y}_4 & (\mathbf{y}_2 + \mathbf{y}_4 + \mathbf{y}_6) & -\mathbf{y}_6 \\ -\mathbf{y}_5 & -\mathbf{y}_6 & (\mathbf{y}_3 + \mathbf{y}_5 + \mathbf{y}_6) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{V}_3 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

ou, em forma compacta,

$$\mathbf{J}_{barra} = \mathbf{Y}_{barra} \mathbf{V}_{barra}$$

$$\mathbf{V}_{barra} = \mathbf{Z}_{barra} \mathbf{J}_{barra}$$

onde, \mathbf{J}_{barra} é o vetor das injeções de correntes nas barras; \mathbf{Y}_{barra} é a matriz admitância de barra, $\mathbf{Z}_{barra} = \mathbf{Y}_{barra}^{-1}$ é a matriz impedância de barra, e \mathbf{V}_{barra} é o vetor das tensões de barra.

Desde que na análise de sistemas elétricos é mais conveniente expressar as equações em termos de potência elétrica, e considerando que

$$\mathbf{S}_i = \mathbf{V}_i \mathbf{J}_i^*$$

então

$$\mathbf{J}_1 = \frac{\mathbf{S}_1^*}{\mathbf{V}_1^*} = \frac{P_1 - jQ_1}{\mathbf{V}_1^*}$$

$$\mathbf{J}_2 = \frac{\mathbf{S}_2^*}{\mathbf{V}_2^*} = \frac{P_2 - jQ_2}{\mathbf{V}_2^*}$$

$$\mathbf{J}_3 = \frac{\mathbf{S}_3^*}{\mathbf{V}_3^*} = \frac{P_3 - jQ_3}{\mathbf{V}_3^*}$$

A substituição dessas equações na equação 3.1 fornece

$$\begin{bmatrix} \frac{P_1 - jQ_1}{\mathbf{V}_1^*} \\ \frac{P_2 - jQ_2}{\mathbf{V}_2^*} \\ \frac{P_3 - jQ_3}{\mathbf{V}_3^*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{y}_1 + \mathbf{y}_4 + \mathbf{y}_5) & -\mathbf{y}_4 & -\mathbf{y}_5 \\ -\mathbf{y}_4 & (\mathbf{y}_2 + \mathbf{y}_4 + \mathbf{y}_6) & -\mathbf{y}_6 \\ -\mathbf{y}_5 & -\mathbf{y}_6 & (\mathbf{y}_3 + \mathbf{y}_5 + \mathbf{y}_6) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{V}_3 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Em termos genéricos, as equações 3.2 podem ser expressas como

$$P_i - jQ_i = \mathbf{V}_i^* \sum_{j=1}^n \mathbf{Y}_{ij} \mathbf{V}_j \quad (3.3)$$

Portanto, ao sistema de três barras mostrado na figura 3.1 estão associadas 18 variáveis, e são obtidas 3 equações não lineares e complexas, as quais podem ser decompostas em 6 equações reais. Desde que o número de equações (6) é menor do que o de incógnitas (18), um conjunto de 12 variáveis deve ter o seu valor especificado. Para fazer isto deve-se notar que:

- as demandas de potência ativa e reativa são conhecidas com precisão e portanto podem ser consideradas como variáveis especificadas;
- a magnitude da tensão (ou opcionalmente a geração de potência reativa) das barras de geração é uma variável controlada;
- apesar das equações do fluxo de potência serem expressas em termos de diferenças angulares entre os fasores tensão nodal, deseja-se na verdade conhecer os ângulos desses fasores. Para isto, um ângulo pode ser tomado como referência, de forma que todos os outros são expressos em relação a este;

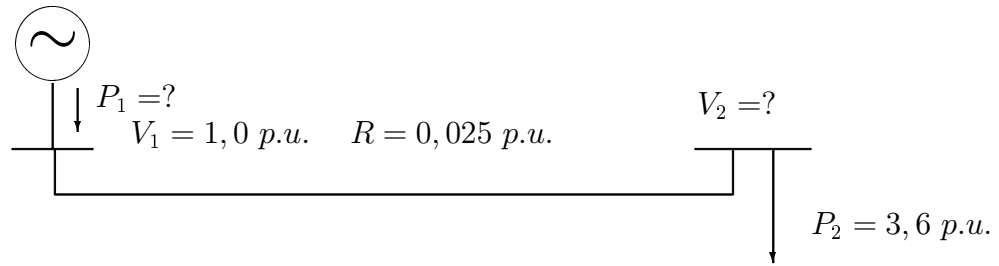


Figura 3.3: Diagrama unifilar para o problema exemplo

- desde que as perdas de potência nas linhas de transmissão não são conhecidas, a potência de todos geradores não deve ser especificada a priori simultaneamente, isto é, uma geração deve permanecer em aberto para suprir as mesmas. Por esta razão, a magnitude da tensão nesta barra é especificada e o seu ângulo tomado como referência.

Para um sistema de n barras, correspondem $6n$ variáveis, n equações não lineares e complexas, ou seja, $2n$ equações reais e não lineares. As seguintes observações devem ser feitas em relação a estas últimas:

- desde que representam o modelo estático do sistema de potência isto é, a rede elétrica operando em regime permanente, estas equações são algébricas;
- a análise das mesmas mostra que elas são não lineares, e que relacionam tensões e potências; a sua solução requer o uso de métodos numéricos iterativos;
- a frequência aparece implicitamente através dos parâmetros da rede elétrica.

A não-linearidade das equações do fluxo de potência pode ser compreendida analisando-se o sistema mostrado na figura 3.3, no qual são utilizados apenas números reais, e onde P_{ij} e Q_{ij} são os fluxos de potência ativa e reativa, respectivamente, que fluem da barra i para a barra j ; \mathbf{V}_i e \mathbf{V}_j são as tensões complexas nas barras i e j , respectivamente; \mathbf{y}_{ij} é a admitância série da linha de transmissão; e \mathbf{y}_{sh} é a admitância shunt da linha de transmissão. Para este sistema considere $V_1 = 1,0 p.u.$; $R_{12} = 0,025 p.u.$ e $P_2 = 3,6 p.u.$ Desprezando-se a admitância shunt da linha de transmissão, deseja-se calcular V_2 e P_1 .

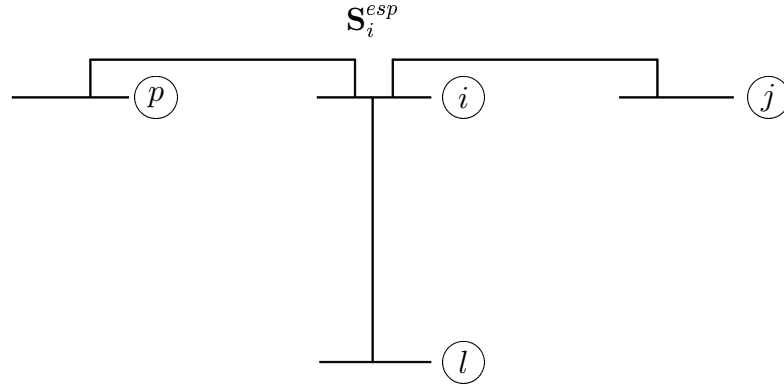


Figura 3.4: Nó genérico - Fluxo de potência via método C.A.

3.2. Fluxo de Potência C.A.

O problema de fluxo de potência geral A.C. pode ser formulado considerando o i - *ésimo* nó de um sistema de potência genérico, conforme mostra a figura 3.4.

De acordo com as leis de Kirchoff,

$$\frac{\mathbf{S}_i^*}{\mathbf{V}_i^*} = \sum_{k=1}^n \mathbf{Y}_{ik} \mathbf{V}_k$$

ou,

$$\mathbf{S}_i^* = \mathbf{V}_i^* \sum_{k=1}^n \mathbf{Y}_{ik} \mathbf{V}_k$$

ou ainda, em coordenadas polares,

$$\mathbf{S}_i^* = (V_i \angle -\delta_i) \sum_{k=1}^n \mathbf{Y}_{ik} (V_k \angle \delta_k)$$

$$\mathbf{S}_i^* = V_i \sum_{k=1}^n \mathbf{Y}_{ik} (V_k \angle \delta_{ki})$$

onde $\delta_{ki} = \delta_k - \delta_i$.

Separando as partes real e imaginária da última expressão, obtém-se

$$P_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}) = V_i \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}) V_k$$

$$Q_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}) = V_i \sum_{k=1}^n (G_{ik} \sin \delta_{ik} - B_{ik} \cos \delta_{ik}) V_k$$

onde G_{ik} e B_{ik} são elementos da matriz admitância de barra.

Para a solução numérica destas equações, em geral assume-se que o sistema trifásico é balanceado, com a rede de transmissão representada pelas correspondentes impedâncias de seqüência positiva. Em forma matricial, a equação da tensão nodal complexa pode ser escrita como

$$\mathbf{YV} = \mathbf{I} \quad (3.4)$$

onde \mathbf{I} representa o equivalente nodal das correntes injetadas e é calculado de

$$\mathbf{I}_i = \frac{\mathbf{S}_i^*}{\mathbf{V}_i^*} \quad (3.5)$$

onde \mathbf{S}_i^* é a geração líquida de potência na barra i , isto é

$$\mathbf{S}_i^* = (P_{gi} - P_{di}) - j(Q_{gi} - Q_{di}) = P_i - jQ_i$$

Denotando por \mathbf{V}_i^r a tensão complexa na i - ésima iteração, e por

$$\Delta \mathbf{S}_i = \mathbf{S}_i^{esp} - \mathbf{V}_i^r \mathbf{I}_i^{*r} = \Delta P_i + j\Delta Q_i$$

a potência aparente incremental, é possível escrever

$$\Delta P_i = P_i^{esp} - V_i \sum_{k=1}^n (G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}) V_k$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{esp} - V_i \sum_{k=1}^n (G_{ik} \sin \delta_{ik} - B_{ik} \cos \delta_{ik}) V_k$$

Os cálculos dos fluxos de potência são em geral estabelecidos de uma forma tal que as tensões complexas (magnitude e ângulo ou partes real e imaginária) são determinados para que as potências ativas P^{esp} e reativa Q^{esp} das cargas e de determinados geradores sejam mantidas em valores especificados. Além disso, é desejado que a magnitude da tensão V^{esp} e a potência ativa P^{esp} em certas barras de geração também sejam mantidas em valores especificados. O objetivo do fluxo de potência é calcular a tensão complexa (módulo e ângulo) nas barras do sistema e, à partir desses valores junto com a topologia e os parâmetros da rede elétrica, determinar os fluxos de potência ativa e reativa nas linhas de transmissão.

3.3. Classificação das Barras

Observa-se que quatro variáveis (P_i , Q_i , V_i e δ_i) estão associadas a cada barra. Conforme visto nas seções anteriores, duas dessas variáveis devem ser especificadas de forma que as outras duas possam ser calculadas. Dependendo da especificação das variáveis, as barras podem ser divididas em três tipos:

- **Barra PQ** ou de **Carga**: neste tipo de barra, há predominância da demanda sobre as outras variáveis, não existindo na grande maioria dos casos geração de potência na barra. Neste caso, as injeções de potência ativa (\mathbf{P}^{esp}) e reativa (\mathbf{Q}^{esp}) são especificadas e a magnitude (V_i) e o ângulo (δ_i) da tensão nodal são calculados através da solução das equações da rede elétrica; portanto para uma barra de carga

$$\mathbf{S}_i^{esp} = (P_{gi}^{esp} - P_{di}) + j(Q_{gi}^{esp} - Q_{di}) = (\mathbf{V}_i \mathbf{I}_i^*)^{esp} \quad (3.6)$$

- **Barra PV** ou de **tensão controlada**: neste tipo de barra, a injeção de potência ativa (\mathbf{P}^{esp}) e a magnitude (V_i) da tensão são especificados e o ângulo (δ_i) da tensão nodal e a injeção de potência reativa (\mathbf{Q}^{esp}) são calculados; observe que para viabilizar estas especificações é preciso que pelo menos um dispositivo de controle da magnitude da tensão esteja disponível; para uma barra de tensão controlada

$$P_i^{esp} = (P_{gi}^{esp} - P_{di}) = \text{Re}(\mathbf{V}_i \mathbf{I}_i^*)^{esp} \quad (3.7)$$

e

$$V_i^{esp} = \sqrt{e_i^2 + f_i^2} \quad (3.8)$$

onde e_i e f_i são as partes real e imaginária da tensão complexa.

- **Barra de folga**, ou **swing**, ou **slack** ou **de referência**: neste caso, a magnitude (V_i) e o ângulo (δ_i) da tensão são especificados e as injeções de potência ativa (P^{esp}) e reativa (Q^{esp}) são calculadas. Note que, o objetivo do fluxo de potência é calcular as tensões nodais e a partir daí determinar os fluxos de potência nas linhas de transmissão, a partir dos quais as perdas de potência ativa na rede elétrica podem ser determinadas. Desde que a priori as perdas não são conhecidas sem a solução do fluxo de potência, é conveniente para os cálculos numéricos, selecionar como nó de referência, uma barra onde as injeções de potência não tenham sido especificadas.

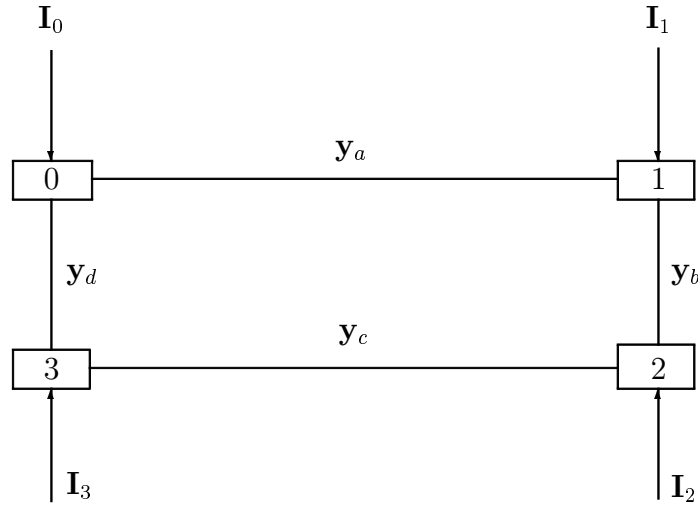


Figura 3.5: Sistema de 4 barras - exemplo

3.4. Equações do Fluxo de Potência

As equações do fluxo de potência podem ser estabelecidas através de diferentes maneiras. Por exemplo, de uma forma generalizada expressa em termos matriciais como

$$\mathbf{Y}'\mathbf{V}' = \mathbf{I}'$$

onde a matriz \mathbf{Y}' é obtida da matriz admitância de barra original \mathbf{Y} simplesmente omitindo-se a linha e a coluna correspondentes ao nó de referência. As novas tensões \mathbf{V}' são as tensões nodais do sistema com aquela relativa a barra de folga omitida. Apenas algumas das correntes nodais são levemente modificadas pelo termo $\mathbf{Y}_{i0}\mathbf{V}_0$, onde \mathbf{Y}_{i0} representa a admitância do ramo conectado entre o nó i e o nó de referência 0. Assim, visando simplificar a notação, suponha que na equação 3.4 a barra de folga é excluída.

Para ilustrar esta forma de estabelecer as equações da rede elétrica, considere o sistema de 4 barras mostrado na figura 3.5, onde o nó 0 representa a barra de referência. Este sistema é descrito pelo seguinte conjunto de equações:

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{y}_a + \mathbf{y}_b) & -\mathbf{y}_b & 0 \\ -\mathbf{y}_b & (\mathbf{y}_b + \mathbf{y}_c) & -\mathbf{y}_c \\ 0 & -\mathbf{y}_c & (\mathbf{y}_c + \mathbf{y}_d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{V}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{I}_1 + \mathbf{y}_a \mathbf{V}_0) \\ \mathbf{I}_2 \\ (\mathbf{I}_3 + \mathbf{y}_d \mathbf{V}_0) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Observe que \mathbf{Y}_{ij} é um elemento da matriz admitância de barra, enquanto \mathbf{y}_k é a admitância da linha de transmissão. Por exemplo, $\mathbf{Y}_{12} = -\mathbf{y}_b$.

A equação 3.9, escrita em forma matricial como

$$\mathbf{Y}'\mathbf{V}' = \mathbf{I}'$$

constitui um sistema de equações lineares e pode ser resolvida para \mathbf{V}_1 , \mathbf{V}_2 e \mathbf{V}_3 . Isto permite calcular todos os fluxos de potência nas linhas de transmissão. A corrente \mathbf{I}_0 , e portanto a injeção de potência no nó de referência pode ser calculada simplesmente somando-se algebricamente as correntes que entram na barra de folga.

Uma segunda maneira de estabelecer as equações da rede elétrica consiste em utilizar a forma matricial das equações 3.4 e 3.5 expressa em termos de tensões e potência s complexas. Neste caso, a equação 3.4 pode ser expressa como

$$\sum_{k \in \Omega_i} \mathbf{Y}_{ik} \mathbf{V}_k = \mathbf{I}_i \quad (3.10)$$

onde Ω_i é o conjunto de barras adjacentes a barra i , inclusive a barra i .

Da substituição da equação 3.5 na equação 3.10 resulta

$$\sum_{k \in \Omega_i} \mathbf{Y}_{ik} \mathbf{V}_k = \frac{\mathbf{S}_i^*}{\tilde{\mathbf{V}}_i^*}$$

ou

$$\mathbf{V}_i^* \sum_{k \in \Omega_i} \mathbf{Y}_{ik} \mathbf{V}_k = \mathbf{S}_i^* \quad (3.11)$$

O mesmo problema pode ser estabelecido utilizando-se coordenadas polares. Neste caso,

$$\mathbf{S}_i^* = (V_i \angle -\delta_i) \sum_{k \in \Omega_i} \mathbf{Y}_{ik} (V_k \angle \delta_k)$$

ou

$$\mathbf{S}_i^* = V_i \sum_{k \in \Omega_i} \mathbf{Y}_{ik} V_k \angle (\delta_k - \delta_i) \quad (3.12)$$

Igualando as partes real e imaginária,

$$P_i(\mathbf{V}, \delta) = V_i \sum_{k \in \Omega_i} (G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}) V_k$$

ou

$$P_i(\mathbf{V}, \delta) = V_i^2 G_{ii} + V_i \sum_{k \in \Omega_i, k \neq i} (G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}) V_k \quad (3.13)$$

$$Q_i(\mathbf{V}, \delta) = V_i \sum_{k \in \Omega_i} (G_{ik} \text{sen } \delta_{ik} - B_{ik} \text{cos } \delta_{ik}) V_k$$

ou

$$Q_i(\mathbf{V}, \delta) = -V_i^2 B_{ii} + V_i \sum_{k \in \Omega_i, k \neq i} (G_{ik} \text{sen } \delta_{ik} - B_{ik} \text{cos } \delta_{ik}) V_k \quad (3.14)$$

onde, $\mathbf{Y}_{ik} = G_{ik} + jB_{ik}$ é o elemento (i, j) da matriz admitância de barra e $\delta_{ik} = \delta_i - \delta_k$. Observe que $\text{cos } \delta_{ik} = \text{cos } \delta_{ki}$ e $\text{sen } \delta_{ik} = -\text{sen } \delta_{ki}$.

- **Exemplo:** Estabeleça as equações da rede mostrada na figura 3.5 para o problema de fluxo de potência. Considere que a barra 0 é a de folga, a barra 2 é de tensão controlada e as barras 1 e 3 são de carga.

3.5. Resíduos ou Desbalanços de Potência

Desde que a solução do fluxo de potência é de natureza iterativa, é necessário estabelecer um critério de convergência. Em geral utiliza-se para esta finalidade um teste efetuado nos chamados **resíduos** ou **desbalanços** (*mismatches*) de potência.

O desbalanço de potência complexa no nó i é a diferença entre a potência especificada \mathbf{S}_i^{esp} e a potência calculada $\mathbf{V}_i^r \mathbf{I}_i^{*r}$, onde \mathbf{V}_i^r é a tensão complexa calculada na iteração r . Portanto

$$\Delta \mathbf{S}_i = \mathbf{S}_i^{esp} - \mathbf{V}_i^r \mathbf{I}_i^{*r} = P_i^{esp} + jQ_i^{esp} - V_i^r \sum_{k \in \Omega_i} \mathbf{Y}_{ik} \mathbf{V}_k^{*r} \quad (3.15)$$

A equação 3.15 pode ser separada em partes real e imaginária e expressa na forma polar como

$$\Delta P_i = P_i^{esp} - V_i \sum_{k \in \Omega_i} (G_{ik} \text{cos } \delta_{ki} + B_{ik} \text{sen } \delta_{ik}) V_k \quad (3.16)$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{esp} - V_i \sum_{k \in \Omega_i} (G_{ik} \text{sen } \delta_{ik} - B_{ik} \text{cos } \delta_{ik}) V_k \quad (3.17)$$

ou na forma retangular como

$$\Delta P_i = P_i^{esp} - e_i \sum_{k \in \Omega_i} (G_{ik} e_k - B_{ik} f_k) + f_i \sum_{k \in \Omega_i} (G_{ik} f_k + B_{ik} e_k) \quad (3.18)$$

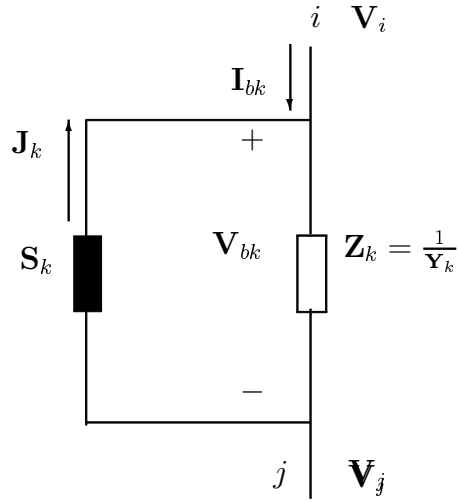


Figura 3.6: Representação genérica de um ramo

$$\Delta Q_i = Q_i^{esp} - f_i \sum_{k \in \Omega_i} (G_{ik} e_k - B_{ik} f_k) - e_i \sum_{k \in \Omega_i} (G_{ik} f_k + B_{ik} e_k) \quad (3.19)$$

Nessas equações é suposto que \mathbf{V}_i é a tensão calculada na iteração r . O critério de convergência mais comumente utilizado na prática é

- $|\Delta P_i| \leq \epsilon$ para todas as barras PV e PQ ;
- $|\Delta Q_i| \leq \epsilon$ para todas as barras PQ .

onde ϵ é uma tolerância pré-especificada (tipicamente na faixa de 0,01 a 10,0 Mw).

3.6. Matrizes de Rede

Uma forma de simplificar a representação do sistema elétrico em regime permanente e também a solução das equações associadas a esta representação, consiste em utilizar a forma matricial das expressões envolvidas. De acordo com a seção anterior, um ramo da rede elétrica pode ser representado genericamente através da maneira mostrada na figura 3.6.

A tensão no ramo é dada por

$$\mathbf{V}_{bk} = \mathbf{V}_i - \mathbf{V}_j = \mathbf{Z}_k(\mathbf{I}_{bk} + \mathbf{J}_k)$$

Observe que, caso o ramo não contenha nenhuma fonte (ou seja, consista de uma impedância pura), $\mathbf{J}_k = 0$ tal que a última equação se transforma em

$$\mathbf{V}_{bk} = \mathbf{Z}_k \mathbf{I}_{bk}$$

- **Matriz Impedância Primitiva:** Supondo que o sistema de potência possui b ramos e que a cada um destes corresponde uma equação semelhante à penúltima expressão estabelecida, pode-se escrever

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{b1} &= \mathbf{Z}_1(\mathbf{I}_{b1} + \mathbf{J}_1) \\ \mathbf{V}_{b2} &= \mathbf{Z}_2(\mathbf{I}_{b2} + \mathbf{J}_2) \\ &\vdots \quad \dots \\ \mathbf{V}_{bb} &= \mathbf{Z}_b(\mathbf{I}_{bb} + \mathbf{J}_b) \end{aligned}$$

o que resulta na forma matricial,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{b1} \\ \mathbf{V}_{b2} \\ \vdots \\ \mathbf{V}_{bb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{Z}_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{Z}_b \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{b1} \\ \mathbf{I}_{b2} \\ \vdots \\ \mathbf{I}_{bb} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 \\ \mathbf{J}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{J}_b \end{bmatrix} \right) \quad (3.20)$$

ou, em notação compacta,

$$\mathbf{V}_b = \mathbf{Z}(\mathbf{I}_b + \mathbf{J}_b)$$

onde \mathbf{V}_b é o vetor das tensões nodais; \mathbf{Z} é denominada **matriz impedância primitiva da rede elétrica**; \mathbf{I}_b é o vetor das correntes de ramo; e \mathbf{J}_b é o vetor fonte de corrente de ramo.

A **matriz admitância primitiva da rede** é definida como $\mathbf{Y} = \mathbf{Z}^{-1}$, o que permite escrever

$$\mathbf{Y}\mathbf{V}_b = \mathbf{I}_b + \mathbf{J}_b \quad (3.21)$$

Se não houver acoplamento mútuo entre os parâmetros (admitância ou impedâncias) da rede elétrica as matrizes \mathbf{Y} e \mathbf{Z} são diagonais. No caso de acoplamento mútuo entre as impedâncias dos ramos i e j , elementos não nulos aparecem nas posições $i - j$ e $j - i$ da matriz \mathbf{Z} . Nesta situação, a matriz \mathbf{Y} é obtida pela inversão da matriz \mathbf{Z} por um método apropriado.

- **Matriz Incidência Ramo-Nó:** Considere o sistema de três nós mostrado na seção anterior cujo grafo correspondente é o da figura 3.7.

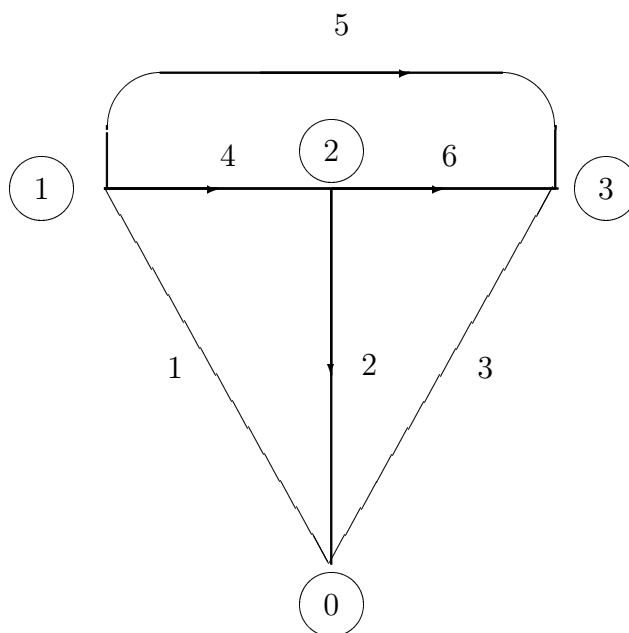


Figura 3.7: Grafo do sistema de três barras

- Atribuindo-se um sentido para cada ramo, um **grafo orientado** é obtido, tal que é possível expressar as tensões de ramo em função das tensões de barra através das seguintes equações:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{V}_{b1} &= \mathbf{V}_1 \\
 \mathbf{V}_{b2} &= \mathbf{V}_2 \\
 \mathbf{V}_{b3} &= \mathbf{V}_3 \\
 \mathbf{V}_{b4} &= \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2 \\
 \mathbf{V}_{b5} &= \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_3 \\
 \mathbf{V}_{b6} &= \mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_3
 \end{aligned}$$

ou, em forma matricial,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{b1} \\ \mathbf{V}_{b2} \\ \mathbf{V}_{b3} \\ \mathbf{V}_{b4} \\ \mathbf{V}_{b5} \\ \mathbf{V}_{b6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{V}_3 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

ou, em notação compacta,

$$\mathbf{V}_b = \mathbf{A}\mathbf{V}_{barra} \quad (3.23)$$

onde \mathbf{A} é denominada **matriz de incidência ramo-nó** e possui dimensões *no. de ramos* \times *no. de nós*, excluindo-se obviamente o nó de referência. Os elementos dessa matriz são genericamente definidos como

$$a_{ij} = \begin{cases} +1, & \text{se o ramo } i \text{ incidir no nó } j \text{ e for orientado saindo desse nó;} \\ -1, & \text{se o ramo } i \text{ incidir no nó } j \text{ e for orientado entrando nesse nó;} \\ 0, & \text{se o ramo } i \text{ não incidir no nó } j. \end{cases}$$

- **Matriz Admitância de Barra:** Substituindo-se a equação 3.23 na equação 3.21 e pré-multiplicando-se o resultado por \mathbf{A}^t obtém-se

$$\mathbf{A}^t\mathbf{Y}\mathbf{A}\mathbf{V}_{barra} = \mathbf{A}^t\mathbf{I}_b + \mathbf{A}^t\mathbf{J}_b$$

Desde que $\mathbf{A}^t\mathbf{I}_b = 0$ e $\mathbf{A}^t\mathbf{J}_b = \mathbf{J}_{barra}$,

$$\mathbf{A}^t\mathbf{Y}\mathbf{A}\mathbf{V}_{barra} = \mathbf{J}_{barra}$$

Porém, $\mathbf{J}_{barra} = \mathbf{Y}_{barra}\mathbf{V}_{barra}$ e portanto a **matriz admitância de barra** é dada por

$$\mathbf{Y}_{barra} = \mathbf{A}^t\mathbf{Y}\mathbf{A} \quad (3.24)$$

- **Exemplo:** Calcular a matriz admitância de barra para o sistema de três barras mostrado na seção anterior, utilizando a expressão 3.24.

4. Método de Newton-Raphson

Uma das técnicas numéricas mais utilizadas para se determinar as raízes reais de polinômios e outras equações não lineares é a técnica de Newton-Raphson. Esta técnica é baseada no fato de que se uma raiz aproximada x^r de uma simples equação algébrica não-linear é conhecida, então uma aproximação melhor pode ser obtida através de

$$x^{r+1} = x^r - \frac{f(x^r)}{f'(x^r)} \quad (4.1)$$

ou

$$x^{r+1} = x^r + \Delta x \quad (4.2)$$

onde

$$\Delta x = -\frac{f(x^r)}{f'(x^r)} \quad (4.3)$$

O algoritmo pode ser estendido para se obter a solução de um conjunto de equações não lineares simultâneas, com o mesmo número de incógnitas, da forma

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ \dots \quad \dots \quad \dots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Se uma estimativa inicial $\mathbf{x}^{(r)T} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ é conhecida, uma nova estimativa é dada por

$$\mathbf{x}^{r+1} = \mathbf{x}^r + \Delta \mathbf{x} \quad (4.5)$$

ou

$$\Delta \mathbf{x} = -\mathbf{J}^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{x}^r) \quad (4.6)$$

onde \mathbf{J} é uma matriz quadrada, de ordem igual ao número de equações, chamada Jacobiana. O (i, j) –ésimo elemento desta matriz é definido como $\partial f_i / \partial x_j$.

- **Exemplo** Resolva o sistema de equações não lineares

$$\begin{cases} 2x_1 + x_1x_2 - 1 = 0 \\ 2x_2 - x_1x_2 + 1 = 0 \end{cases}$$

através do método de Newton-Raphson com estimativa inicial $\mathbf{x} = (0,5 \ 0,5)$.

4.1. Aplicação do Algoritmo ao Problema de Fluxo de Potência

Para se utilizar o algoritmo de Newton-Raphson na solução do problema de fluxo de potência, é necessário apenas estabelecer as equações que definem o problema na forma $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$. A forma mais conveniente e mais utilizada é aquela que modela as equações dos desbalanços de potência em termos de coordenadas polares (equações 3.16 e 3.17). Assim,

- para uma barra PQ :

$$\Delta P_i = P_i^{esp} - P_i = P_i^{esp} - V_i \sum_{k \in \Omega_i} (G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}) V_k = 0 \quad (4.7)$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{esp} - Q_i = Q_i^{esp} - V_i \sum_{k \in \Omega_i} (G_{ik} \sin \delta_{ik} - B_{ik} \cos \delta_{ik}) V_k = 0 \quad (4.8)$$

- para uma barra PV :

$$\Delta P_i = P_i^{esp} - P_i = P_i^{esp} - V_i \sum_{k \in \Omega_i} (G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}) V_k = 0 \quad (4.9)$$

- Nenhuma equação é requerida para a barra de referência.

A equação geral do método de Newton-Raphson aplicado ao problema de fluxo de potência pode ser expressa na forma compacta mostrada na Eq. (4.10). Note que, no vetor de incógnitas, aparece $\Delta \mathbf{V}/\mathbf{V}$ para as barras PQ , ao invés de simplesmente $\Delta \mathbf{V}$, significando que cada incógnita individual é redefinida como $\Delta V_i/V_i$. O objetivo desta mudança de variáveis é simplesmente facilitar o cálculo dos elementos da matriz Jacobiana.

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_{barras\ PV\ e\ PQ} \\ \Delta \mathbf{Q}_{barras\ PQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{J} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\delta}_{barras\ PV\ e\ PQ} \\ (\Delta \mathbf{V}/\mathbf{V})_{barras\ PQ} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

onde $\mathbf{H} = \partial \mathbf{P}_{barras\ PV\ e\ PQ} / \partial \boldsymbol{\delta}_{barras\ PV\ e\ PQ}$; $\mathbf{J} = \partial \mathbf{Q}_{barras\ PQ} / \partial \boldsymbol{\delta}_{barras\ PV\ e\ PQ}$; $\mathbf{N} = \mathbf{V} \times (\partial \mathbf{P}_{barras\ PV\ e\ PQ} / \partial \mathbf{V}_{barras\ PQ})$; e $\mathbf{L} = \mathbf{V} \times (\partial \mathbf{Q}_{barras\ PQ} / \partial \mathbf{V}_{barras\ PQ})$.

Os elementos das submatrizes \mathbf{H} , \mathbf{N} , \mathbf{J} e \mathbf{L} são obtidos diferenciando-se as equações 4.6 e 4.9, e observando que

$$\frac{\partial \cos \delta_{ik}}{\partial \delta_i} = -\sin \delta_{ik}$$

$$\frac{\partial \cos \delta_{ik}}{\partial \delta_j} = \sin \delta_{ik}$$

$$\frac{\partial \sin \delta_{ik}}{\partial \delta_i} = \cos \delta_{ik}$$

$$\frac{\partial \sin \delta_{ik}}{\partial \delta_j} = -\cos \delta_{ik}$$

Estes elementos são mostrados a seguir.

$$H_{ii} = \partial P_i / \partial \delta_i = -V_i^2 B_{ii} - V_i \sum_{k \in \Omega_i} (G_{ik} \sin \delta_{ik} - B_{ik} \cos \delta_{ik}) V_k = -Q_i^{calc} - V_i^2 B_{ii} \quad (4.11)$$

$$H_{ik} = \partial P_i / \partial \delta_k = V_i (G_{ik} \sin \delta_{ik} - B_{ik} \cos \delta_{ik}) V_k \quad (4.12)$$

$$J_{ii} = \partial Q_i / \partial \delta_i = -V_i^2 G_{ii} + V_i \sum_{k \in \Omega_i} (G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}) V_k = P_i^{calc} - V_i^2 G_{ii} \quad (4.13)$$

$$J_{ik} = \partial Q_i / \partial \delta_k = -V_i (G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}) V_k \quad (4.14)$$

$$N_{ii} = V_i \partial P_i / \partial V_i = P_i^{calc} + V_i^2 G_{ii} \quad (4.15)$$

$$N_{ik} = V_k \partial P_i / \partial V_k = -J_{ik} \quad (4.16)$$

$$L_{ii} = V_i \partial Q_i / \partial V_i = +Q_i^{calc} - V_i^2 B_{ii} \quad (4.17)$$

$$L_{ik} = V_k \partial Q_i / \partial V_j = H_{ik} \quad (4.18)$$

4.2. Algoritmo

O processo iterativo para a solução do problema de fluxo de potência via método de Newton-Raphson pode ser sumarizado no seguinte algoritmo: $r = 0$

1. Estime valores iniciais para a magnitude e ângulo das tensões \mathbf{V}^r e $\boldsymbol{\delta}^r$;
2. Faça $r = r + 1$;
3. Calcule os desbalanços de potência ativa $\Delta \mathbf{P}$ para as barras PV e PQ , e de potência reativa $\Delta \mathbf{Q}$ para as barras PQ utilizando as equações 4.7, 4.8 e 4.9, isto é

$$\Delta P_i = P_i^{esp} - V_i \sum_{k \in \Omega_i} (G_{ik} \cos \delta_{ki} + B_{ik} \sin \delta_{ik}) V_k$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{esp} - V_i \sum_{k \in \Omega_i} (G_{ik} \sin \delta_{ik} - B_{ik} \cos \delta_{ik}) V_k$$

4. Verifique a convergência do processo iterativo (teste comparativo dos desbalanços de potência com uma tolerância pré-especificada ϵ); ou seja, se

$$|\mathbf{P}_i^{esp} - \mathbf{P}_i^{calc}| \leq \epsilon_P \quad (\text{barras } PV \text{ e } PQ)$$

e

$$|\mathbf{Q}_i^{esp} - \mathbf{Q}_i^{calc}| \leq \epsilon_Q \quad (\text{barras } PQ)$$

a convergência foi alcançada;

5. Forme a matriz Jacobiana (equações 4.11 a 4.18);

$$H_{ii} = \partial P_i / \partial \delta_k = -Q_i^{calc} - V_i^2 B_{ii}$$

$$H_{ik} = \partial P_i / \partial \delta_k = V_i (G_{ik} \sin \delta_{ik} - B_{ik} \cos \delta_{ik}) V_k$$

$$\begin{aligned}
J_{ii} &= \partial Q_i / \partial \delta_i = P_i^{calc} - V_i^2 G_{ii} \\
J_{ik} &= \partial \Delta Q_i / \partial \delta_k = -V_i (G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}) V_k \\
N_{ii} &= V_i \partial P_i / \partial V_i = P_i^{calc} + V_i^2 G_{ii} \\
N_{ik} &= V_k \partial P_i / \partial V_k = -J_{ik} \\
L_{ii} &= V_i \partial Q_i / \partial V_i = +Q_i^{calc} - V_i^2 B_{ii} \\
L_{ik} &= V_k \partial Q_k / \partial V_j = H_{ik}
\end{aligned}$$

6. Resolva o sistema linear para obter $\Delta \mathbf{V}$ e $\Delta \boldsymbol{\delta}$ (equação 4.10);

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_{barras\ PV\ e\ PQ} \\ \Delta \mathbf{Q}_{barras\ PQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{J} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\delta}_{barras\ PV\ e\ PQ} \\ (\Delta \mathbf{V}/\mathbf{V})_{barras\ PQ} \end{bmatrix}$$

7. Atualize os valores de $\mathbf{V}^r = \mathbf{V}^{r-1} + \Delta \mathbf{V}$ e de $\Delta \boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{\delta}^{r-1} + \Delta \boldsymbol{\delta}$;

8. Calcule as injeções de potência ativa e reativa nas barras utilizando as expressões

$$\begin{aligned}
P_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}) &= V_i \sum_{k \in \Omega_i} (G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}) V_k \\
Q_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}) &= V_i \sum_{k \in \Omega_i} (G_{ik} \sin \delta_{ik} - B_{ik} \cos \delta_{ik}) V_k
\end{aligned}$$

9. Para as barras *PV*, verificar os limites de geração de potência reativa; isto é

- se Q_i^{calc} está fora dos limites, fixar Q_i no limite violado, e tratar a barra como uma barra de carga, ou seja, a partir deste ponto tanto a magnitude como o ângulo da tensão na barra devem ser calculados através do processo iterativo; (Observe que neste caso o sistema linear resolvido a cada iteração será modificado pelo aumento de uma linha/coluna na matriz Jacobiana);

10. Retorne ao passo 2.

Uma das vantagens do método de Newton-Raphson é a sua taxa de convergência quadrática, o que em geral o torna mais rápido do que a maior parte dos outros métodos. Em termos de confiabilidade, este algoritmo é menos sensível a fatores que perturbam a convergência do processo iterativo, tais como a escolha da barra de folga, a existência de capacitores-série, etc. Ambas as versões, em coordenadas polares ou retangulares, podem ser utilizadas para expressar as equações não lineares, porém em ambos os casos deve ser feita a separação em módulo e ângulo ou partes real e imaginária. Em geral, as soluções são obtidas num número de iterações variando de 2 a 6.

A principal desvantagem desta técnica é a necessidade de formular e fatorar a matriz Jacobiana. Entretanto, desde que a estrutura desta matriz possui um padrão de esparsidade idêntico ao da matriz admitância de barra, técnicas de compactação e esparsidade podem ser usadas no processo de fatoração da mesma. Outra desvantagem do método de Newton-Raphson é que ele é aplicável apenas a funções convexas e portanto converge sempre a solução mais próxima da estimativa inicial. Teoricamente, o problema de fluxo de potência possui tantas soluções quanto o número de barras do sistema. Na prática porém, a solução aceitável é bem distinta das outras, tal que ou a solução correta é obtida após um número de iterações em geral reduzido ou a solução diverge.

4.3. Formulação Alternativa da Matriz Jacobiana

Considere a figura 3.4, onde a corrente total deixando o nó i é

$$\sum_k^m \mathbf{y}_{ik}(\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_k)$$

onde a somatória inclui o nó de terra (0); e a potência aparente total deixando o nó i é

$$\mathbf{S}_i = \mathbf{V}_i \sum_k^m \mathbf{y}_{ik}^* (\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_k)^*$$

onde a somatória envolve apenas os ramos conectados diretamente ao nó i , inclusive os ramos shunt.

Em termos da matriz admitância nodal,

$$\mathbf{S}_i = \mathbf{V}_i \sum_j^N \mathbf{Y}_{ij}^* \mathbf{V}_j^*$$

onde a somatória inclui o nó de referência, e \mathbf{Y}_{ij} é a i – ésimas linha da matriz admitância de barra.

Utilizando a forma polar

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_i &= V_i \angle \delta_i \\ \mathbf{V}_i^* &= V_i \angle -\delta_i \\ \mathbf{Y}_{ij} &= Y_{ij} \angle \gamma_{ij} \\ \mathbf{Y}_{ij}^* &= Y_{ij} \angle -\gamma_{ij}\end{aligned}$$

então

$$\mathbf{S}_i = \sum_j^N V_i V_j Y_{ij} \angle (\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij})$$

ou seja,

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_i &= \sum_j^N V_i V_j Y_{ij} \cos (\delta_{ij} - \gamma_{ij}) \\ \mathbf{Q}_i &= \sum_j^N V_i V_j Y_{ij} \sen (\delta_{ij} - \gamma_{ij})\end{aligned}$$

onde, \mathbf{Y}_{ij} é o (i, j) – ésimos elemento da matriz \mathbf{Y} ; $\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$; e $\gamma_{ij} = \cos^{-1} (G_{ij}/Y_{ij})$.

Observe que:

$$\begin{aligned}\mathbf{Y}_{ii} &= \sum_k^m \mathbf{y}_{ik} + \mathbf{y}_{ii} \\ \mathbf{Y}_{ij} &= -\mathbf{y}_{ij}\end{aligned}$$

O desbalanço de potência pode agora ser definido como $\Delta \mathbf{S}_i = \mathbf{S}_i^{esp} - \mathbf{S}_i^{calc}$, isto é

$$\begin{aligned}f_{pi} = \Delta P_i &= P_i^{esp} - \sum_{j=1}^n V_i V_j Y_{ij} \cos (\delta_{ij} - \gamma_{ij}) \\ f_{qi} = \Delta Q_i &= Q_i^{esp} - \sum_{j=1}^n V_i V_j Y_{ij} \sen (\delta_{ij} - \gamma_{ij})\end{aligned}$$

Os termos da matriz Jacobiana são obtidos derivando-se essas expressões em relação a δ e V . Isto fornece

$$\frac{\partial f_{pi}}{\partial \delta_i} = \sum_{j=1, j \neq i}^n V_i V_j Y_{ij} \sen (\delta_{ij} - \gamma_{ij})$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_{pi}}{\partial \delta_j} &= -V_i V_j Y_{ij} \text{sen} (\delta_{ij} - \gamma_{ij}) \\ \frac{\partial f_{qi}}{\partial \delta_i} &= - \sum_{j=1, j \neq i}^n V_i V_j Y_{ij} \text{cos} (\delta_{ij} - \gamma_{ij}) \\ \frac{\partial f_{qi}}{\partial \delta_j} &= V_i V_j Y_{ij} \text{cos} (\delta_{ij} - \gamma_{ij}) \\ \frac{\partial f_{pi}}{\partial V_i} &= \sum_{j=1, j \neq i}^n V_j Y_{ij} \text{cos} (\delta_{ij} - \gamma_{ij}) - 2V_i Y_{ii} \text{cos} (-\gamma_{ii}) \\ \frac{\partial f_{pi}}{\partial V_j} &= -V_i Y_{ij} \text{cos} (\delta_{ij} - \gamma_{ij}) \\ \frac{\partial f_{qi}}{\partial V_i} &= \sum_{j=1, j \neq i}^n V_j Y_{ij} \text{sen} (\delta_{ij} - \gamma_{ij}) - 2V_i Y_{ii} \text{sen} (-\gamma_{ii}) \\ \frac{\partial f_{qi}}{\partial V_j} &= -V_i Y_{ij} \text{sen} (\delta_{ij} - \gamma_{ij})\end{aligned}$$

Os elementos diagonais podem ter o seu cálculo simplificado, considerando-se que

$$\begin{aligned}f_{pi} = \Delta P_i &= P_i^{esp} - \sum_{j=0, j \neq i}^n V_i V_j Y_{ij} \text{cos} (\delta_{ij} - \gamma_{ij}) - Y_{ii} V_i^2 \text{cos} (-\gamma_{ii}) \\ f_{qi} = \Delta Q_i &= Q_i^{esp} - \sum_{j=0, j \neq i}^n V_i V_j Y_{ij} \text{sen} (\delta_{ij} - \gamma_{ij}) - Y_{ii} V_i^2 \text{sen} (-\gamma_{ii})\end{aligned}$$

Assumindo $\Delta P_i = 0$ e $\Delta Q_i = 0$,

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_{pi}}{\partial \delta_i} &= Q_i^{esp} - V_i^2 Y_{ii} \text{sen} (-\gamma_{ii}) \\ \frac{\partial f_{qi}}{\partial \delta_i} &= -P_i^{esp} + V_i^2 Y_{ii} \text{cos} (-\gamma_{ii}) \\ \frac{\partial f_{pi}}{\partial V_i} V_i &= -P_i^{esp} - V_i^2 Y_{ii} \text{cos} (-\gamma_{ii}) \\ \frac{\partial f_{qi}}{\partial \delta_i} V_i &= -Q_i^{esp} - V_i^2 Y_{ii} \text{sen} (-\gamma_{ii})\end{aligned}$$

5. Métodos Desacoplados

As equações básicas do método de Newton-Raphson são derivadas da expansão em série de Taylor, omitindo-se os termos de 2ª ordem em diante. As correções a cada iteração são, portanto, aproximações, porém o valor de função é calculado de forma exata a cada iteração. Assim, a solução desejada pode ser obtida com qualquer grau de precisão continuando-se o processo iterativo, e a mesma não é dependente da precisão da correção. Este fato implica numa aproximação alternativa dos termos (envolvendo a 1ª derivada) da matriz jacobiana. Um teste simples que permite observar certas características peculiares, consiste em resolver uma equação quadrática pelo método de Newton-Raphson substituindo a 1ª derivada por uma constante arbitrária. Nota-se que, a despeito desta aproximação uma boa convergência pode ser alcançada. Naturalmente, a constante deve ser selecionada de forma a que as equações ainda mantenham as propriedades de convergência. Desde que a não-linearidade das equações envolvidas no problema de fluxo de potência é não acentuada, e estas equações são bem definidas em termos de características numéricas, a estratégia de solução pode explorar com vantagem essas particularidades.

5.1. Desacoplamento entre as Variáveis

Uma característica inerente a qualquer sistema de potência é a forte dependência entre os fluxos de potência ativa e os ângulos das tensões nas barras, e entre os fluxos de potência reativa e a magnitude das tensões nas barras. De uma forma geral, pode ser observado que:

- Uma variação ΔP em P implica numa variação semelhante $\Delta\delta$ em δ e tem pequeno efeito sobre a magnitude da tensão ($\Delta V \approx 0$);
- Uma variação ΔQ em Q resulta numa modificação ΔV na magnitude da tensão e tem pequeno efeito sobre o ângulo de tensão ($\Delta\delta \approx 0$).

Algebricamente, essas aproximações podem ser representadas pela expressão

$$\Delta P = H\Delta\delta \quad (5.1)$$

$$\Delta Q = L\Delta V \quad (5.2)$$

Generalizando as características de desacoplamento para um sistema de potência multi-máquinas, as submatrizes \mathbf{N} e \mathbf{J} na equação 4.10 podem ser desprezadas, o que resulta em

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_{barras\ PV\ e\ PQ} \\ \Delta \mathbf{Q}_{barras\ PQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\delta}_{barras\ PV\ e\ PQ} \\ \Delta \mathbf{V}_{barras\ PQ/V} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

O procedimento para resolver as equações da rede aplicando essas aproximações é resolver alternadamente os sistemas lineares resultantes, isto é, separar o problema principal em subproblemas $P\delta$ e QV . Obviamente, a quantidade de memória requerida é reduzida pelo não armazenamento dos termos das submatrizes \mathbf{N} e \mathbf{J} . Essas aproximações implicam em um número maior de iterações com menor esforço computacional.

5.2. Método Desacoplado Rápido

Baseando-se em suposições semelhantes àsquelas mencionadas anteriormente, outras aproximações podem ser feitas na matriz Jacobiana. Assim, considerando

- $\delta_{ik} \approx 0$;
- $\cos \delta_{ik} \approx 1, 0$;
- $\sin \delta_{ik} \approx \delta_{ik}$.

a expressão $P_i = V_i \sum (G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}) V_k$ se transforma em

$$P_i = V_i \sum (G_{ik} + B_{ik} \delta_{ik}) V_k \quad (5.4)$$

de forma que a sua 1ª derivada em relação a δ_k é dada por

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_k} = V_i B_{ik} V_k$$

Supondo que $V_i = V_k = 1, 0$ p.u.

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_k} = B_{ik} = \text{constante}$$

com $B_{ik} = -X_{ik} / (R_{ik}^2 + X_{ik}^2)$.

Desde que, para linhas de transmissão a alta tensão em geral $R_{ik} \ll X_{ik}$,

$$B'_{ik} = -\frac{1}{X_{ik}} = H_{ik}$$

e, de maneira análoga,

$$\begin{aligned} Q_i &= V_i \sum (G_{ik} \text{sen } \delta_{ik} - B_{ik} \text{cos } \delta_{ik}) V_k \\ \frac{\partial Q_i}{\partial V_k} &= V_i \sum (G_{ik} \text{sen } \delta_{ik} - B_{ik} \text{cos } \delta_{ik}) \end{aligned} \quad (5.5)$$

Desde que $V_i = V_k = 1, 0 \text{ p.u.}$ e $G_{ik} \text{sen } \delta_{ik} \ll B_{ik} \text{cos } \delta_{ik}$,

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_k} = \frac{-X_{ik}}{(R_{ik}^2 + X_{ik}^2)} = B''_{ik} = L_{ik} = -B'_{ik}$$

As matrizes B' e B'' são o negativo da parte imaginária da matriz admitância nodal \mathbf{Y} , excluindo-se a linha e a coluna correspondentes à barra de folga. Uma melhor característica de convergência pode ser conseguida desprezando-se a resistência das linhas de transmissão no cálculo da matriz \mathbf{B}' . Desta forma

$$H_{ik} = B'_{ik} = -\frac{1}{X_{ik}} \quad H_{ii} = B'_{ii} = \sum_{k \in \Omega_i} \frac{1}{X_{ik}} \quad (5.6)$$

$$L_{ik} = +B''_{ik} = -\frac{X_{ik}}{(R_{ik}^2 + X_{ik}^2)} = -B_{ik} \quad L_{ii} = B''_{ii} = \sum_{k \in \Omega_i} \frac{1}{X_{ik}} = -B_{ii} \quad (5.7)$$

Melhoramentos adicionais na convergência podem ser obtidos fazendo-se as seguintes simplificações:

- Omissão na matriz \mathbf{B}' dos elementos que afetam as variações em $\Delta \mathbf{Q}$, isto é, capacitores shunt e transformadores com comutação sob carga;
- Omissão na matriz \mathbf{B}'' dos elementos que afetam as variações em $\Delta \mathbf{P}$, ou seja, transformadores defasadores etc.

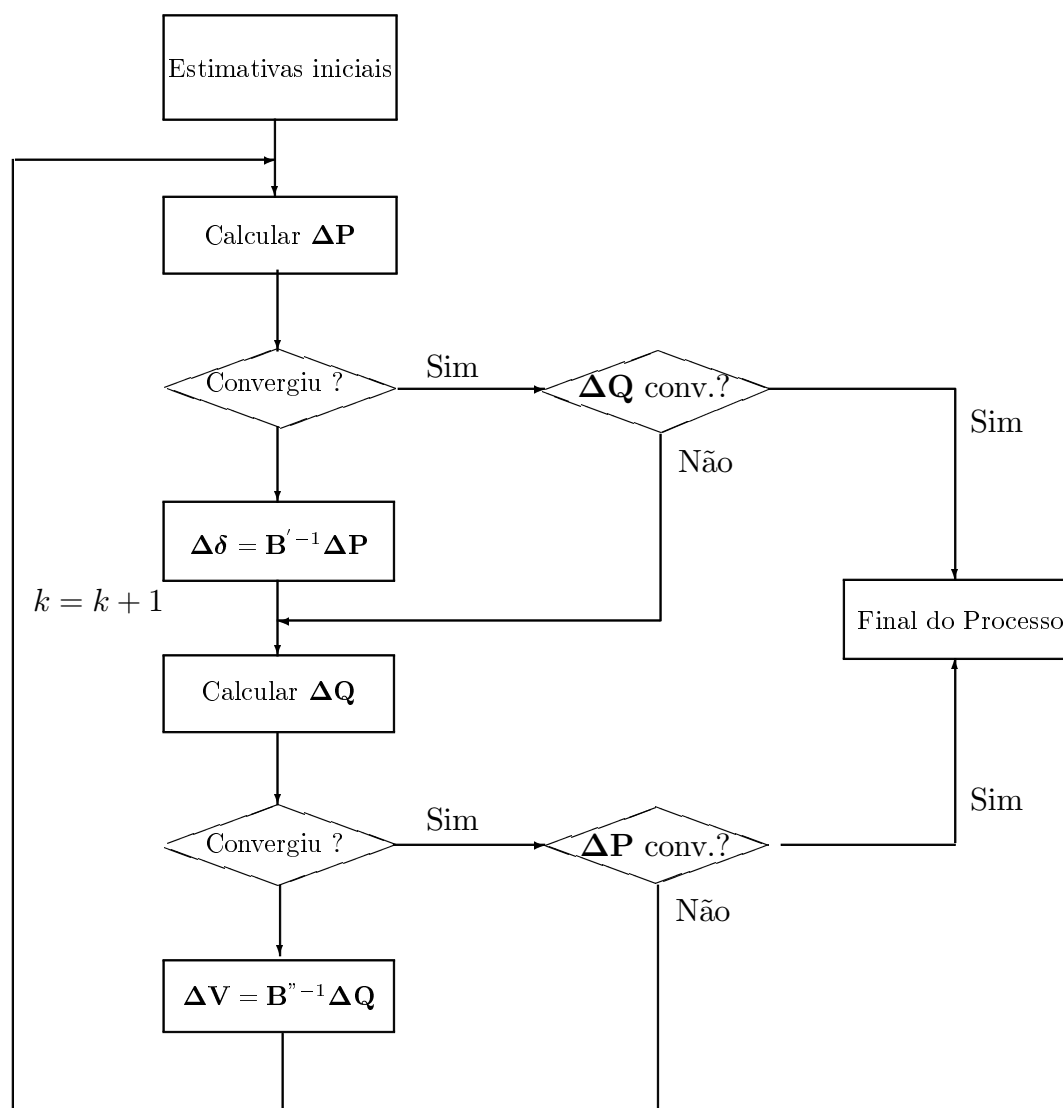


Figura 5.1: Método Desacoplado Rápido - Fluxograma

5.3. Esquema Iterativo

As aproximações vistas na seção anterior resultam em matrizes \mathbf{B}' e \mathbf{B}'' reais, simétricas esparsas e constantes, desde que elas contém apenas as admitâncias do sistema. Elas representam considerar a matriz Jacobiana constante, e portanto, necessitam ser fatoradas apenas uma única vez no processo iterativo.

Os passos para a solução das equações da rede elétrica via método desacoplado rápido são sumarizados no fluxograma mostrado na figura 5.1.

Apesar de que uma aproximação da matriz Jacobiana é utilizada, ao final do processo iterativo os desbalanços de potência satisfazem à tolerância especificada. Portanto a solução obtida é tão precisa quanto àquela obtida através do método de Newton-Raphson. A única diferença é que no método desacoplado rápido o gradiente (que representa a inclinação das curvas representadas pelas funções não lineares) das equações é mantido constante. Esta aproximação resulta numa taxa de convergência mais lenta do que aquela do método de Newton-Raphson, porém isto é compensado pelo menor esforço computacional por iteração.

6. Ajustes e Controles Automáticos

Todo programa de Fluxo de Potência convencional desenvolvido para aplicações múltiplas deve incluir a modelagem de dispositivos de controle automático, (tais como transformadores com comutação sob carga (tap variável), transformadores defasadores, transformadores com o tap fora do valor nominal, intercâmbio de potência entre áreas, etc). Devem também ser considerados os limites em variáveis (tais como geração de potência reativa, magnitude das tensões nodais e fluxos de potência nas linhas de transmissão). Convencionalmente, a maior parte desses ajustes são efetuados a cada passo do processo iterativo incluindo-se testes adicionais na lógica do programa. O processo de correção também pode ser executado através da utilização de relações de sensibilidade entre as variáveis do sistema elétrico, as quais fornecem informações quantitativas sobre o efeito da variação das variáveis controladas (magnitude das tensões geradas, potências ativas geradas, taps, etc) sobre as variáveis dependentes (em geral, magnitude das tensões nas barras de geração, fluxos de potência, etc).

6.1. Transformadores Reguladores

Os transformadores reguladores (ou com tap variável) são utilizados para controlar os fluxos de potência ativa e reativa, produzindo ajustes na magnitude (em

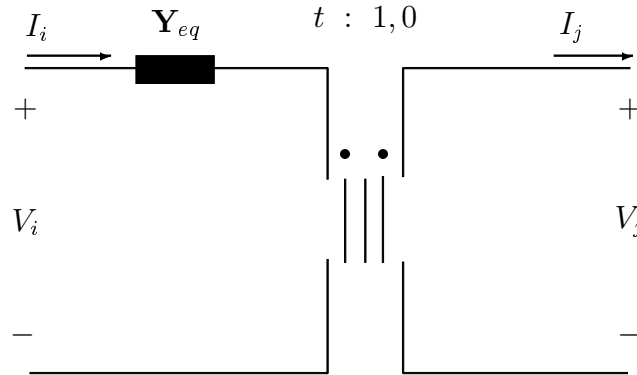


Figura 6.1: Representação dos transformadores reguladores de tensão

torno de $\pm 10\%$) e/ou na fase (torno de $\pm 3^\circ$) da tensão. A figura 6.1 mostra a representação deste tipo de equipamento. O transformador com relação de transformação $t : 1$ é ideal, tendo como finalidade refletir a relação variável entre os fasores tensão. O parâmetro t pode ser um número real ou complexo.

No caso mais comum, do controle da magnitude da tensão, um dos lados do transformador possui uma bobina com número de espiras variável, o que permite modificar a relação de transformação das tensões. Nesta situação, o parâmetro t um número real. Se o equipamento opera com valores nominais de tensão, $t = 1$ e o circuito mostrado na figura 6.1 se reduz ao circuito monofásico equivalente convencional.

A representação analítica baseada nas equações nodais aplicadas ao circuito da figura 6.1 pode ser expressa considerando as correntes na entrada e na saída do transformador

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_i &= (\mathbf{V}_i - t\mathbf{V}_j)\mathbf{Y}_{eq} \\ &= \mathbf{Y}_{eq}\mathbf{V}_i - t\mathbf{Y}_{eq}\mathbf{V}_j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_j &= t^*\mathbf{I}_i \\ &= t^*\mathbf{Y}_{eq}\mathbf{V}_i - t^*t\mathbf{Y}_{eq}\mathbf{V}_j \\ &= t^*\mathbf{Y}_{eq}\mathbf{V}_i - |t|^2\mathbf{Y}_{eq}\mathbf{V}_j \end{aligned}$$

tal que na forma matricial

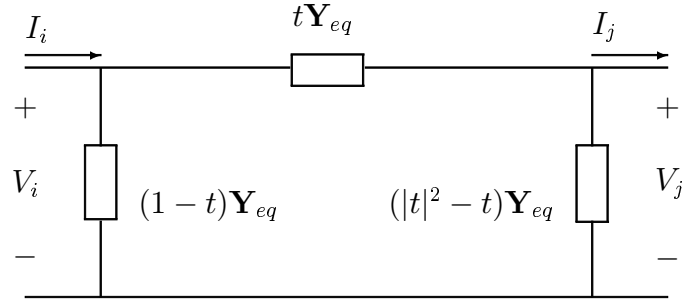


Figura 6.2: Circuito π equivalente a um transformador com tap variável

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_i \\ -\mathbf{I}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{ii} & \mathbf{Y}_{ij} \\ \mathbf{Y}_{ji} & \mathbf{Y}_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_i \\ \mathbf{V}_j \end{bmatrix}$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{ii} &= \mathbf{Y}_{eq} \\ \mathbf{Y}_{jj} &= |t|^2 \mathbf{Y}_{eq} \\ \mathbf{Y}_{ij} &= -t \mathbf{Y}_{eq} \\ \mathbf{Y}_{ji} &= -t^* \mathbf{Y}_{eq} \end{aligned}$$

Estas equações representam analiticamente os transformadores com tap variável. Se o parâmetro t é um número complexo $\mathbf{Y}_{ij} \neq \mathbf{Y}_{ji}$, e portanto a matriz dos coeficientes não é simétrica. Por outro lado, se o parâmetro t é um número real, a matriz dos coeficientes é simétrica e as equações mostradas anteriormente correspondem ao circuito π da figura 6.2.

6.2. Transformadores com Comutação sob Carga

Este tipo de transformador é utilizado geralmente para o controle local da magnitude da tensão. Apesar de que rigorosamente ele deveria ser representado analiticamente como um modelo discreto, usualmente modela-se o mesmo como uma variável contínua, assumindo-se para o tap variável o valor mais próximo daquele determinado na solução do fluxo de potência.

Durante as iterações, o valor do tap é reajustado através da expressão

$$C_i^{novo} = C_i^{velho} \pm (V_k^r - V_k^{esp})$$

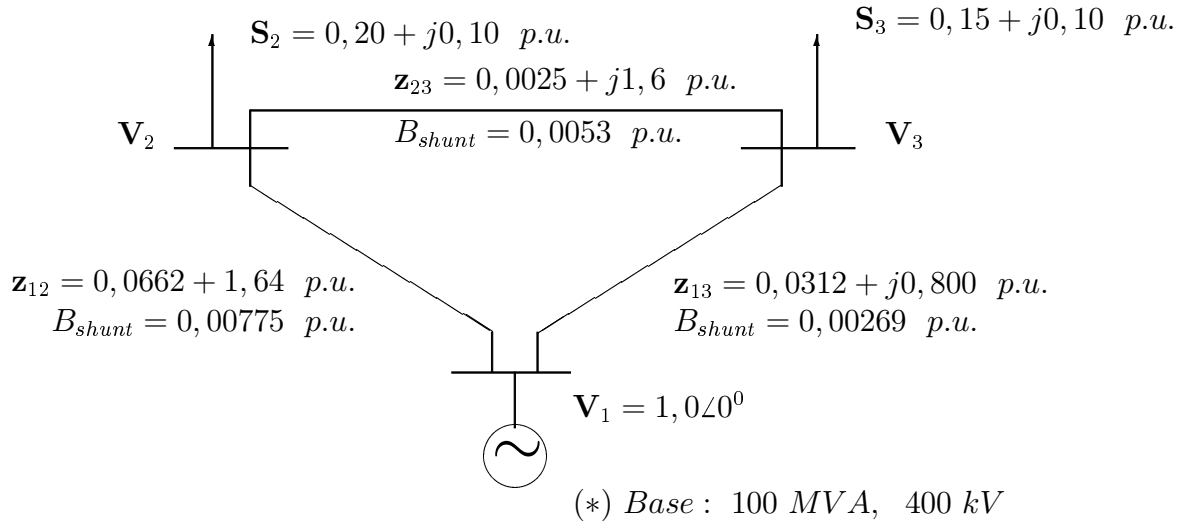


Figura 6.3: Sistema de 3 barras - Soluções múltiplas

onde é suposto que o tap c_i controla a magnitude da tensão na barra k e V_k^{esp} é o valor especificado para a magnitude desta tensão.

Para uma barra i , de tensão controlada (tipo *PV*), é usual calcular Q_i^r necessária para manter a magnitude de tensão $V_k = V_k^{esp}$, antes de ajustar a posição do tap, caso ambos os controles sejam disponíveis.

7. Soluções Múltiplas do Fluxo de Potência

Devido à forma quadrática das equações que representam o sistema de potência em regime permanente, o fluxo de potência possui diversas soluções matemáticas e físicas. Se a rede elétrica possui n barras, em geral existem 2^{n-1} soluções matemáticas para o problema de fluxo de potência. Obviamente, mais do que uma destas pode ser viável, porém apenas poucas delas (uma normalmente) é útil sob o ponto de vista prático de operação do sistema elétrico. As diferentes soluções são facilmente obtidas via método de Newton-Raphson, iniciando-se o processo iterativo com diferentes especificações para as tensões iniciais.

Para ilustrar a multiplicidade de soluções do problema de fluxo de potência, considere o sistema de três barras mostrado na figura 6.3. Para os mesmos valores dos parâmetros da rede, da demanda de potência ativa e reativa em cada barra, e com o mesmo nó de referência existem quatro soluções do fluxo de potência, as quais são mostradas na tabela 7.1. Para fins de operação do sistema elétrico

	Solução 1	Solução 2	Solução 3	Solução 4
Magnitude das tensões (<i>p.u.</i>)				
Sistema	\mathbf{V}^1	\mathbf{V}^2	\mathbf{V}^3	\mathbf{V}^4
Barra 1	1,000∠0,0	1,000∠0,0	1,000∠0,0	1,000∠0,0
Barra 2	1,078∠ - 1,0	0,505∠ - 1,1	0,009∠ - 57,3	0,015∠ - 55,6
Barra 3	1,050∠ - 0,6	0,005∠ - 51,4	0,682∠ - 0,7	0,006∠ - 51,4
Geração de potência na barra de folga (<i>p.u.</i>)				
Barra 1	0,370 - <i>j</i> 4,032	3,838 + <i>j</i> 37,809	2,979 + <i>j</i> 23,675	4,775 + <i>j</i> 45,163
Fluxos de potência nas linhas de transmissão (<i>p.u.</i>)				
LT_{12}	0,1400 - <i>j</i> 2,013	1,002 + <i>j</i> 6,544	1,843 + <i>j</i> 13,989	1,913 + <i>j</i> 13,923
LT_{13}	0,229 - <i>j</i> 2,019	2,836 + <i>j</i> 31,266	1,136 + <i>j</i> 9,686	2,863 + <i>j</i> 31,241
LT_{23}	0,072 - <i>j</i> 1,361	0,374 + <i>j</i> 3,813	0,083 + <i>j</i> 0,044	0,000 + <i>j</i> 0,002

Table 7.1: Resultados do fluxo de potência - sistema de 3 barras

entretanto, apenas uma é recomendável (a primeira delas), que é a que possui as menores perdas e o melhor perfil de tensão. Deve ser observado ainda, que o sistema poderia operar em qualquer modo de solução.

• Exercícios

1. Uma linha de transmissão com perdas de potência ativa desprezíveis, possui uma reatância série de $0,03 \text{ p.u.}(\Omega)$ e susceptância capacitiva shunt total de $1,8 \text{ p.u.}(S)$. Ela interliga um gerador a uma carga de $5,0 + j2,0 \text{ p.u.}(MVA)$. Foram instalados dois reatores iguais em paralelo, um em cada extremidade da linha. Para manter a tensão na barra de carga em $1,0 \text{ p.u.}(kV)$ é necessário regular a tensão do gerador em $1,05 \text{ p.u.}(kV)$. Sob que fator de potência trabalha o gerador?
2. Uma linha de transmissão com $\mathbf{z}_{ser} = j0,05 \text{ p.u.}$ e $\mathbf{z}_{shunt \text{ total}} = -j6 \text{ p.u.}$ conecta uma carga de $5,0 + j4,0 \text{ p.u.}$ a um gerador. A carga é suprida a uma tensão de $1,0 \text{ p.u.}$. Calcular:
 - a magnitude da tensão do gerador;
 - as potências ativa e reativa fornecidas pelo gerador;

Linha	$\mathbf{z}_{ser} (\Omega)$	$\mathbf{y}_{shunt} (\mu S)$
1 - 2	$2,88 + j8,64$	$j416,67$
1 - 3	$11,52 + j34,56$	$j347,22$
2 - 3	$8,64 + j25,92$	$j277,78$
2 - 4	$8,64 + j25,92$	$j277,78$
2 - 5	$5,76 + j17,28$	$j208,33$
3 - 4	$1,44 + j4,32$	$j138,89$
4 - 5	$11,52 + j34,56$	$j347,22$

Table 7.2: Dados para o problema 3

Linha	$\mathbf{z}_{ser} (p.u.)$	\mathbf{y}_{shunt}	Impedâncias mútuas		
1 - 2(a)	$j0,50$	0,0	Entre linhas		$\mathbf{Z}_{mútuas} (p.u.)$
1 - 2(b)	$j0,62$	0,0	1 - 2(a)	1 - 2(b)	$j0,10$
2 - 3	$j0,40$	0,0	1 - 2(b)	2 - 3	$j0,20$

Table 7.3: Dados para o problema 5

- o módulo da força eletromotriz do gerador;
- com esse grau de excitação, qual a potência de escape do gerador?

Considere a reatância síncrona da máquina igual a 18 %, na mesma base dos dados fornecidos para outros componentes do sistema.

3. Para a rede de 120 kV, cujos dados das linhas de transmissão são dados na tabela 7.2, determinar a matriz admitância de barra utilizando a análise nodal e a matriz de incidência ramo-nó. Observe que os valores da tabela estão no sistema *por unidade*, na base 100 MVA, 120 kV.
4. Obtenha a matriz admitância de barra para o sistema cujo diagrama unifilar é mostrado na figura 7.1. Os dados de linha são dados na tabela 7.3 e os reatores são $R_1 = j0,2 p.u.$ e $R_3 = j0,5 p.u.$
5. Considere o sistema de três barras e três linhas de transmissão cujos dados (no sistema por unidade) são mostrados na tabela 7.4.

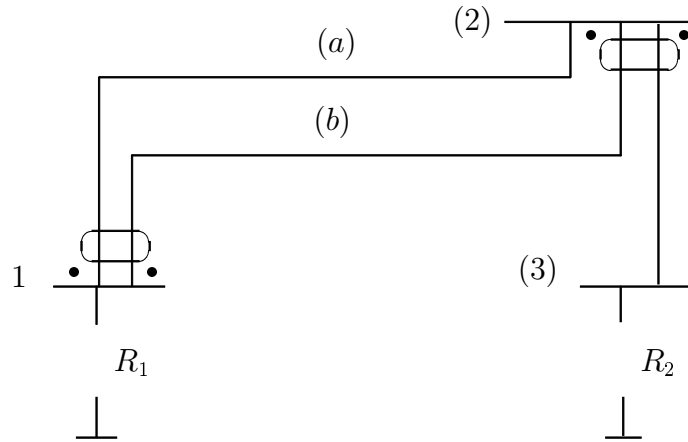


Figura 7.1: Diagrama para o problema 4

Barra	Tipo	P	Q	V	δ	Linha	r_{ser}	x_{ser}	b_{shunt}
1	$V\delta$	-	-	1,0	$0,0^0$	1 - 2	0,10	1,00	0,01
2	PQ	-0,005	-0,002	-	-	1 - 3	0,20	2,00	0,02
3	PV	-0,15	-	0,98	-	2 - 3	0,10	1,00	0,01

Table 7.4: Dados para o problema 5

- determine a matriz \mathbf{Y}_{barra} : (a) via equações nodais e (b) via matriz de incidência ramo-nó;
- calcule os fluxos de potência ativa e reativa nas linhas de transmissão;
- calcule as perdas de potência ativa e reativa nas linhas de transmissão;
- calcule a solução das equações da rede para a condição original utilizando o método de Newton-Raphson. Considere $1,0 \angle 0,0^0$ p.u. como estimativa para as tensões, 10^{-3} p.u. de Mw e de $Mvar$ como tolerância, e limites de potência reativa para a barra de tensão controlada de $-0,030$ e $0,010$ p.u. de $Mvar$;
- calcule a solução das equações da rede para a condição original utilizando o método Desacoplado Rápido;

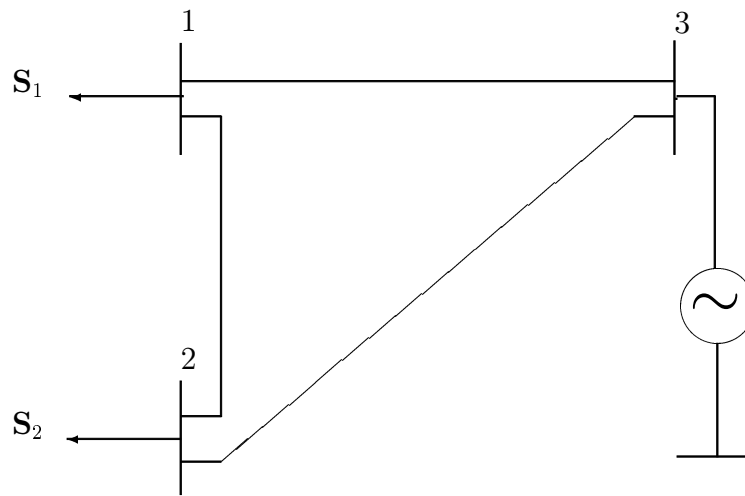


Figura 7.2: Diagrama para o problema 6

Barra	Tipo	P	Q	V	δ	Linha	r_{ser}	x_{ser}	b_{shunt}
1	PQ	-0,4	0,2	-	-	1 – 2	0,01	0,01	0,00
2	PQ	-0,30	0,30	-	-	1 – 3	0,02	0,02	0,00
3	<i>folga</i>	-	-	1,0	$0,0^0$	2 – 3	0,03	0,03	0,00

Table 7.5: Dados para o problema 6

- calcule a solução das equações da rede para a condição original utilizando o método c.c.
6. Utilizando o método de Newton-Raphson com perfil plano de tensões como estimativa inicial, determinar as tensões nas barras 1 e 2 do sistema mostrado na figura 7.2. Os dados desse sistema são mostrados na tabela 7.5.
- Calcule os fluxos de potência ativa e reativa e as perdas de potência nas linhas de transmissão em $p.u.$ e em $Mw - Mvar$, considerando que todas as grandezas em $p.u.$ estão na base $50 MVA, 13,2 kV$.
7. Considere o sistema da figura 7.3.
- especifique o tipo de cada barra e mostre a lista de variáveis a serem

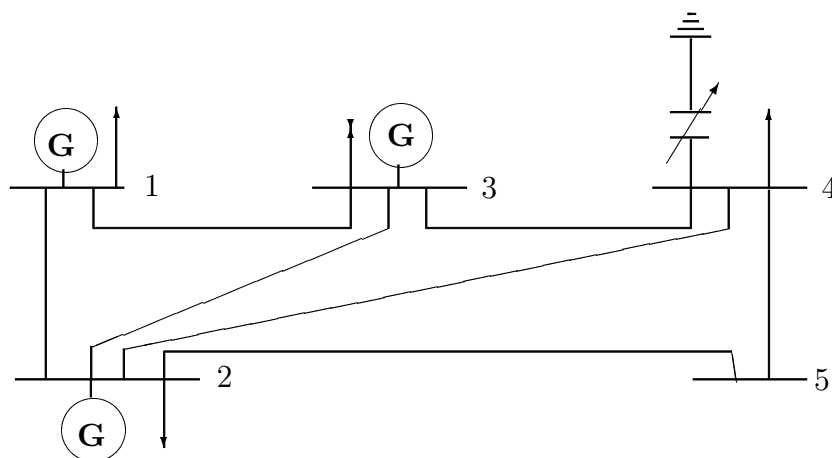


Figura 7.3: Diagrama para o problema 7

calculadas diretamente na solução do fluxo de potência;

- estabeleça as equações relacionadas a potência reativa diretamente envolvidas no processo iterativo da solução via Newton-Raphson;
 - mostre a estrutura de não-zeros da submatriz \mathbf{H} da matriz Jacobiana, indicando as correspondentes derivadas envolvidas;
 - comente sobre a possibilidade de selecionar a barra 4 como barra de folga;
 - comente sobre a possibilidade de classificar a barra 5 como barra PV .
8. No sistema mostrado na figura 7.4, deseja-se estabelecer os níveis de potência ativa e reativa com que devem operar os geradores conectados as barras 1 e 3, de maneira que 75% da demanda de potência ativa da barra 2 seja suprida pelo gerador da barra 1 a uma tensão de 0,99 $p.u.$ Estude a viabilidade desta condição e estabeleça, se possível, os níveis de potência desejados. Os valores mostrados no diagrama estão em no sistema $p.u.$ numa mesma base. A carga na barra 2 é 100 MVA com fator de potência 0,8 atrasado.

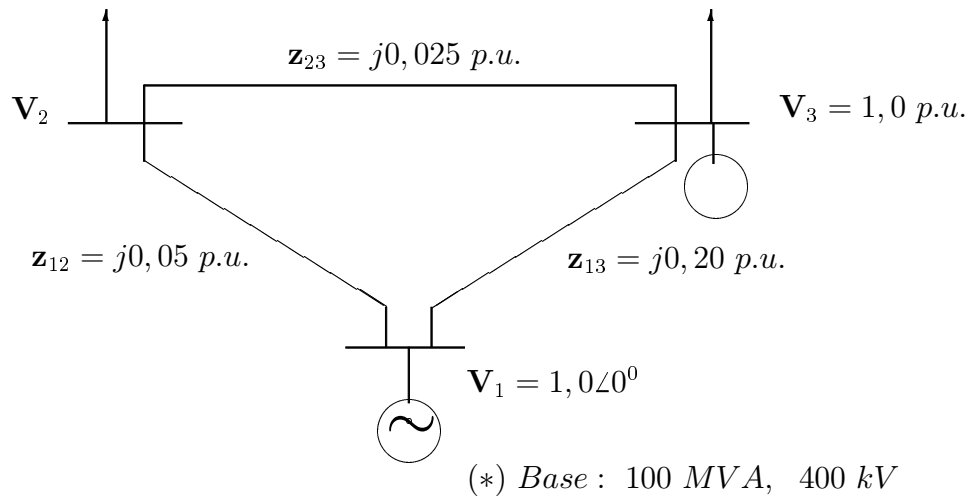


Figura 7.4: Diagrama para o problema 8

9. Para o sistema da figura 7.5, assuma que a base de potência é 100 MVA, e que as impedâncias das linhas de transmissão são dadas em p.u. numa base comum. Execute uma iteração completa do fluxo de potência. Os dados das barras são os seguintes: (barra 1, $\mathbf{V}_1 = 1,05\angle 0^\circ$ p.u.), (barra 2, Potência ativa gerada = 25 Mw, Potência ativa consumida = 50 Mw, Potência reativa consumida = 25 Mvar, Magnitude da tensão = 1,02 p.u., limites de potência reativa: -10 e 30 Mvar), (barra 3, Potência ativa gerada = 0,0 Mw, Potência reativa gerada = 0,0 Mvar, Potência ativa consumida = 60 Mw, Potência reativa consumida = 30 Mw).
10. Comente, utilizando ilustração gráfica se necessário, sobre as formas como são obtidas as convergências dos métodos Desacoplado Rápido e Newton-Raphson.
11. Comente sobre a razão da existência de múltiplas soluções para o problema de fluxo de potência e sobre a possibilidade de utilização das mesmas.
12. Na formulação do problema de fluxo de potência, uma barra com demandas de potência ativa e reativa nulas e onde esteja instalado um Compensador Estático de potência reativa pode ser classificada como uma barra de carga?
13. Quais as funções da barra de folga na formulação do problema de fluxo de potência?

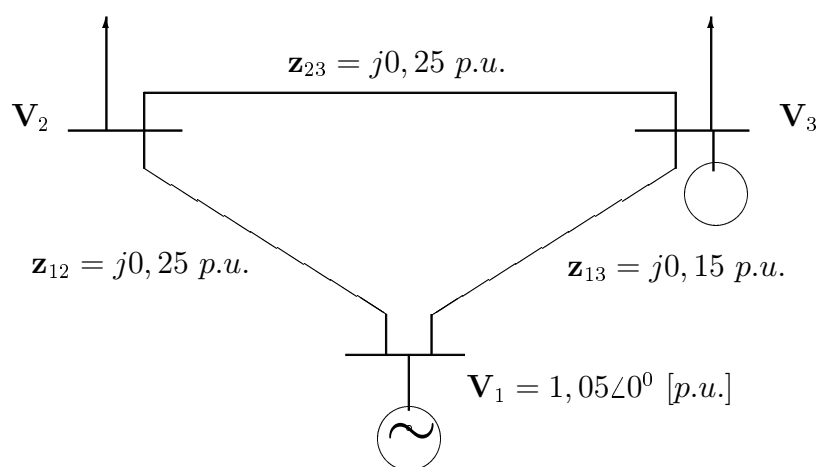


Figura 7.5: Diagrama para o problema 9