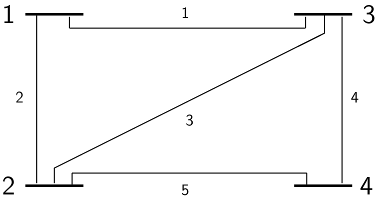
EEL 7100
Exercício: Fluxo de Potência pelo Método de Newton-Raphson

Antonio Simões Costa

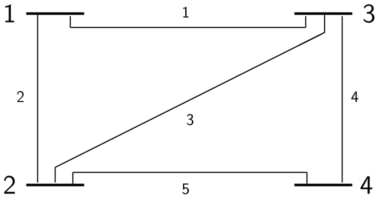
UFSC - LABSPOT



- Barra de folga: barra 1
- Barra PV: barra 3
- Barras PQ: barras 2 e 4

Tabela 1: Dados de barra

Barra	$V^0\angle\delta^0$	$P_g + jQ_g$	$P_d + jQ_d$
1(V-δ)	$1,00\angle 0^o$	$\ldots + j\ldots$	$0,00 + j0,00$
2(P-Q)	$1,00\angle 0^o$	$0,0 + j0,0$	$1,50 + j0,30$
3(P-V)	$1,02\angle 0^o$	$1,20 + j\ldots$	$0,30 + j0,00$
4(P-Q)	$1,00\angle 0^o$	$0,0 + j0,0$	$0,50 + j0,40$



- Barra de folga: barra 1
- Barra PV: barra 3
- Barras PQ: barras 2 e 4

Tabela 2: Dados de ramo

Linha	De	Para	$Z_{série}$	b_{shunt}
1	1	3	$0,010 + j0,10$	$0,02$
2	1	2	$0,020 + j0,20$	$0,01$
3	2	3	$0,010 + j0,10$	0
4	3	4	$0,002 + j0,40$	0
5	2	4	$0,030 + j0,20$	0

Fluxo de Potência pelo método de N-R (III)

Etapas:

1. Formação da matriz $\mathbf{Y}_{barra}$;

1. Formação da matriz $\mathbf{Y}_{barra}$;
2. Definição da estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana;

Fluxo de Potência pelo método de N-R (III)

Etapas:

1. Formação da matriz $\mathbf{Y}_{barra}$;
2. Definição da estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana;
3. Cálculo das potências P_i^{calc} e Q_i^{calc} injetadas nas barras;

Fluxo de Potência pelo método de N-R (III)

Etapas:

1. Formação da matriz $\mathbf{Y}_{barra}$;
2. Definição da estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana;
3. Cálculo das potências P_i^{calc} e Q_i^{calc} injetadas nas barras;
4. Cálculo dos resíduos de potência ativa e reativa;

Fluxo de Potência pelo método de N-R (III)

Etapas:

1. Formação da matriz $\mathbf{Y}_{barra}$;
2. Definição da estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana;
3. Cálculo das potências P_i^{calc} e Q_i^{calc} injetadas nas barras;
4. Cálculo dos resíduos de potência ativa e reativa;
5. Cálculo dos valores numéricos dos elementos da matriz Jacobiana;

Fluxo de Potência pelo método de N-R (III)

Etapas:

1. Formação da matriz $\mathbf{Y}_{barra}$;
2. Definição da estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana;
3. Cálculo das potências P_i^{calc} e Q_i^{calc} injetadas nas barras;
4. Cálculo dos resíduos de potência ativa e reativa;
5. Cálculo dos valores numéricos dos elementos da matriz Jacobiana;
6. Formação e solução do sistema linear $\mathbf{F} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta\mathbf{V}/\mathbf{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{P} \\ \Delta\mathbf{Q} \end{bmatrix}$;

Etapas:

1. Formação da matriz $\mathbf{Y}_{barra}$;
2. Definição da estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana;
3. Cálculo das potências P_i^{calc} e Q_i^{calc} injetadas nas barras;
4. Cálculo dos resíduos de potência ativa e reativa;
5. Cálculo dos valores numéricos dos elementos da matriz Jacobiana;
6. Formação e solução do sistema linear $\mathbf{F}\begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta\mathbf{V}/\mathbf{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{P} \\ \Delta\mathbf{Q} \end{bmatrix}$;
7. Atualização de δ e $\mathbf{V}$.

- Cálculo das admitâncias série:

Tabela 2: Dados de ramo					
Linha	De	Para	$Z_{série}$	$y_{série}$	b_{shunt}
1	1	3	$0,010 + j0,10$	$0,9900 - j9,90$	$0,02$
2	1	2	$0,020 + j0,20$	$0,4950 - j4,95$	$0,01$
3	2	3	$0,010 + j0,10$	$0,9900 - j9,90$	0
4	3	4	$0,002 + j0,40$	$0,0125 - j2,49$	0
5	2	4	$0,030 + j0,20$	$0,7335 - j4,89$	0

- Matriz $\mathbf{Y}_{barra}$:

$$\begin{bmatrix} 1,48 - j14,84 & -0,49 + j4,95 & -0,99 + j9,90 & 0 \\ -0,49 + j4,95 & 2,22 - j19,74 & -0,99 + j9,90 & -0,73 + j4,89 \\ -0,99 + j9,90 & -0,99 + j9,90 & 1,99 - j22,29 & -0,012 + j2,50 \\ 0 & -0,73 + j4,89 & -0,012 + j2,50 & 0,75 - j7,39 \end{bmatrix}$$

Submatriz **H**

- Definida como

$$\mathbf{H} = \left[\frac{\partial \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ}}{\partial \delta} \right] \Longrightarrow H_{ik} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_k}$$

- *Linhas:* correspondem a todas as barras exceto a barra de folga;
- *Colunas:* correspondem aos ângulos de todas as barras $\neq$ barra de folga;
- Considerando que no exemplo a barra de folga é a barra 1 :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & H_{24} \\ H_{32} & H_{33} & H_{34} \\ H_{42} & H_{43} & H_{44} \end{bmatrix}$$

Atenção: Os subscritos i e j em H_{ij} são índices lógicos (correspondem a índices de barra) e não índices físicos de posição na matriz **H**!

2. Estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana (II)

Submatriz $\mathbf{J}$

- Definida como

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{Q}_{PQ}}{\partial \delta} \Longrightarrow J_{ik} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_k}$$

2. Estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana (II)

Submatriz $\mathbf{J}$

- Definida como
$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{Q}_{PQ}}{\partial \delta} \Longrightarrow J_{ik} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_k}$$
- *Linhas:* correspondem apenas às barra PQ;

2. Estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana (II)

Submatriz $\mathbf{J}$

- Definida como

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{Q}_{PQ}}{\partial \delta} \Longrightarrow J_{ik} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_k}$$

- *Linhas:* correspondem apenas às barra PQ;
- *Colunas:* correspondem aos ângulos de todas as barras $\neq$ barra de folga;

Submatriz **J**

- Definida como

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{Q}_{PQ}}{\partial \delta} \Longrightarrow J_{ik} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_k}$$

- *Linhas:* correspondem apenas às barra PQ;
- *Colunas:* correspondem aos ângulos de todas as barras $\neq$ barra de folga;
- Para o exemplo (barra de folga = barra 1):

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_{22} & J_{23} & J_{24} \\ J_{42} & J_{43} & J_{44} \end{bmatrix}$$

Submatriz **N**

- Definida como

$$\mathbf{N} = \mathbf{V} \times \frac{\partial \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ}}{\partial \mathbf{V}} \Longrightarrow N_{ik} = V_k \frac{\partial P_i}{\partial V_k}$$

2. Estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana (III)

Submatriz **N**

- Definida como

$$\mathbf{N} = \mathbf{V} \times \frac{\partial \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ}}{\partial \mathbf{V}} \Longrightarrow N_{ik} = V_k \frac{\partial P_i}{\partial V_k}$$

- *Linhas:* correspondem a todas as barras exceto a barra de folga;

Submatriz **N**

- Definida como

$$\mathbf{N} = \mathbf{V} \times \frac{\partial \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ}}{\partial \mathbf{V}} \Longrightarrow N_{ik} = V_k \frac{\partial P_i}{\partial V_k}$$

- *Linhas:* correspondem a todas as barras exceto a barra de folga;
- *Colunas:* correspondem às tensões das barras PQ;

Submatriz **N**

- Definida como

$$\mathbf{N} = \mathbf{V} \times \frac{\partial \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ}}{\partial \mathbf{V}} \Longrightarrow N_{ik} = V_k \frac{\partial P_i}{\partial V_k}$$

- *Linhas:* correspondem a todas as barras exceto a barra de folga;
- *Colunas:* correspondem às tensões das barras PQ;
- Para o exemplo (barra de folga = barra 1):

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_{22} & N_{24} \\ N_{32} & N_{34} \\ N_{42} & N_{44} \end{bmatrix}$$

Submatriz **L**

- Definida como

$$\mathbf{L} = \mathbf{V} \times \frac{\partial \mathbf{Q}_{PQ}}{\partial \mathbf{V}} \Longrightarrow L_{ik} = V_k \frac{\partial Q_i}{\partial V_k}$$

Submatriz **L**

- Definida como

$$\mathbf{L} = \mathbf{V} \times \frac{\partial \mathbf{Q}_{PQ}}{\partial \mathbf{V}} \Longrightarrow L_{ik} = V_k \frac{\partial Q_i}{\partial V_k}$$

- *Linhas:* correspondem apenas às barra PQ;

Submatriz **L**

- Definida como

$$\mathbf{L} = \mathbf{V} \times \frac{\partial \mathbf{Q}_{PQ}}{\partial \mathbf{V}} \Longrightarrow L_{ik} = V_k \frac{\partial Q_i}{\partial V_k}$$

- *Linhas:* correspondem apenas às barra PQ;
- *Colunas:* correspondem às tensões das barras PQ;

<u>Submatriz **L**</u>

- Definida como

$$\mathbf{L} = \mathbf{V} \times \frac{\partial \mathbf{Q}_{PQ}}{\partial \mathbf{V}} \Longrightarrow L_{ik} = V_k \frac{\partial Q_i}{\partial V_k}$$

- *Linhas:* correspondem apenas às barra PQ;
- *Colunas:* correspondem às tensões das barras PQ;
- Para o exemplo (barra de folga = barra 1):

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} L_{22} & L_{24} \\ L_{42} & L_{44} \end{bmatrix}$$

As expressões originais para as injeções de potência ativa e reativa:

$$P_i^{calc} = \sum_{k=1}^{N} V_i V_k (G_{ik} cos\ \delta_{ik} + B_{ik} sen\ \delta_{ik})$$

$$Q_i^{calc} = \sum_{k=1}^{N} V_i V_k (G_{ik} sen\ \delta_{ik} - B_{ik} cos\ \delta_{ik})$$

podem ser re-escritas como

$$P_i^{calc} = G_{ii} V_i^2 + \sum_{k \neq i} V_i V_k (G_{ik} cos\ \delta_{ik} + B_{ik} sen\ \delta_{ik})$$

$$Q_i^{calc} = -B_{ii} V_i^2 + \sum_{k \neq i} V_i V_k (G_{ik} sen\ \delta_{ik} - B_{ik} cos\ \delta_{ik})$$

- Considerando que os ângulos de fase das tensões nodais são todos inicializados como 0^o :

$$
\begin{aligned}
P_i^{calc} &= G_{ii} V_i^2 + \sum_{k \neq i} V_i V_k G_{ik} \\
Q_i^{calc} &= -B_{ii} V_i^2 - \sum_{k \neq i} V_i V_k B_{ik}
\end{aligned}
$$

Para a barra *2*, considerando que

$$V_1^{(0)} = V_2^{(0)} = V_4^{(0)} = 1,0 \ e \ V_3^{(0)} = 1,02 \ ,$$

$$\begin{array}{llll} G_{22} = 2,2186 & G_{21} = -0,4950 & G_{23} = -0,9901 & G_{24} = -0,7335 \\ B_{22} = -19,7365 & B_{21} = 4,9505 & B_{23} = 9,9010 & B_{24} = 4,8900 \end{array}$$

temos:

$$\begin{aligned} P_2^{calc} &= G_{22} V_2^2 + G_{12} V_1 V_2 + G_{23} V_1 V_3 + G_{24} V_1 V_4 \\ &= 2,2186 \times 1,0^2 - 0,4950 \times 1,0^2 - 0,9901 \times 1,0 \times 1,02 - \\ & \quad 0,7335 \times 1,0^2 = -0,0198 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_2^{calc} &= -B_{22} V_2^2 - B_{12} V_1 V_2 - B_{23} V_1 V_3 - B_{24} V_1 V_4 \\ &= -(-19,7365) \times 1,0^2 - 4,9505 \times 1,0^2 - 9,9010 \times 1,0 \times 1,02 - \\ & \quad 4,8900 \times 1,0^2 = -0,2030 \end{aligned}$$

Potências ativa e reativa injetadas nas barras (IV)

- Adotando o mesmo procedimento para todas as barras, obtemos:

Barra	P_i^{calc}	Q_i^{calc}
2	$-0,0198$	$-0,2030$
3	$0,0406$	$0,4440$
4	$-0,0002$	$-0,0500$

- Considerando que

$$\Delta P_i = P_i^{espec} - P_i^{calc} \quad \text{e} \quad \Delta Q_i = Q_i^{espec} - Q_i^{calc} \ ,$$

os resíduos na primeira iteração podem ser então obtidos:

Barra	P_{g_i}	Q_{g_i}	P_{L_i}	Q_{L_i}	P_i^{espec}	Q_i^{espec}	ΔP_i	ΔQ_i
2	$0,0$	$0,0$	$1,5$	$0,3$	$-1,5$	$-0,3$	$-1,4802$	$-0,0970$
3	$1,2$	$-$	$0,3$	$0,0$	$0,9$	$-$	$0,8593$	$0,4440$
4	$0,0$	$0,0$	$0,5$	$0,4$	$-0,5$	$-0,4$	$-0,4998$	$-0,3500$

- Elementos diagonais: $H_{ii} = -V_i^2 B_{ii} - Q_i^{calc}$

$$
\begin{aligned}
H_{22} &= -1,0^2 \times (-19,7365) - (-0,203) &= 19,9395 \\
H_{33} &= -1,02^2 \times (-22,292) - 0,444 &= 22,7480 \\
H_{44} &= -1,0^2 \times (-7,3900) - (-0,050) &= 7,4400
\end{aligned}
$$

Valores numéricos da matriz Jacobiana (I)

Submatriz H (I)

- Elementos diagonais: $H_{ii} = -V_i^2 B_{ii} - Q_i^{calc}$

$$
\begin{aligned}
H_{22} &= -1,0^2 \times (-19,7365) - (-0,203) &= 19,9395 \\
H_{33} &= -1,02^2 \times (-22,292) - 0,444 &= 22,7480 \\
H_{44} &= -1,0^2 \times (-7,3900) - (-0,050) &= 7,4400
\end{aligned}
$$

- Elementos fora da diagonal, considerando $\delta_i = 0$ ($1^{a.}$ iteração): $H_{ik} = -B_{ik} V_i V_k$

$$
\begin{aligned}
H_{23} &= -1,0 \times 1,02 \times 9,9010 &= -10,0990 \\
H_{24} &= -1,0 \times 1,0 \times 4,8900 &= -4,8900 \\
H_{32} &= -1,02 \times 1,0 \times 9,9010 &= -10,0990 \\
H_{34} &= -1,02 \times 1,0 \times 9,9010 &= -2,5499 \\
H_{42} &= -1,0 \times 1,0 \times 4,8900 &= -4,8900 \\
H_{43} &= -1,0 \times 1,02 \times 9,9010 &= -2,5499
\end{aligned}
$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 19,9395 & -10,0990 & -4,8900 \\ -10,0990 & 22,7480 & -2,5499 \\ -4,8900 & -2,5499 & 7,4400 \end{bmatrix}$$

- As expressões para os elementos de **J** são dados por:
  - Para $i = k$:

$$J_{ii} = -V_i^2 G_{ii} + P_i^{calc}$$

  - Para $i \neq k$, com $\delta_i = 0$ ($1^{a.}$ iteração):

$$J_{ik} = -B_{ik} V_i V_k$$

- Substituindo os valores já determinados, obtém-se:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} -2,2384 & 1,0099 & 0,7335 \\ 0,7335 & 0,0127 & -0,7462 \end{bmatrix}$$

- As expressões para os elementos de **N** são dados por:
  - Para $i = k$:
    $$N_{ii} = V_i^2 G_{ii} + P_i^{calc}$$
  - Para $i \neq k$, com $\delta_i = 0$ ($1^{a.}$ iteração):
    $$N_{ik} = -J_{ik}$$
- Substituindo os valores já determinados, obtém-se:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 2,1988 & -0,7335 \\ -1,0099 & -0,0127 \\ -0,7335 & 0,7457 \end{bmatrix}$$

- As expressões para os elementos de **L** são dados por:
  - Para $i = k$:

$$N_{ii} = -V_i^2 B_{ii} + Q_i^{calc}$$

  - Para $i \neq k$, com $\delta_i = 0$ ($1^{a.}$ iteração):

$$N_{ik} = H_{ik}$$

- Substituindo os valores já determinados, obtém-se:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 19,5334 & -4,8900 \\ -4,8900 & 7,3399 \end{bmatrix}$$

Matriz Jacobiana calculada

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{J} & \mathbf{L} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{19,9395} & \mathbf{-10,0990} & \mathbf{-4,8900} & 2,1988 & -0,7335 \\ \mathbf{-10,0990} & \mathbf{22,7480} & \mathbf{-2,5499} & -1,0099 & -0,0127 \\ \mathbf{-4,8900} & \mathbf{-2,5499} & \mathbf{7,4399} & -0,7335 & 0,7457 \\ -2,2384 & 1,0099 & 0,7335 & \mathbf{19,5334} & \mathbf{-4,8900} \\ 0,7335 & 0,0127 & -0,7462 & \mathbf{-4,8900} & \mathbf{7,3399} \end{bmatrix}$$

Sistema linear da primeira iteração

$$\mathbf{F}\begin{bmatrix}\Delta\delta \\ \Delta\mathbf{V}/\mathbf{V}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\Delta\mathbf{P} \\ \Delta\mathbf{Q}\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{19,9395} & \mathbf{-10,0990} & \mathbf{-4,8900} & 2,1988 & -0,7335 \\ \mathbf{-10,0990} & \mathbf{22,7480} & \mathbf{-2,5499} & -1,0099 & -0,0127 \\ \mathbf{-4,8900} & \mathbf{-2,5499} & \mathbf{7,4399} & -0,7335 & 0,7457 \\ -2,2384 & 1,0099 & 0,7335 & \mathbf{19,5334} & \mathbf{-4,8900} \\ 0,7335 & 0,0127 & -0,7462 & \mathbf{-4,8900} & \mathbf{7,3399} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta\delta_4 \\ \Delta V_2/V_2 \\ \Delta V_4/V_4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1,4802 \\ 0,8593 \\ -0,4998 \\ -0,0970 \\ -0,3500 \end{bmatrix}$$

Solução da primeira iteração

- Resolvendo o sistema linear anterior, obtêm-se:

$$\begin{aligned} \Delta\delta &= \begin{bmatrix} -0,1363 & -0,0428 & -0,1672 \end{bmatrix}^T \\ \Delta \mathbf{V}/\mathbf{V} &= \begin{bmatrix} -0,0298 & -0,0709 \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

Solução da primeira iteração

- Resolvendo o sistema linear anterior, obtêm-se:

$$\begin{aligned} \Delta\delta &= \begin{bmatrix} -0,1363 & -0,0428 & -0,1672 \end{bmatrix}^T \\ \Delta\mathbf{V}/\mathbf{V} &= \begin{bmatrix} -0,0298 & -0,0709 \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

- Ângulos e magnitudes das tensões corrigidas ao final da 1ª. iteração:

$$\begin{aligned} \delta^{(1)} &= \delta^{(0)} + \Delta\delta \\ \mathbf{V}^{(1)} &= \mathbf{V}^{(0)} + \mathbf{V}^{(0)} \times \left(\frac{\Delta\mathbf{V}}{\mathbf{V}}\right) \end{aligned}$$

$$\delta^{(1)} = \begin{bmatrix} \delta_2^{(1)} & \delta_3^{(1)} & \delta_4^{(1)} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -0,1363 & -0,0428 & -0,1672 \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{V}^{(1)} = \begin{bmatrix} V_2^{(1)} & V_4^{(1)} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0,9702 & 0,9291 \end{bmatrix}^T$$

Solução da primeira iteração

- Resolvendo o sistema linear anterior, obtêm-se:

$$\begin{aligned}\Delta\delta &= \begin{bmatrix} -0,1363 & -0,0428 & -0,1672 \end{bmatrix}^T \\ \Delta\mathbf{V}/\mathbf{V} &= \begin{bmatrix} -0,0298 & -0,0709 \end{bmatrix}^T\end{aligned}$$

- Ângulos e magnitudes das tensões corrigidas ao final da 1ª iteração:

$$\begin{aligned}\delta^{(1)} &= \delta^{(0)} + \Delta\delta \\ \mathbf{V}^{(1)} &= \mathbf{V}^{(0)} + \mathbf{V}^{(0)} \times \left(\frac{\Delta\mathbf{V}}{\mathbf{V}}\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta^{(1)} = \begin{bmatrix} \delta_2^{(1)} & \delta_3^{(1)} & \delta_4^{(1)} \end{bmatrix}^T &= \begin{bmatrix} -0,1363 & -0,0428 & -0,1672 \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{V}^{(1)} = \begin{bmatrix} V_2^{(1)} & V_4^{(1)} \end{bmatrix}^T &= \begin{bmatrix} 0,9702 & 0,9291 \end{bmatrix}^T\end{aligned}$$

- Valores do ângulo da barra de folga, δ_1, e tensões V_1 e V_3, permanecem iguais aos seus valores especificados.