

EEL 7100
Despacho Econômico de Unidades Térmicas
Parte 3

Consideração das Perdas de Transmissão

Antonio Simões Costa

UFSC - LABSPOT

- Até agora, os métodos de DE apresentados têm ignorado as *perdas de transmissão*;

Despacho Econômico e Perdas de Transmissão

- Até agora, os métodos de DE apresentados têm ignorado as *perdas de transmissão*;
- Perdas podem ter efeito significativo no despacho ótimo, pois:

- Até agora, os métodos de DE apresentados têm ignorado as *perdas de transmissão*;
- Perdas podem ter efeito significativo no despacho ótimo, pois:
 - geradores diferentes têm impactos distintos sobre as perdas de transmissão;

- Até agora, os métodos de DE apresentados têm ignorado as *perdas de transmissão*;
- Perdas podem ter efeito significativo no despacho ótimo, pois:
 - geradores diferentes têm impactos distintos sobre as perdas de transmissão;
 - isto ocorre em função da localização dos geradores na rede.

- Até agora, os métodos de DE apresentados têm ignorado as *perdas de transmissão*;
- Perdas podem ter efeito significativo no despacho ótimo, pois:
 - geradores diferentes têm impactos distintos sobre as perdas de transmissão;
 - isto ocorre em função da localização dos geradores na rede.
- É portanto importante estender os métodos de DE para incluir as perdas de transmissão.

Consideração das Perdas no Despacho Econômico

- Forma aproximada de se investigar o efeito das perdas: representá-las como uma função das potências geradas

$$P_{perdas} = P_{perdas}(P_1, P_2, \dots, P_N)$$

Consideração das Perdas no Despacho Econômico

- Forma aproximada de se investigar o efeito das perdas: representá-las como uma função das potências geradas

$$P_{perdas} = P_{perdas}(P_1, P_2, \dots, P_N)$$

- Se esta função está disponível, não há necessidade de representar explicitamente a rede nem as variáveis nodais;

Consideração das Perdas no Despacho Econômico

- Forma aproximada de se investigar o efeito das perdas: representá-las como uma função das potências geradas

$$P_{perdas} = P_{perdas}(P_1, P_2, \dots, P_N)$$

- Se esta função está disponível, não há necessidade de representar explicitamente a rede nem as variáveis nodais;
- Estudo pode ser conduzido com base em um modelo de barra única;

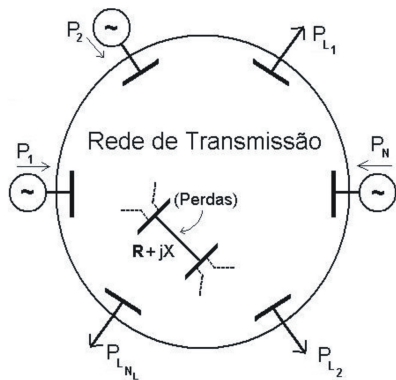
Consideração das Perdas no Despacho Econômico

- Forma aproximada de se investigar o efeito das perdas: representá-las como uma função das potências geradas

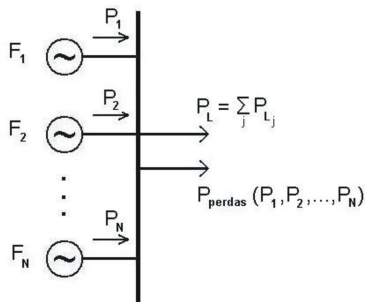
$$P_{perdas} = P_{perdas}(P_1, P_2, \dots, P_N)$$

- Se esta função está disponível, não há necessidade de representar explicitamente a rede nem as variáveis nodais;
- Estudo pode ser conduzido com base em um modelo de barra única;
- *Conclusão*: DE *com perdas* é tratado como extensão do DE clássico que ignora as perdas.

Modelo em Barra Única com Representação das Perdas



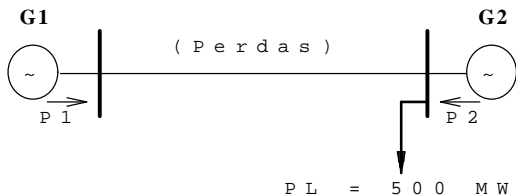
Sistema Real



Modelo em Barra Única

Exemplo Introdutório

Seja o sistema de duas barras:



Os geradores **G1** e **G2** tem limites e funções-custo iguais, isto é:

$$F_1(P_1) = F_2(P_2) = F(P)$$

$$F(P) = 400 + 7,0 P + 0,002 P^2 \text{ \$ / h}, \quad \underline{P} = 70 \text{ MW}, \quad \bar{P} = 400 \text{ MW}$$

As perdas na linha de transmissão são dadas por

$$P_{perdas} = 2 \times 10^{-4} P_1^2.$$

Encontre despachos para as duas unidades geradoras sob as diversas condições indicadas a seguir.

Solução do Exemplo (I)

a) Ignorando as perdas

- Como os geradores são iguais, esta solução fornece:

$$P_1 = P_2 = 250 \text{ MW}$$

Solução do Exemplo (I)

a) Ignorando as perdas

- Como os geradores são iguais, esta solução fornece:

$$P_1 = P_2 = 250 \text{ MW}$$

- Porém este valor de P_1 na verdade provoca perdas iguais a

$$P_{perdas} = (2 \times 10^{-4}) \times 250^2 = 12,5 \text{ MW}$$

Solução do Exemplo (I)

a) Ignorando as perdas

- Como os geradores são iguais, esta solução fornece:

$$P_1 = P_2 = 250 \text{ MW}$$

- Porém este valor de P_1 na verdade provoca perdas iguais a

$$P_{perdas} = (2 \times 10^{-4}) \times 250^2 = 12,5 \text{ MW}$$

- Logo, a potência que chega à carga é

$$P_d = 487,5 \text{ MW} < 500 \text{ MW}$$

Solução do Exemplo (I)

a) Ignorando as perdas

- Como os geradores são iguais, esta solução fornece:

$$P_1 = P_2 = 250 \text{ MW}$$

- Porém este valor de P_1 na verdade provoca perdas iguais a

$$P_{perdas} = (2 \times 10^{-4}) \times 250^2 = 12,5 \text{ MW}$$

- Logo, a potência que chega à carga é

$$P_d = 487,5 \text{ MW} < 500 \text{ MW}$$

- Conclui-se portanto que a carga não é atendida.

Solução do Exemplo (II)

(b) Ignorando a influência econômica das perdas

- *Estratégia*: A partir do despacho determinado do item anterior, carregar a unidade 1 até que as perdas sejam supridas, e

Solução do Exemplo (II)

(b) Ignorando a influência econômica das perdas

- *Estratégia*: A partir do despacho determinado do item anterior, carregar a unidade 1 até que as perdas sejam supridas, e
- Unidade 2 é mantida no valor ótimo ignorando as perdas.

Solução do Exemplo (II)

(b) Ignorando a influência econômica das perdas

- *Estratégia*: A partir do despacho determinado do item anterior, carregar a unidade 1 até que as perdas sejam supridas, e
- Unidade 2 é mantida no valor ótimo ignorando as perdas.
- Isto implica em $P_2 = 250 \text{ MW}$ e

$$P_1 = 250 + 0,0002 P_1^2$$

Solução do Exemplo (II)

(b) Ignorando a influência econômica das perdas

- *Estratégia*: A partir do despacho determinado do item anterior, carregar a unidade 1 até que as perdas sejam supridas, e
- Unidade 2 é mantida no valor ótimo ignorando as perdas.
- Isto implica em $P_2 = 250 \text{ MW}$ e

$$P_1 = 250 + 0,0002 P_1^2$$

- Resolvendo para P_1 e escolhendo a solução que atende os limites, temos

$$P_1 = 263,932 \text{ MW}$$

Solução do Exemplo (II)

(b) Ignorando a influência econômica das perdas

- *Estratégia*: A partir do despacho determinado do item anterior, carregar a unidade 1 até que as perdas sejam supridas, e
- Unidade 2 é mantida no valor ótimo ignorando as perdas.
- Isto implica em $P_2 = 250 \text{ MW}$ e

$$P_1 = 250 + 0,0002 P_1^2$$

- Resolvendo para P_1 e escolhendo a solução que atende os limites, temos

$$P_1 = 263,932 \text{ MW}$$

- Consequentemente:

$$\begin{aligned} P_{\text{perdas}} &= 13,932 \text{ MW} \\ \text{Custo de Produção} &= F_1(P_1) + F_2(P_2) = 4661,84 \text{ \$/h} \end{aligned}$$

Solução do Exemplo (III)

(c) Minimizando o custo total de geração (i)

- O problema é formulado como:

$$\min \quad F_T(P_1, P_2) = F_1(P_1) + F_2(P_2)$$

s.a.

$$P_L + P_{perdas} - P_1 - P_2 = 0$$

Solução do Exemplo (III)

(c) Minimizando o custo total de geração (i)

- O problema é formulado como:

$$\min \quad F_T(P_1, P_2) = F_1(P_1) + F_2(P_2)$$

s.a.

$$P_L + P_{perdas} - P_1 - P_2 = 0$$

- A função Lagrangeana correspondente é:

$$\mathcal{L} = F_1(P_1) + F_2(P_2) + \lambda(P_L + P_{perdas} - P_1 - P_2)$$

Solução do Exemplo (III)

(c) Minimizando o custo total de geração (i)

- O problema é formulado como:

$$\min F_T(P_1, P_2) = F_1(P_1) + F_2(P_2)$$

s.a.

$$P_L + P_{perdas} - P_1 - P_2 = 0$$

- A função Lagrangeana correspondente é:

$$\mathcal{L} = F_1(P_1) + F_2(P_2) + \lambda(P_L + P_{perdas} - P_1 - P_2)$$

- Portanto, as condições de otimalidade fornecem:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_1} = F_1'(P_1) - \lambda(1 - \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_1}) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_2} = F_2'(P_2) - \lambda(1 - \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_2}) = 0$$

$$\underline{P}_1 + P_2 - \underline{P}_L - \underline{P}_{perdas} = 0$$

Solução do Exemplo (IV)

(c) Minimizando o custo total de geração (ii)

- Substituindo os valores

$$7,0 + 0,004P_1 - \lambda(1 - 0,0004P_1) = 0$$

numéricos: $7,0 + 0,004P_2 - \lambda = 0$

$$P_1 + P_2 - 500 - 0,0002P_1^2 = 0$$

Solução do Exemplo (IV)

(c) Minimizando o custo total de geração (ii)

- Substituindo os valores

$$7,0 + 0,004P_1 - \lambda(1 - 0,0004P_1) = 0$$

numéricos: $7,0 + 0,004P_2 - \lambda = 0$

$$P_1 + P_2 - 500 - 0,0002P_1^2 = 0$$

- Sistema de equações é *não-linear*. A solução via método iterativo apropriado fornece:

$$P_1 = 178,882 \text{ MW}$$

$$P_2 = 327,496 \text{ MW}$$

$$P_{perdas} = 6,378 \text{ MW} (= 178,882 + 327,496 - 500,0)$$

$$\text{Custo de Produção} = 4623,15 \text{ \$/h}$$

Solução do Exemplo (IV)

(c) Minimizando o custo total de geração (ii)

- Substituindo os valores

$$7,0 + 0,004P_1 - \lambda(1 - 0,0004P_1) = 0$$

numéricos: $7,0 + 0,004P_2 - \lambda = 0$

$$P_1 + P_2 - 500 - 0,0002P_1^2 = 0$$

- Sistema de equações é *não-linear*. A solução via método iterativo apropriado fornece:

$$P_1 = 178,882 \text{ MW}$$

$$P_2 = 327,496 \text{ MW}$$

$$P_{\text{perdas}} = 6,378 \text{ MW} (= 178,882 + 327,496 - 500,0)$$

$$\text{Custo de Produção} = 4623,15 \text{ \$/h}$$

- Conclusão*: Solução de mínimo custo de geração tende a suprir as perdas a partir da geração próxima à carga, já que as perdas não dependem de P_2 .

Solução do Exemplo (IV)

(d) Minimizando as perdas

- Neste caso, minimizar as perdas implica em carregar ao máximo a unidade 2 e gerar o mínimo possível na unidade 1. Logo, $P_2 = \bar{P}_2$ e

$$P_1 = 100 + 0,0002 P_1^2$$

Solução do Exemplo (IV)

(d) Minimizando as perdas

- Neste caso, minimizar as perdas implica em carregar ao máximo a unidade 2 e gerar o mínimo possível na unidade 1. Logo, $P_2 = \bar{P}_2$ e

$$P_1 = 100 + 0,0002 P_1^2$$

- Isto fornece:

$$P_2 = 400 \text{ MW}$$

$$P_1 = 102,084 \text{ MW}$$

$$\text{perdas} = 2,084 \text{ MW (mínimo!)}$$

$$\text{Custo de produção} = F_1(102,084) + F_2(400) = 4655,43 \text{ \$/h}$$

Conclusões sobre o exemplo

- O custo de geração do *Despacho Econômico* é efetivamente o menor dentre as três soluções viáveis, porém não minimiza as perdas;

Conclusões sobre o exemplo

- O custo de geração do *Despacho Econômico* é efetivamente o menor dentre as três soluções viáveis, porém não minimiza as perdas;
- De maneira similar, o valor das perdas obtido na última estratégia é o mínimo entre todos os casos, porém não minimiza o custo de produção;

Conclusões sobre o exemplo

- O custo de geração do *Despacho Econômico* é efetivamente o menor dentre as três soluções viáveis, porém não minimiza as perdas;
- De maneira similar, o valor das perdas obtido na última estratégia é o mínimo entre todos os casos, porém não minimiza o custo de produção;
- Logo, despacho mais econômico não necessariamente implica na minimização das perdas;

Conclusões sobre o exemplo

- O custo de geração do *Despacho Econômico* é efetivamente o menor dentre as três soluções viáveis, porém não minimiza as perdas;
- De maneira similar, o valor das perdas obtido na última estratégia é o mínimo entre todos os casos, porém não minimiza o custo de produção;
- Logo, despacho mais econômico não necessariamente implica na minimização das perdas;
- Observe que, no caso da solução via Despacho Econômico, as perdas correspondem a apenas 1,3 % da carga, porém provocam um desvio significativo em relação ao caso sem perdas.

Despacho Econômico na Presença de Perdas de Transmissão

- *Objetivo:* avaliar a influência das perdas de transmissão no despacho que minimiza os custos da geração térmica;

Despacho Econômico na Presença de Perdas de Transmissão

- *Objetivo*: avaliar a influência das perdas de transmissão no despacho que minimiza os custos da geração térmica;
- Formulação do problema:

$$\min \quad F_T = \sum_{i=1}^N F_i(P_i)$$

s.a

$$\Phi(P_1, \dots, P_N) = P_L + P_{perdas}(P_1, \dots, P_N) - \sum_{i=1}^N P_i = 0$$

- Função Lagrangeana:

$$\mathcal{L} = F_T + \lambda \left(P_L + P_{perdas}(P_1, \dots, P_N) - \sum_{i=1}^N P_i \right)$$

- Função Lagrangeana:

$$\mathcal{L} = F_T + \lambda \left(P_L + P_{perdas}(P_1, \dots, P_N) - \sum_{i=1}^N P_i \right)$$

- Condições de otimalidade:

- Função Lagrangeana:

$$\mathcal{L} = F_T + \lambda \left(P_L + P_{perdas}(P_1, \dots, P_N) - \sum_{i=1}^N P_i \right)$$

- Condições de otimalidade:

- A condição de *factibilidade dual* $\nabla_P \mathcal{L} = 0$ fornece:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_i} = \frac{dF_i}{dP_i} - \lambda \left(1 - \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_i} \right) = 0$$

- Função Lagrangeana:

$$\mathcal{L} = F_T + \lambda \left(P_L + P_{perdas}(P_1, \dots, P_N) - \sum_{i=1}^N P_i \right)$$

- Condições de otimalidade:

- A condição de *factibilidade dual* $\nabla_P \mathcal{L} = 0$ fornece:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_i} = \frac{dF_i}{dP_i} - \lambda \left(1 - \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_i} \right) = 0$$

- A condição de *factibilidade primal* $\nabla_\lambda \mathcal{L} = 0$ fornece:

$$P_L + P_{perdas}(P_1, \dots, P_N) - \sum_{i=1}^N P_i = 0$$

Equação de Coordenação das Perdas

- Re-examinemos a condição de factibilidade dual, dada por:

$$\frac{dF_i}{dP_i} = \lambda \left(1 - \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_i} \right)$$

Equação de Coordenação das Perdas

- Re-examinemos a condição de factibilidade dual, dada por:

$$\frac{dF_i}{dP_i} = \lambda \left(1 - \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_i} \right)$$

- que pode ser reescrita como:

$$\left(\frac{1}{1 - \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_i}} \right) \times \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} = \lambda \quad (*)$$

Equação de Coordenação das Perdas

- Re-examinemos a condição de factibilidade dual, dada por:

$$\frac{dF_i}{dP_i} = \lambda \left(1 - \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_i} \right)$$

- que pode ser reescrita como:

$$\left(\frac{1}{1 - \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_i}} \right) \times \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} = \lambda \quad (*)$$

- Definindo:

$$\begin{aligned} \text{Perdas incrementais para gerador } i : \quad PIT_i &\triangleq \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_i} \\ \text{Fator de Penalidade para gerador } i : \quad FP_i &\triangleq \frac{1}{1 - \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_i}} \end{aligned}$$

podemos re-escrever a Eq. (*) na forma mais compacta:

Equação de Coordenação das Perdas

- Re-examinemos a condição de factibilidade dual, dada por:

$$\frac{dF_i}{dP_i} = \lambda \left(1 - \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_i} \right)$$

- que pode ser reescrita como:

$$\left(\frac{1}{1 - \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_i}} \right) \times \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} = \lambda \quad (*)$$

- Definindo:

$$\begin{aligned} \text{Perdas incrementais para gerador } i : \quad PIT_i &\triangleq \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_i} \\ \text{Fator de Penalidade para gerador } i : \quad FP_i &\triangleq \frac{1}{1 - \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_i}} \end{aligned}$$

podemos re-escrever a Eq. (*) na forma mais compacta:

$$FP_i \times \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} = \lambda$$

Comparação com Caso Sem Perdas

Caso sem perdas

$$\frac{dF_i(P_i)}{dP_i} = \lambda$$

Caso com perdas

$$FP_i \times \frac{dF_i(P_i)}{P_i} = \lambda$$

- Sem a consideração das perdas, a condição de otimalidade preconiza que os custos incrementais devem ser todos iguais a λ ;

Comparação com Caso Sem Perdas

Caso sem perdas

$$\frac{dF_i(P_i)}{dP_i} = \lambda$$

Caso com perdas

$$FP_i \times \frac{dF_i(P_i)}{P_i} = \lambda$$

- Sem a consideração das perdas, a condição de otimalidade preconiza que **os custos incrementais devem ser todos iguais a λ** ;
- Na presença das perdas, entretanto, os custos incrementais devem ser agora ***ponderados pelos respectivos fatores de penalidade*** antes de serem igualados a λ ;

Comparação com Caso Sem Perdas

Caso sem perdas

$$\frac{dF_i(P_i)}{dP_i} = \lambda$$

Caso com perdas

$$FP_i \times \frac{dF_i(P_i)}{P_i} = \lambda$$

- Sem a consideração das perdas, a condição de otimalidade preconiza que **os custos incrementais devem ser todos iguais a λ** ;
- Na presença das perdas, entretanto, os custos incrementais devem ser agora ***ponderados pelos respectivos fatores de penalidade*** antes de serem igualados a λ ;
- Esta ponderação permite que a **a contribuição de cada unidade geradora individual às perdas se reflita sobre a solução ótima.**

Fator de Penalidade da Unidade i

$$FP_i = \frac{1}{1 - \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_i}}$$

- Supor que $P_i \nearrow \Rightarrow P_{perdas} \nearrow$. Logo, $(\partial perdas / \partial P_i) > 0$. Como $|\partial perdas / \partial P_i| \ll 1$, então $FP_i > 1$, e portanto:

$$FP_i \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} > \frac{dF_i(P_i)}{dP_i}$$

Fator de Penalidade da Unidade i

$$FP_i = \frac{1}{1 - \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_i}}$$

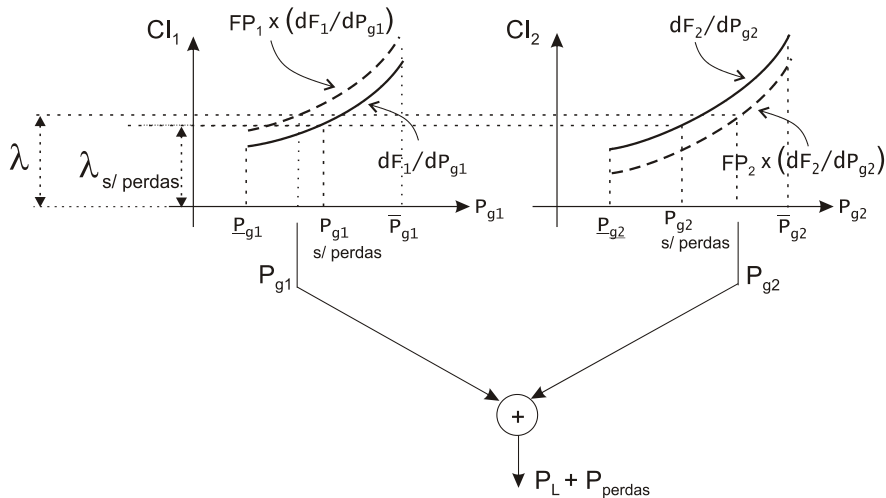
- Supor que $P_i \nearrow \Rightarrow P_{perdas} \nearrow$. Logo, $(\partial perdas / \partial P_i) > 0$. Como $|\partial perdas / \partial P_i| \ll 1$, então $FP_i > 1$, e portanto:

$$FP_i \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} > \frac{dF_i(P_i)}{dP_i}$$

- Se $P_i \nearrow \Rightarrow P_{Perdas} \searrow$, então $(\partial perdas / \partial P_i) < 0$ e portanto $FP_i < 1$, de modo que

$$FP_i \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} < \frac{dF_i(P_i)}{dP_i}$$

Interpretação Gráfica dos Fatores de Penalidade



Fórmula Geral das Perdas

- Conforme já visto, as perdas de transmissão em estudos de DE são expressas como uma função das potências geradas;

Fórmula Geral das Perdas

- Conforme já visto, as perdas de transmissão em estudos de DE são expressas como uma função das potências geradas;
- A forma mais usual de expressar esta dependência é através da *Fórmula Geral das Perdas (FGP)*;

Fórmula Geral das Perdas

- Conforme já visto, as perdas de transmissão em estudos de DE são expressas como uma função das potências geradas;
- A forma mais usual de expressar esta dependência é através da *Fórmula Geral das Perdas (FGP)*;
- Na *FGP*, as perdas são consideradas como uma função quadrática das potências geradas, isto é:

$$P_{perdas} = b_o + \sum_{i=1}^N b_i P_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N B_{ij} P_i P_j$$

ou, na forma matricial,

$$P_{perdas} = b_o + b^T P + P^T B P$$

onde $P \triangleq [P_1 \dots P_N]^T$, com todas as potências expressas em pu;

Fórmula Geral das Perdas

$$P_{perdas} = b_o + b^T P + P^T B P$$

- B é simétrica, isto é, $B_{ij} = B_{ji}$;

Fórmula Geral das Perdas

$$P_{perdas} = b_o + b^T P + P^T B P$$

- B é simétrica, isto é, $B_{ij} = B_{ji}$;
- $B_{ii} > 0$, porém B_{ij} pode ser ≥ 0 ou < 0 ;

Fórmula Geral das Perdas

$$P_{perdas} = b_o + b^T P + P^T B P$$

- B é simétrica, isto é, $B_{ij} = B_{ji}$;
- $B_{ii} > 0$, porém B_{ij} pode ser ≥ 0 ou < 0 ;
- Os coeficientes do termo linear, b_i , $i = 1, \dots, N$ podem ser ≥ 0 ou < 0 ;

Fórmula Geral das Perdas

$$P_{perdas} = b_o + b^T P + P^T B P$$

- B é simétrica, isto é, $B_{ij} = B_{ji}$;
- $B_{ii} > 0$, porém B_{ij} pode ser ≥ 0 ou < 0 ;
- Os coeficientes do termo linear, b_i , $i = 1, \dots, N$ podem ser ≥ 0 ou < 0 ;
- O termo constante b_o pode ser ≥ 0 ou < 0 .

Perdas Incrementais e Fatores de Penalidade a partir da FGP

Fórmula Geral das Perdas

$$P_{perdas} = b_o + \sum_{i=1}^N b_i P_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N B_{ij} P_i P_j$$

- Perdas Incrementais para unidade i :

$$\frac{dP_{perdas}}{dP_i} = b_i + 2 \sum_{j=1}^N B_{ij} P_j$$

Perdas Incrementais e Fatores de Penalidade a partir da FGP

Fórmula Geral das Perdas

$$P_{perdas} = b_o + \sum_{i=1}^N b_i P_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N B_{ij} P_i P_j$$

- Perdas Incrementais para unidade i :

$$\frac{dP_{perdas}}{dP_i} = b_i + 2 \sum_{j=1}^N B_{ij} P_j$$

- Fator de penalidade para unidade i :

$$FP_i = \frac{1}{1 - \left(b_i + 2 \sum_{j=1}^N B_{ij} P_j \right)}$$

Perdas Incrementais e Fatores de Penalidade a partir da FGP

Fórmula Geral das Perdas

$$P_{perdas} = b_o + \sum_{i=1}^N b_i P_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N B_{ij} P_i P_j$$

- Perdas Incrementais para unidade i :

$$\frac{dP_{perdas}}{dP_i} = b_i + 2 \sum_{j=1}^N B_{ij} P_j$$

- Fator de penalidade para unidade i :

$$FP_i = \frac{1}{1 - \left(b_i + 2 \sum_{j=1}^N B_{ij} P_j \right)}$$

- As perdas incrementais acoplam as equações de coordenação \Rightarrow fator complicador para a solução do DE com consideração das perdas.

Algoritmo para DE com Perdas de Transmissão

- 1 Fornecer valores iniciais p_i^0 , $i = 1, \dots, N$;

Algoritmo para DE com Perdas de Transmissão

- 1 Fornecer valores iniciais p_i^0 , $i = 1, \dots, N$;
- 2 $k = 0$;

Algoritmo para DE com Perdas de Transmissão

- 1 Fornecer valores iniciais p_i^0 , $i = 1, \dots, N$;
- 2 $k = 0$;
- 3 Calcular P_{perdas}^k usando a FGP;

Algoritmo para DE com Perdas de Transmissão

- 1 Fornecer valores iniciais p_i^0 , $i = 1, \dots, N$;
- 2 $k = 0$;
- 3 Calcular P_{perdas}^k usando a FGP;
- 4 Calcular os fatores de penalidade:

$$FP_i^k = \frac{1}{1 - 2 \sum B_{ij} p_j^k - b_i}, \quad i = 1, \dots, N$$

Algoritmo para DE com Perdas de Transmissão

- 1 Fornecer valores iniciais p_i^0 , $i = 1, \dots, N$;
- 2 $k = 0$;
- 3 Calcular P_{perdas}^k usando a FGP;
- 4 Calcular os fatores de penalidade:

$$FP_i^k = \frac{1}{1 - 2 \sum B_{ij} p_j^k - b_i}, \quad i = 1, \dots, N$$

- 5 $k \leftarrow k + 1$;

Algoritmo para DE com Perdas de Transmissão

- 1 Fornecer valores iniciais p_i^0 , $i = 1, \dots, N$;
- 2 $k = 0$;
- 3 Calcular P_{perdas}^k usando a FGP;
- 4 Calcular os fatores de penalidade:

$$FP_i^k = \frac{1}{1 - 2 \sum B_{ij} p_j^k - b_i}, \quad i = 1, \dots, N$$

- 5 $k \leftarrow k + 1$;
- 6 Resolver sist. de eqs. lineares para obter p_i^{k+1} e λ^{k+1} :

$$\begin{cases} FP_i^k \frac{dF_i(p_i^{k+1})}{dp_i} = \lambda^{k+1}, & i = 1, \dots, N \\ \sum_{i=1}^N p_i^{k+1} = P_L + P_{perdas}^k \end{cases}$$

Algoritmo para DE com Perdas de Transmissão

- 1 Fornecer valores iniciais p_i^0 , $i = 1, \dots, N$;
- 2 $k = 0$;
- 3 Calcular P_{perdas}^k usando a FGP;
- 4 Calcular os fatores de penalidade:

$$FP_i^k = \frac{1}{1 - 2 \sum B_{ij} p_j^k - b_i}, \quad i = 1, \dots, N$$

- 5 $k \leftarrow k + 1$;
- 6 Resolver sist. de eqs. lineares para obter p_i^{k+1} e λ^{k+1} :

$$\begin{cases} FP_i^k \frac{dF_i(p_i^{k+1})}{dp_i} = \lambda^{k+1}, & i = 1, \dots, N \\ \sum_{i=1}^N p_i^{k+1} = P_L + P_{perdas}^k \end{cases}$$

- 7 Calcular

$$\|\Delta p\| = \max |p_i^{(k-1)} - p_i^{(k)}|, \quad i = 1, \dots, N.$$

Algoritmo para DE com Perdas de Transmissão

- 1 Fornecer valores iniciais p_i^0 , $i = 1, \dots, N$;
- 2 $k = 0$;
- 3 Calcular P_{perdas}^k usando a FGP;
- 4 Calcular os fatores de penalidade:

$$FP_i^k = \frac{1}{1 - 2 \sum B_{ij} p_j^k - b_i}, \quad i = 1, \dots, N$$

- 5 $k \leftarrow k + 1$;
- 6 Resolver sist. de eqs. lineares para obter p_i^{k+1} e λ^{k+1} :

$$\begin{cases} FP_i^k \frac{dF_i(p_i^{k+1})}{dp_i} = \lambda^{k+1}, & i = 1, \dots, N \\ \sum_{i=1}^N p_i^{k+1} = P_L + P_{perdas}^k \end{cases}$$

- 7 Calcular

$$\|\Delta p\| = \max |p_i^{(k-1)} - p_i^{(k)}|, \quad i = 1, \dots, N.$$

- 8 Se $\|\Delta p\| < \delta$, **Fim**. Se não, retornar ao passo 3.

Exemplo

Para o sistema do Exemplo A, cujos dados das UGs são:

Unidade 1:	$\underline{P}_1 = 150 \text{ MW}$	$\overline{P}_1 = 600 \text{ MW}$
(carvão)	$F_1(P_1) = 561 + 7,92 P_1 + 0,001562 P_1^2$	
Unidade 2:	$\underline{P}_2 = 100 \text{ MW}$	$\overline{P}_2 = 400 \text{ MW}$
(óleo)	$F_2(P_2) = 310 + 7,85 P_2 + 0,00194 P_2^2$	
Unidade 3:	$\underline{P}_3 = 50 \text{ MW}$	$\overline{P}_3 = 200 \text{ MW}$
(óleo)	$F_3(P_3) = 78 + 7,97 P_3 + 0,00482 P_3^2$	

considere agora que as perdas de transmissão devem ser levadas em conta, sendo dadas por:

$$P_{perdas} = 3 \times 10^{-5} P_1^2 + 9 \times 10^{-5} P_2^2 + 12 \times 10^{-5} P_3^2$$

Sendo a carga a ser suprida igual a 850 MW, use o algoritmo anterior para resolver o problema de DE.

Solução do Exemplo e comparação com o caso sem perdas

Com Perdas	Sem Perdas
(Convergência para $\varepsilon = 1 \times 10^{-4}$)	
$P_1 = 435,2$	$P_1 = 393,2$
$P_2 = 300,0$	$P_2 = 334,6$
$P_3 = 130,7$	$P_3 = 122,2$
$P_{perdas} = 15,83$	$P_{perdas} = 0$
$\lambda = 9,52 \text{ \$/MWh}$	$\lambda = 9,148 \text{ \$/MWh}$

- Apesar das perdas somarem menos de 2% da carga, o despacho obtido é significativamente diferente do despacho do caso sem perdas.