

EEL 7100

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido

Antonio Simões Costa

UFSC - LABSPOT

- A robustez do método de Newton aplicado ao fluxo de potência permite o uso de aproximações na matriz Jacobiana sem prejuízo das características gerais de convergência;

- A robustez do método de Newton aplicado ao fluxo de potência permite o uso de aproximações na matriz Jacobiana sem prejuízo das características gerais de convergência;
- Aproximações utilizadas:

- A robustez do método de Newton aplicado ao fluxo de potência permite o uso de aproximações na matriz Jacobiana sem prejuízo das características gerais de convergência;
- Aproximações utilizadas:
 - Matriz Jacobiana constante a partir de uma dada iteração;

- A robustez do método de Newton aplicado ao fluxo de potência permite o uso de aproximações na matriz Jacobiana sem prejuízo das características gerais de convergência;
- Aproximações utilizadas:
 - Matriz Jacobiana constante a partir de uma dada iteração;
 - Desacoplamento $P - \delta / Q - V \Rightarrow$ Fluxo de Potência Desacoplado;

- A robustez do método de Newton aplicado ao fluxo de potência permite o uso de aproximações na matriz Jacobiana sem prejuízo das características gerais de convergência;
- Aproximações utilizadas:
 - Matriz Jacobiana constante a partir de uma dada iteração;
 - Desacoplamento $P - \delta / Q - V \Rightarrow$ *Fluxo de Potência Desacoplado*;
 - Desacoplamento + matrizes constantes = *Fluxo de Potência Desacoplado Rápido*.

Fluxo de Potência Desacoplado (I)

- Método de Newton-Raphson convencional:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ} \\ \Delta \mathbf{Q}_{PQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{J} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_{PV \text{ e } PQ} \\ \left(\frac{\Delta \mathbf{V}}{\mathbf{V}}\right)_{PQ} \end{bmatrix}$$

- *Desacoplamento de variáveis* - Para sists. em que X/R das linhas é alto ($V \geq 230 \text{ kV}$):
 - Uma variação ΔP implica numa variação significativa $\Delta \delta$ em δ e ΔV pequeno;
 - Uma variação ΔQ resulta numa variação significativa ΔV e $\Delta \delta$ pequeno..
- Fluxo de Potência Desacoplado:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ} \\ \Delta \mathbf{Q}_{PQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_{PV \text{ e } PQ} \\ \left(\frac{\Delta \mathbf{V}}{\mathbf{V}}\right)_{PQ} \end{bmatrix}$$

Fluxo de Potência Desacoplado (II)

- Implicações:
 - Soluções alternadas dos subprobs. $P - \delta$ e $Q - V$;
 - Número maior de iterações, porém menor tempo de cálculo por iteração e menores requisitos de memória.
- Esquema iterativo:

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{P}(\delta^r, \mathbf{V}^r) &= \mathbf{H}(\delta^r, \mathbf{V}^r) \Delta \delta^r \\ \delta^{r+1} &= \delta^r + \Delta \delta^r\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{Q}(\delta^{r+1}, \mathbf{V}^r) &= \mathbf{L}(\delta^{r+1}, \mathbf{V}^r) (\Delta \mathbf{V}^r / \mathbf{V}) \\ \mathbf{V}^{r+1} &= \mathbf{V}^r + \Delta \mathbf{V}^r\end{aligned}$$

Versão Modificada do Newton Desacoplado (I)

- Redução da não-linearidade e melhor desempenho do método de Newton obtidos dividindo-se as equações do fluxo de potência pela tensão V_i :

$$\frac{\Delta P_i}{V_i} = \left[\frac{H_{i1}}{V_i}, \frac{H_{i2}}{V_i}, \dots, \frac{H_{i,npq+npv}}{V_i} \right] \begin{bmatrix} \Delta \delta_1 \\ \Delta \delta_2 \\ \vdots \\ \Delta \delta_{npq+npv} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\Delta Q_i}{V_i} = \left[\frac{L_{i1}}{V_i}, \frac{L_{i2}}{V_i}, \dots, \frac{L_{i,npq}}{V_i} \right] \begin{bmatrix} \Delta V_1 / V_1 \\ \Delta V_2 / V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_{npq} / V_{npq} \end{bmatrix}$$

Versão Modificada do Newton Desacoplado (II)

- Em termos matriciais, definimos:

$$\mathbf{H}' \triangleq \mathbf{V}_{PV,PQ}^{-1} \mathbf{H} \qquad \mathbf{L}' \triangleq \mathbf{V}_{PQ}^{-1} \mathbf{L}$$

$$[\Delta \mathbf{P} / \mathbf{V}] \triangleq \mathbf{V}_{PV,PQ}^{-1} \Delta \mathbf{P} \qquad [\Delta \mathbf{Q} / \mathbf{V}] \triangleq \mathbf{V}_{PQ}^{-1} \Delta \mathbf{Q}$$

Portanto:

$$[\Delta \mathbf{P} / \mathbf{V}] = \mathbf{H}' \Delta \delta$$

$$[\Delta \mathbf{Q} / \mathbf{V}] = \mathbf{L}' (\Delta \mathbf{V} / \mathbf{V})$$

Versão Modificada do Newton Desacoplado (II)

- Em termos matriciais, definimos:

$$\mathbf{H}' \triangleq \mathbf{V}_{PV,PQ}^{-1} \mathbf{H} \quad \mathbf{L}' \triangleq \mathbf{V}_{PQ}^{-1} \mathbf{L}$$

$$[\Delta \mathbf{P} / \mathbf{V}] \triangleq \mathbf{V}_{PV,PQ}^{-1} \Delta \mathbf{P} \quad [\Delta \mathbf{Q} / \mathbf{V}] \triangleq \mathbf{V}_{PQ}^{-1} \Delta \mathbf{Q}$$

Portanto:

$$[\Delta \mathbf{P} / \mathbf{V}] = \mathbf{H}' \Delta \delta$$

$$[\Delta \mathbf{Q} / \mathbf{V}] = \mathbf{L}' (\Delta \mathbf{V} / \mathbf{V})$$

- Com as novas definições, os sistemas lineares a serem resolvidos tornam-se:

$$[\Delta \mathbf{P} / \mathbf{V}] = \mathbf{H}' \Delta \delta$$

$$[\Delta \mathbf{Q} / \mathbf{V}] = \mathbf{L}' (\Delta \mathbf{V} / \mathbf{V})$$

- Considerando-se a divisão por \mathbf{V} , os elementos de \mathbf{H} e \mathbf{L} são agora calculados como:

$$\begin{aligned}H'_{ii} &= H_{ii} / V_i = -Q_i / V_i - V_i B_{ii} \\H'_{ik} &= H_{ik} / V_i = V_k (G_{ik} \text{sen } \delta_{ik} - B_{ik} \text{cos } \delta_{ik}) \\L'_{ii} &= L_{ii} / V_i = Q_i / V_i - V_i B_{ii} \\L'_{ik} &= L_{ik} / V_i = V_k (G_{ik} \text{sen } \delta_{ik} - B_{ik} \text{cos } \delta_{ik})\end{aligned}$$

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido (I)

- Além do desacoplamento, matrizes \mathbf{H}' e \mathbf{L}' são mantidas constantes ao longo das iterações;

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido (I)

- Além do desacoplamento, matrizes \mathbf{H}' e \mathbf{L}' são mantidas constantes ao longo das iterações;
- Baseia-se nas seguintes considerações:

$$\delta_{ik} \approx 0 \qquad \cos \delta_{ik} \approx 1,0 \qquad \text{sen } \delta_{ik} \approx \delta_{ik}$$

$$V_j \text{ e } V_k \cong 1.0 \text{ pu} \quad |B_{ik}| \gg |G_{ik} \text{ sen } \delta_{ik}| \quad |B_{ij}| \gg |Q_i|$$

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido (I)

- Além do desacoplamento, matrizes \mathbf{H}' e \mathbf{L}' são mantidas constantes ao longo das iterações;
- Baseia-se nas seguintes considerações:

$$\delta_{ik} \approx 0 \qquad \cos \delta_{ik} \approx 1,0 \qquad \text{sen } \delta_{ik} \approx \delta_{ik}$$

$$V_i \text{ e } V_k \cong 1.0 \text{ pu} \quad |B_{ik}| \gg |G_{ik} \text{ sen } \delta_{ik}| \quad |B_{ii}| \gg |Q_i|$$

- Como

$$H'_{ii} = -Q_i / V_i - V_i B_{ii}$$

$$L'_{ii} = Q_i / V_i - V_i B_{ii}$$

$$H'_{ik} = V_k (G_{ik} \text{ sen } \delta_{ik} - B_{ik} \text{ cos } \delta_{ik})$$

$$L'_{ik} = V_k (G_{ik} \text{ sen } \delta_{ik} - B_{ik} \text{ cos } \delta_{ik})$$

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido (I)

- Além do desacoplamento, matrizes \mathbf{H}' e \mathbf{L}' são mantidas constantes ao longo das iterações;
- Baseia-se nas seguintes considerações:

$$\delta_{ik} \approx 0 \qquad \cos \delta_{ik} \approx 1,0 \qquad \text{sen } \delta_{ik} \approx \delta_{ik}$$

$$V_i \text{ e } V_k \cong 1.0 \text{ pu} \quad |B_{ik}| \gg |G_{ik} \text{ sen } \delta_{ik}| \quad |B_{ii}| \gg |Q_i|$$

- Como

$$H'_{ii} = -Q_i / V_i - V_i B_{ii}$$

$$L'_{ii} = Q_i / V_i - V_i B_{ii}$$

$$H'_{ik} = V_k (G_{ik} \text{ sen } \delta_{ik} - B_{ik} \text{ cos } \delta_{ik})$$

$$L'_{ik} = V_k (G_{ik} \text{ sen } \delta_{ik} - B_{ik} \text{ cos } \delta_{ik})$$

- conclui-se que:

$$H'_{ii} = H_{ii} / V_i = -B_{ii}$$

$$L'_{ii} = L_{ii} / V_i = -B_{ii}$$

$$H'_{ik} = H_{ik} / V_i = -B_{ik}$$

$$L'_{ik} = L_{ik} / V_i = -B_{ik}$$

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido (II)

- As aproximações anteriores conduzem aos resultados:

$$\begin{aligned} H'_{ii} &= H_{ii} / V_i = -B_{ii} & L'_{ii} &= L_{ii} / V_i = -B_{ii} \\ H'_{ik} &= H_{ik} / V_i = -B_{ik} & L'_{ik} &= L_{ik} / V_i = -B_{ik} \end{aligned}$$

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido (II)

- As aproximações anteriores conduzem aos resultados:

$$\begin{aligned} H'_{ii} &= H_{ii} / V_i = -B_{ii} & L'_{ii} &= L_{ii} / V_i = -B_{ii} \\ H'_{ik} &= H_{ik} / V_i = -B_{ik} & L'_{ik} &= L_{ik} / V_i = -B_{ik} \end{aligned}$$

- Redefine-se:

$$\mathbf{B}' \triangleq \mathbf{H}' \quad \text{e} \quad \mathbf{B}'' \triangleq \mathbf{L}'$$

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido (II)

- As aproximações anteriores conduzem aos resultados:

$$\begin{aligned} H'_{ii} &= H_{ii} / V_i = -B_{ii} & L'_{ii} &= L_{ii} / V_i = -B_{ii} \\ H'_{ik} &= H_{ik} / V_i = -B_{ik} & L'_{ik} &= L_{ik} / V_i = -B_{ik} \end{aligned}$$

- Redefine-se:

$$\mathbf{B}' \triangleq \mathbf{H}' \quad \text{e} \quad \mathbf{B}'' \triangleq \mathbf{L}'$$

- \mathbf{B}' e \mathbf{B}'' são o negativo da parte imaginária de \mathbf{Y}_{barra} , excluindo-se a linha/col. da barra de folga:

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido (II)

- As aproximações anteriores conduzem aos resultados:

$$\begin{aligned} H'_{ii} &= H_{ii} / V_i = -B_{ii} & L'_{ii} &= L_{ii} / V_i = -B_{ii} \\ H'_{ik} &= H_{ik} / V_i = -B_{ik} & L'_{ik} &= L_{ik} / V_i = -B_{ik} \end{aligned}$$

- Redefine-se:

$$\mathbf{B}' \triangleq \mathbf{H}' \quad \text{e} \quad \mathbf{B}'' \triangleq \mathbf{L}'$$

- \mathbf{B}' e \mathbf{B}'' são o negativo da parte imaginária de \mathbf{Y}_{barra} , excluindo-se a linha/col. da barra de folga:
 - \mathbf{B}' : linhas/cols. ref. às barras PQ e PV ;

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido (II)

- As aproximações anteriores conduzem aos resultados:

$$\begin{aligned} H'_{ii} &= H_{ii} / V_i = -B_{ii} & L'_{ii} &= L_{ii} / V_i = -B_{ii} \\ H'_{ik} &= H_{ik} / V_i = -B_{ik} & L'_{ik} &= L_{ik} / V_i = -B_{ik} \end{aligned}$$

- Redefine-se:

$$\mathbf{B}' \triangleq \mathbf{H}' \quad \text{e} \quad \mathbf{B}'' \triangleq \mathbf{L}'$$

- \mathbf{B}' e \mathbf{B}'' são o negativo da parte imaginária de \mathbf{Y}_{barra} , excluindo-se a linha/col. da barra de folga:
 - \mathbf{B}' : linhas/cols. ref. às barras PQ e PV ;
 - \mathbf{B}'' : linhas/cols. referentes às barras PQ .

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido (II)

- As aproximações anteriores conduzem aos resultados:

$$\begin{aligned} H'_{ii} &= H_{ii} / V_i = -B_{ii} & L'_{ii} &= L_{ii} / V_i = -B_{ii} \\ H'_{ik} &= H_{ik} / V_i = -B_{ik} & L'_{ik} &= L_{ik} / V_i = -B_{ik} \end{aligned}$$

- Redefine-se:

$$\mathbf{B}' \triangleq \mathbf{H}' \quad \text{e} \quad \mathbf{B}'' \triangleq \mathbf{L}'$$

- \mathbf{B}' e \mathbf{B}'' são o negativo da parte imaginária de \mathbf{Y}_{barra} , excluindo-se a linha/col. da barra de folga:
 - \mathbf{B}' : linhas/cols. ref. às barras PQ e PV ;
 - \mathbf{B}'' : linhas/cols. referentes às barras PQ .
- Equações de correção dos ângulos e magnitudes das tensões:

$$\begin{aligned} [\Delta \mathbf{P} / \mathbf{V}] &= \mathbf{B}' \Delta \delta \\ [\Delta \mathbf{Q} / \mathbf{V}] &= \mathbf{B}'' (\Delta \mathbf{V} / \mathbf{V}) \end{aligned}$$

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido (III)

- Equações de correção dos ângulos e magnitudes das tensões:

$$\begin{aligned}[\Delta \mathbf{P} / \mathbf{V}] &= \mathbf{B}' \Delta \delta \\ [\Delta \mathbf{Q} / \mathbf{V}] &= \mathbf{B}'' (\Delta \mathbf{V} / \mathbf{V})\end{aligned}$$

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido (III)

- Equações de correção dos ângulos e magnitudes das tensões:

$$\begin{aligned}[\Delta \mathbf{P} / \mathbf{V}] &= \mathbf{B}' \Delta \delta \\ [\Delta \mathbf{Q} / \mathbf{V}] &= \mathbf{B}'' (\Delta \mathbf{V} / \mathbf{V})\end{aligned}$$

- Medidas adicionais para melhoria de desempenho:

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido (III)

- Equações de correção dos ângulos e magnitudes das tensões:

$$\begin{aligned}[\Delta \mathbf{P} / \mathbf{V}] &= \mathbf{B}' \Delta \delta \\ [\Delta \mathbf{Q} / \mathbf{V}] &= \mathbf{B}'' (\Delta \mathbf{V} / \mathbf{V})\end{aligned}$$

- Medidas adicionais para melhoria de desempenho:
 - Omissão em \mathbf{B}' dos elementos que afetam $\Delta \mathbf{Q}$: capacitores shunt e trafos com comutação sob carga;

- Equações de correção dos ângulos e magnitudes das tensões:

$$\begin{aligned}[\Delta \mathbf{P} / \mathbf{V}] &= \mathbf{B}' \Delta \delta \\ [\Delta \mathbf{Q} / \mathbf{V}] &= \mathbf{B}'' (\Delta \mathbf{V} / \mathbf{V})\end{aligned}$$

- Medidas adicionais para melhoria de desempenho:
 - Omissão em \mathbf{B}' dos elementos que afetam $\Delta \mathbf{Q}$: capacitores shunt e trafos com comutação sob carga;
 - Omissão em \mathbf{B}'' dos elementos que afetam $\Delta \mathbf{P}$: trafos defasadores etc.

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido (IV)

- Tratamento das resistências dos ramos da rede:

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido (IV)

- Tratamento das resistências dos ramos da rede:
 - Esquema **XB**: resistências são ignoradas em **B'** somente (versão mais comum):

$$\begin{aligned} B'_{ik} &= -1 / X_{ik} & B'_{ii} &= \sum_{k \in \Omega_i} (1 / X_{ik}) \\ B''_{ik} &= -B_{ik} & B''_{ii} &= -B_{ii} \end{aligned}$$

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido (IV)

- Tratamento das resistências dos ramos da rede:
 - Esquema **XB**: resistências são ignoradas em **B'** somente (versão mais comum):

$$\begin{aligned} B'_{ik} &= -1 / X_{ik} & B'_{ij} &= \sum_{k \in \Omega_i} (1 / X_{ik}) \\ B''_{ik} &= -B_{ik} & B''_{ij} &= -B_{ij} \end{aligned}$$

- Esquema **BX**: resistências ignoradas em **B''** somente:

$$\begin{aligned} B'_{ik} &= -B_{ik} & B'_{ij} &= -B_{ij} \\ B''_{ik} &= -1 / X_{ik} & B''_{ij} &= \sum_{k \in \Omega_i} (1 / X_{ik}) \end{aligned}$$

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido (IV)

- Tratamento das resistências dos ramos da rede:
 - Esquema **XB**: resistências são ignoradas em **B'** somente (versão mais comum):

$$\begin{aligned} B'_{ik} &= -1 / X_{ik} & B'_{ii} &= \sum_{k \in \Omega_i} (1 / X_{ik}) \\ B''_{ik} &= -B_{ik} & B''_{ii} &= -B_{ii} \end{aligned}$$

- Esquema **BX**: resistências ignoradas em **B''** somente:

$$\begin{aligned} B'_{ik} &= -B_{ik} & B'_{ii} &= -B_{ii} \\ B''_{ik} &= -1 / X_{ik} & B''_{ii} &= \sum_{k \in \Omega_i} (1 / X_{ik}) \end{aligned}$$

- Esquemas **XB** e **BX** tem propriedades de convergência semelhantes. Esquemas **BB** e **XX** apresentam taxas de convergência piores.

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido (V)

- Sumarizando o cálculo de \mathbf{B}' e \mathbf{B}'' :

$$\mathbf{Y}_{Barra} = \mathbf{G} + j\mathbf{B}$$

$$R_{ij} = 0 \implies \mathbf{Y}_{Barra} = j\mathbf{B},$$

$$B_{ik}|_{R=0} = 1/x_{ik}$$

| | \mathbf{B}' | \mathbf{B}'' |
|---------------|----------------------|----------------------|
| \mathbf{XB} | $-\mathbf{B} _{R=0}$ | $-\mathbf{B}$ |
| \mathbf{BX} | $-\mathbf{B}$ | $-\mathbf{B} _{R=0}$ |

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido (V)

- Sumarizando o cálculo de \mathbf{B}' e \mathbf{B}'' :

$$\mathbf{Y}_{Barra} = \mathbf{G} + j\mathbf{B}$$

$$R_{ij} = 0 \implies \mathbf{Y}_{Barra} = j\mathbf{B},$$

$$B_{ik}|_{R=0} = 1/x_{ik}$$

| | \mathbf{B}' | \mathbf{B}'' |
|---------------|----------------------|----------------------|
| \mathbf{XB} | $-\mathbf{B} _{R=0}$ | $-\mathbf{B}$ |
| \mathbf{BX} | $-\mathbf{B}$ | $-\mathbf{B} _{R=0}$ |

- Observações:

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido (V)

- Sumarizando o cálculo de \mathbf{B}' e \mathbf{B}'' :

$$\mathbf{Y}_{Barra} = \mathbf{G} + j\mathbf{B}$$

$$R_{ij} = 0 \implies \mathbf{Y}_{Barra} = j\mathbf{B},$$

$$B_{ik}|_{R=0} = 1/x_{ik}$$

| | \mathbf{B}' | \mathbf{B}'' |
|---------------|----------------------|----------------------|
| \mathbf{XB} | $-\mathbf{B} _{R=0}$ | $-\mathbf{B}$ |
| \mathbf{BX} | $-\mathbf{B}$ | $-\mathbf{B} _{R=0}$ |

- **Observações:**

- Elementos diagonais de \mathbf{B}' e \mathbf{B}'' são *positivos*;

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido (V)

- Sumarizando o cálculo de \mathbf{B}' e \mathbf{B}'' :

$$\mathbf{Y}_{Barra} = \mathbf{G} + j\mathbf{B}$$

$$R_{ij} = 0 \implies \mathbf{Y}_{Barra} = j\mathbf{B},$$

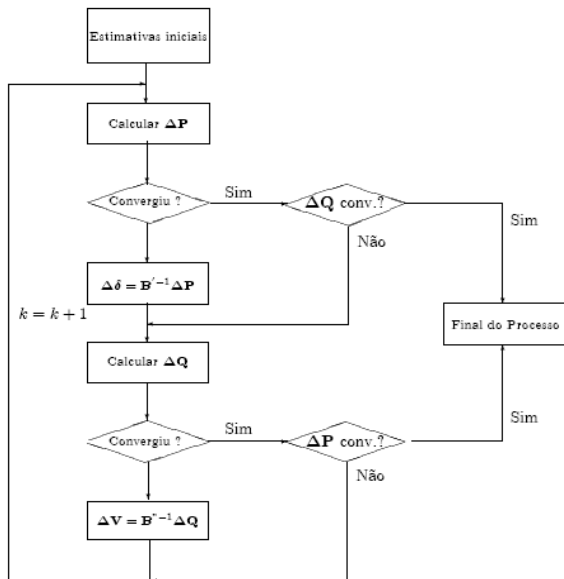
$$B_{ik}|_{R=0} = 1/x_{ik}$$

| | \mathbf{B}' | \mathbf{B}'' |
|---------------|----------------------|----------------------|
| \mathbf{XB} | $-\mathbf{B} _{R=0}$ | $-\mathbf{B}$ |
| \mathbf{BX} | $-\mathbf{B}$ | $-\mathbf{B} _{R=0}$ |

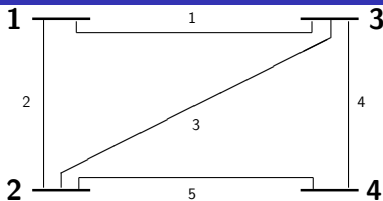
- **Observações:**

- Elementos diagonais de \mathbf{B}' e \mathbf{B}'' são *positivos*;
- Elementos fora da diagonal de \mathbf{B}' e \mathbf{B}'' são *negativos*.

Fluxo de Potência Desacoplado Rápido - Fluxograma



Exemplo



| Linha | De | Para | $Z_{série}$ | $Y_{série}$ | b_{shunt} |
|-------|----|------|-----------------|------------------|-------------|
| 1 | 1 | 3 | $0,010 + j0,10$ | $0,9900 - j9,90$ | 0,02 |
| 2 | 1 | 2 | $0,020 + j0,20$ | $0,4950 - j4,95$ | 0,01 |
| 3 | 2 | 3 | $0,010 + j0,10$ | $0,9900 - j9,90$ | 0,00 |
| 4 | 3 | 4 | $0,002 + j0,40$ | $0,0125 - j2,49$ | 0,00 |
| 5 | 2 | 4 | $0,030 + j0,20$ | $0,7335 - j4,89$ | 0,00 |

- Barra de folga: barra 1
- Barra PV: barra 3
- Barras PQ: barras 2 e 4.

Versão XB (I)

Formação da matriz B'

- Não se consideram susceptâncias *shunt*;

Versão XB (I)

Formação da matriz B'

- Não se consideram susceptâncias *shunt*;
- Resistências dos ramos são ignoradas ($R_{ij} = 0$):

| Linha | De | Para | $Z_{série}$ | $Y_{série}$ |
|-------|----|------|-------------|-------------|
| 1 | 1 | 3 | $j0,10$ | $-j10,0$ |
| 2 | 1 | 2 | $j0,20$ | $-j5,00$ |
| 3 | 2 | 3 | $j0,10$ | $-j10,0$ |
| 4 | 3 | 4 | $j0,40$ | $-j2,50$ |
| 5 | 2 | 4 | $j0,20$ | $-j5,00$ |

Versão XB (I)

Formação da matriz B'

- Não se consideram susceptâncias *shunt*;
- Resistências dos ramos são ignoradas ($R_{ij} = 0$):

| Linha | De | Para | $Z_{série}$ | $Y_{série}$ |
|-------|----|------|-------------|-------------|
| 1 | 1 | 3 | $j0,10$ | $-j10,0$ |
| 2 | 1 | 2 | $j0,20$ | $-j5,00$ |
| 3 | 2 | 3 | $j0,10$ | $-j10,0$ |
| 4 | 3 | 4 | $j0,40$ | $-j2,50$ |
| 5 | 2 | 4 | $j0,20$ | $-j5,00$ |

- Matriz Y_{barra} da Rede com $b_{shunt} = 0$ e $R_{ij} = 0$:

$$Y_{barra} = -j \begin{bmatrix} 15 & -5 & -10,0 & 0,0 \\ -5 & 20 & -10,0 & -5,0 \\ -10 & -10 & 22,5 & -2,5 \\ 0 & -5 & -2,5 & 7,5 \end{bmatrix}$$

- Matriz \mathbf{Y}_{barra} da Rede com $b_{shunt} = 0$ e $R_{ij} = 0$:

$$\mathbf{Y}_{barra} = -j \begin{bmatrix} 15 & -5 & -10,0 & 0,0 \\ -5 & 20 & -10,0 & -5,0 \\ -10 & -10 & 22,5 & -2,5 \\ 0 & -5 & -2,5 & 7,5 \end{bmatrix}$$

- Matriz \mathbf{Y}_{barra} da Rede com $b_{shunt} = 0$ e $R_{ij} = 0$:

$$\mathbf{Y}_{barra} = -j \begin{bmatrix} 15 & -5 & -10,0 & 0,0 \\ -5 & 20 & -10,0 & -5,0 \\ -10 & -10 & 22,5 & -2,5 \\ 0 & -5 & -2,5 & 7,5 \end{bmatrix}$$

- Matriz \mathbf{B}' :

$$\mathbf{B}' = \begin{bmatrix} 20,0 & -10,0 & -5,0 \\ -10,0 & 22,5 & -2,5 \\ -5,0 & -2,5 & 7,5 \end{bmatrix}$$

- Obtida da parte imaginária de \mathbf{Y}_{barra} :

$$\begin{bmatrix} 1,48 - j14,84 & -0,49 + j4,95 & -0,99 + j9,90 & 0 \\ -0,49 + j4,95 & 2,22 - j19,74 & -0,99 + j9,90 & -0,73 + j4,89 \\ -0,99 + j9,90 & -0,99 + j9,90 & 1,99 - j22,29 & -0,012 + j2,50 \\ 0 & -0,73 + j4,89 & -0,012 + j2,50 & 0,75 - j7,39 \end{bmatrix}$$

Versão XB (III)

Formação da matriz B''

- Obtida da parte imaginária de \mathbf{Y}_{barra} :

$$\begin{bmatrix} 1,48 - j14,84 & -0,49 + j4,95 & -0,99 + j9,90 & 0 \\ -0,49 + j4,95 & 2,22 - j19,74 & -0,99 + j9,90 & -0,73 + j4,89 \\ -0,99 + j9,90 & -0,99 + j9,90 & 1,99 - j22,29 & -0,012 + j2,50 \\ 0 & -0,73 + j4,89 & -0,012 + j2,50 & 0,75 - j7,39 \end{bmatrix}$$

- Como $B''_{ii} = -B_{ii}$ e $B''_{ij} = -B_{ij}$:

$$\mathbf{B}'' = \begin{bmatrix} 19,74 & -4,89 \\ -4,89 & 7,39 \end{bmatrix}$$

- Primeira 1/2 Iteração $P - \delta$:

$$\mathbf{B}'\Delta\delta = [\Delta\mathbf{P}/\mathbf{V}]$$

$$\begin{bmatrix} 20,0 & -10,0 & -5,0 \\ -10,0 & 22,5 & -2,5 \\ -5,0 & -2,5 & 7,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta\delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,4802 \\ 0,8424 \\ -0,4998 \end{bmatrix}$$

- Primeira 1/2 Iteração $P - \delta$:

$$\mathbf{B}' \Delta \delta = [\Delta \mathbf{P} / \mathbf{V}]$$

$$\begin{bmatrix} 20,0 & -10,0 & -5,0 \\ -10,0 & 22,5 & -2,5 \\ -5,0 & -2,5 & 7,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta \delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,4802 \\ 0,8424 \\ -0,4998 \end{bmatrix}$$

- Primeira 1/2 Iteração $Q - V$:

$$\mathbf{B}'' (\Delta \mathbf{V} / \mathbf{V}) = [\Delta \mathbf{Q} / \mathbf{V}]$$

$$\begin{bmatrix} 19,74 & -4,89 \\ -4,89 & 7,39 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_2 / V_2 \\ \Delta V_4 / V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta Q_2(\mathbf{V}^{(0)}, \delta^{(1)}) \\ \Delta Q_4(\mathbf{V}^{(0)}, \delta^{(1)}) \end{bmatrix}$$