

EEL 7100

Matrizes de Rede e Fluxo de Potência

Antonio Simões Costa

UFSC - LABSPOT

- **Fluxo de Potência:** aplicativo mais utilizado no apoio à operação de SEPs;

- **Fluxo de Potência:** aplicativo mais utilizado no apoio à operação de SEPs;
- **Método de Newton:**

- **Fluxo de Potência:** aplicativo mais utilizado no apoio à operação de SEPs;
- **Método de Newton:**
 - Boa convergência em problemas de fluxo de potência;

- **Fluxo de Potência:** aplicativo mais utilizado no apoio à operação de SEPs;
- **Método de Newton:**
 - Boa convergência em problemas de fluxo de potência;
 - Facilita a aplicação de esparsidade \Rightarrow tempos de execução baixos;

- **Fluxo de Potência:** aplicativo mais utilizado no apoio à operação de SEPs;
- **Método de Newton:**
 - Boa convergência em problemas de fluxo de potência;
 - Facilita a aplicação de esparsidade \Rightarrow tempos de execução baixos;
- **Fluxo de Potência Desacoplado Rápido:**

- **Fluxo de Potência:** aplicativo mais utilizado no apoio à operação de SEPs;
- **Método de Newton:**
 - Boa convergência em problemas de fluxo de potência;
 - Facilita a aplicação de esparsidade \Rightarrow tempos de execução baixos;
- **Fluxo de Potência Desacoplado Rápido:**
 - Aplicável a redes elétricas com alta relação X/R ;

- **Fluxo de Potência:** aplicativo mais utilizado no apoio à operação de SEPs;
- **Método de Newton:**
 - Boa convergência em problemas de fluxo de potência;
 - Facilita a aplicação de esparsidade \Rightarrow tempos de execução baixos;
- **Fluxo de Potência Desacoplado Rápido:**
 - Aplicável a redes elétricas com alta relação X/R ;
 - Não requer refatoração da matriz de coeficientes;

- **Fluxo de Potência:** aplicativo mais utilizado no apoio à operação de SEPs;
- **Método de Newton:**
 - Boa convergência em problemas de fluxo de potência;
 - Facilita a aplicação de esparsidade \Rightarrow tempos de execução baixos;
- **Fluxo de Potência Desacoplado Rápido:**
 - Aplicável a redes elétricas com alta relação X/R ;
 - Não requer refatoração da matriz de coeficientes;
 - Maior número de iterações, porém menor tempo total de execução.

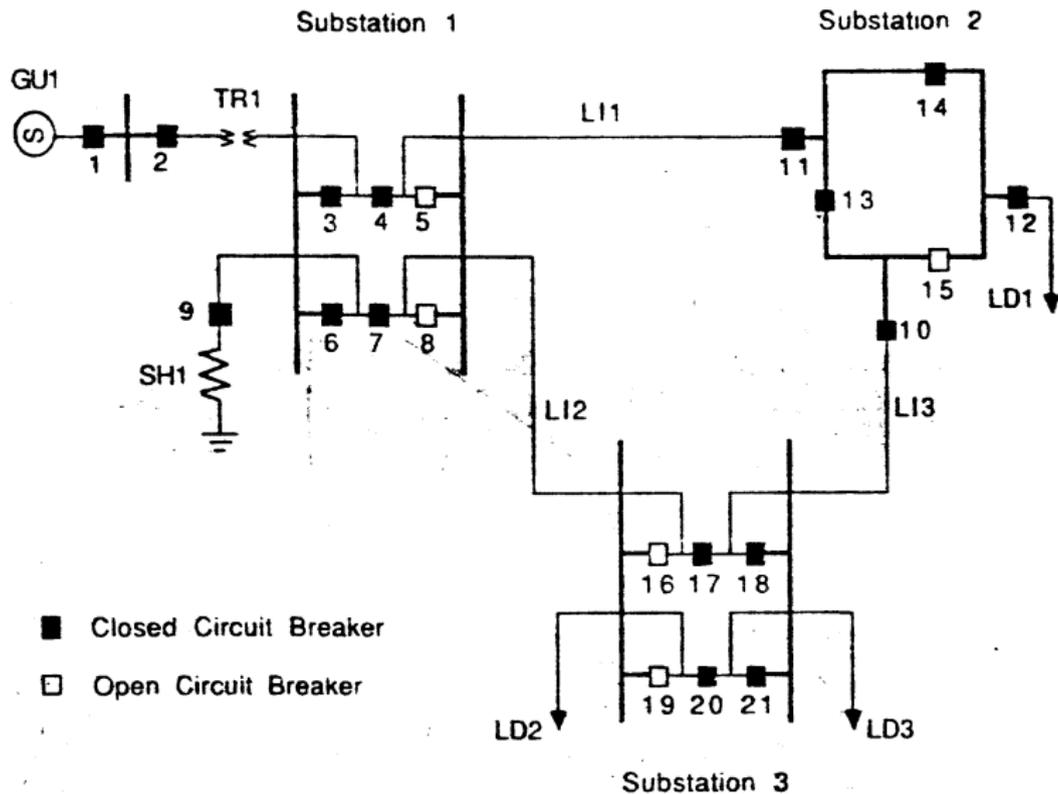
Matrizes de Rede

Modelos para Representação da Rede

- Modelo Barra-Ramo para redes elétricas;
- Conceito de “barra” \times seções de barra de subestações;
- Representação da conectividade de redes elétricas.

Matrizes de Rede

Configuração de Redes Elétricas



Matrizes de Rede

Matriz de Incidência Ramos-Barras (\mathbf{A}) - I

- Relaciona as tensões nos ramos às tensões nodais:

$$\mathbf{V}_\ell = \mathbf{A} \mathbf{V}_{barra}$$

- Dimensão de \mathbf{A} : $n\ell \times N$, onde:
 - $n\ell$: número de ramos da rede elétrica;
 - N : número de barras da rede.
- $\mathbf{A} = [a_{ij}]$, tal que:

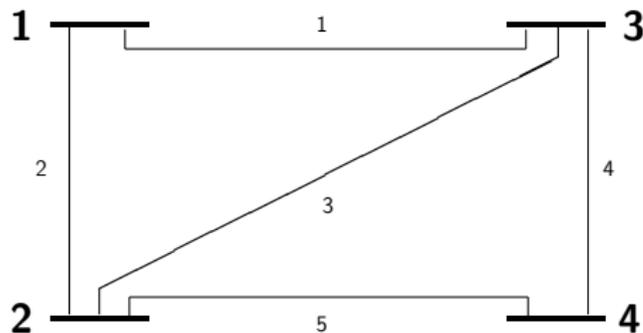
$$a_{ij} = \begin{cases} +1, & \text{se a barra } j \text{ é a barra inic. do ramo } i; \\ -1, & \text{se a barra } j \text{ é a barra final. do ramo } i; \\ 0, & \text{se o ramo } i \text{ não incidir na barra } j. \end{cases}$$

- Definição requer orientação dos ramos;

Matrizes de Rede

Matriz de Incidência Ramos-Barras (A) - II

- Orientação dos ramos induzida pela forma como os dados de ramo são lidos nos programas aplicativos. Tipicamente:
barra de origem do ramo, barra de destino do ramo, impedância série, susceptância shunt, etc.
- Exemplo:



$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Matrizes de Rede

Matriz de Admitâncias Primitivas

- Matriz diagonal contendo as admitâncias que caracterizam cada ramo do grafo que modela a rede elétrica:

$$\mathbf{Y}_{prim} = \begin{bmatrix} y_{l_1} & & & \\ & y_{l_2} & & \\ & & \dots & \\ & & & y_{l_{nl}} \end{bmatrix}$$

- Elementos transversais (“shunt”), se existirem, devem ser considerados tanto em \mathbf{A} quanto em \mathbf{Y}_{prim} .

Matriz de Admitância das Barras - I

- Formulação nodal para a rede elétrica:

$$\mathbf{J}_{barra} = \mathbf{Y}_{barra} \mathbf{V}_{barra}$$

\mathbf{J}_{barra} : Vetor de injeções de correntes nas barras;

\mathbf{Y}_{barra} : Matriz ($N \times N$) de impedância das barras;

\mathbf{V}_{barra} : Vetor das tensões nodais.

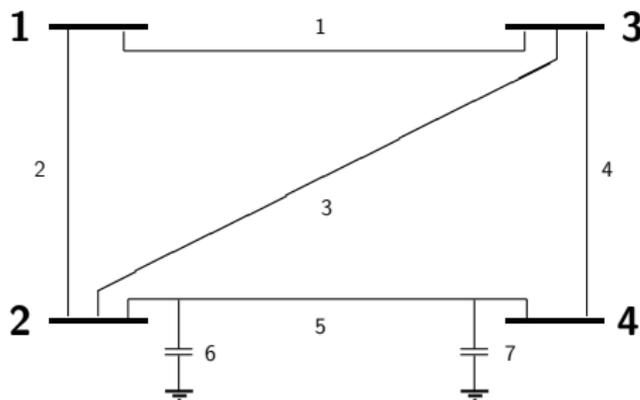
- Mostra-se que:

$$\mathbf{Y}_{barra} = \mathbf{A}^T \mathbf{Y}_{prim} \mathbf{A}$$

- Cada ramo longitudinal $i - j$ da rede contribui para 4 posições em \mathbf{Y}_{barra} : (i, i) , (i, j) , (j, i) e (j, j) ;
- Um elemento transversal que conecta a barra i à terra contribui apenas para o elemento (i, i) de \mathbf{Y}_{barra} ;

Matriz de Admitância das Barras - II

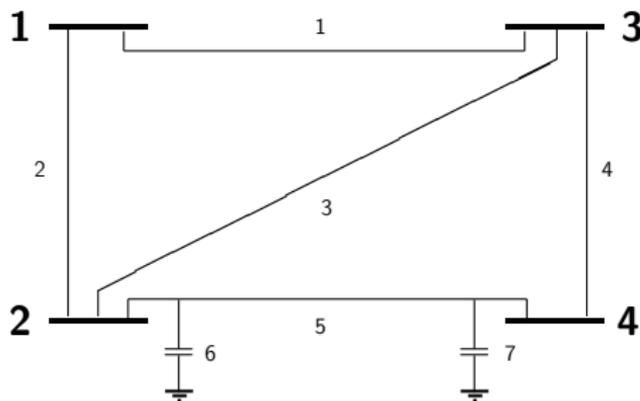
Consideração de elementos transversais ("shunts") - I



- Criar barra adicional ($N + 1$) para representar nó terra;

Matriz de Admitância das Barras - II

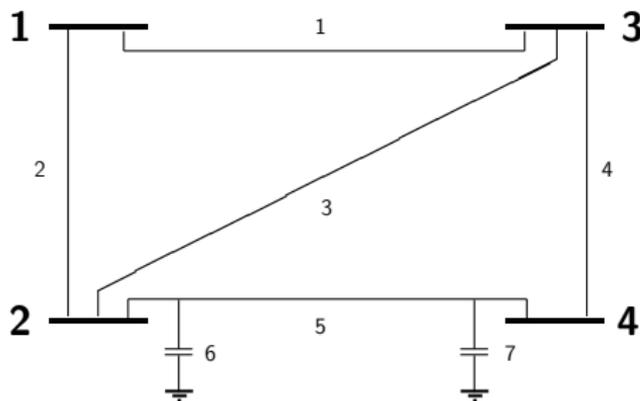
Consideração de elementos transversais (“shunts”) - I



- Criar barra adicional ($N + 1$) para representar nó terra;
- Elementos transversais conectados entre barra terminal da LT e nó terra;

Matriz de Admitância das Barras - II

Consideração de elementos transversais (“shunts”) - I



- Criar barra adicional ($N + 1$) para representar nó terra;
- Elementos transversais conectados entre barra terminal da LT e nó terra;
- Matrizes \mathbf{A} e \mathbf{Y}_{prim} alteradas correspondentemente.

Matriz de Admitância das Barras - III

Consideração de elementos transversais ("shunts") - II

- Alterações na matriz de incidência ramos-barras:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & \mathbf{0} \\ 1 & -1 & 0 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 1 & -1 & \mathbf{0} \\ 0 & 1 & 0 & -1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & -1 \end{bmatrix}$$

Matriz de Admitância das Barras - III

Consideração de elementos transversais ("shunts") - II

- Alterações na matriz de incidência ramos-barras:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & \mathbf{0} \\ 1 & -1 & 0 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 1 & -1 & \mathbf{0} \\ 0 & 1 & 0 & -1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & -\mathbf{1} \end{bmatrix}$$

- Alterações na matriz de admitâncias primitivas:

$$\mathbf{Y}_{prim} = \text{diag}\{y_{l_1}, y_{l_2}, \dots, y_{l_n}, \mathbf{y}_{shunt,5}/2, \mathbf{y}_{shunt,5}/2\}$$

Matriz de Admitância das Barras - III

Consideração de elementos transversais ("shunts") - II

- Alterações na matriz de incidência ramos-barras:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & \mathbf{0} \\ 1 & -1 & 0 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 1 & -1 & \mathbf{0} \\ 0 & 1 & 0 & -1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & -1 \end{bmatrix}$$

- Alterações na matriz de admitâncias primitivas:

$$\mathbf{Y}_{prim} = \text{diag}\{y_{l_1}, y_{l_2}, \dots, y_{l_n}, \mathbf{y}_{shunt,5}/2, \mathbf{y}_{shunt,5}/2\}$$

- Matriz \mathbf{Y}_{barra} é então calculada da forma usual ($\mathbf{Y}_{barra} = \mathbf{A}^T \mathbf{Y}_{prim} \mathbf{A}$), e posteriormente a linha e a coluna $(N + 1)$ é descartada.

Matriz de Admitância das Barras - IV

- Mesmo se as impedâncias transversais forem desprezadas, os elementos diagonais de \mathbf{Y}_{barra} são não-nulos (supondo que todas as barras têm pelo menos um ramo longitudinal incidente);
- Um elemento fora da diagonal Y_{ij} será não-nulo sse as barras i e j estão conectadas por um ramo da rede;
- Em sistemas de potência reais, a grande maioria dos elementos de \mathbf{Y}_{barra} é igual a zero, ou seja, \mathbf{Y}_{barra} é esparsa.
- em termos computacionais, é preferível não se utilizar a fórmula

$$\mathbf{Y}_{barra} = \mathbf{A}^T \mathbf{Y}_{prim} \mathbf{A}$$

e sim utilizar um algoritmo que faz uso das observações acima sobre a estrutura de \mathbf{Y}_{barra} .

Algoritmo para montar Y_{barra} (I)

Dados:

- número de ramos, nl ;
- Admitância série complexa do ramo ℓ , $y_{\text{série}}(\ell)$,
 $\ell = 1, nl$;
- Susceptância transversal total do ramo ℓ (complexa),
 $y_{\text{shunt}}(\ell)$, $\ell = 1, nl$;
- Lista de barras iniciais e finais dos ramos, $na(\ell)$ e $nb(\ell)$, $\ell = 1, nl$.

Algoritmo para montar Y_{barra} (II)

$$Y_{barra}(:, :) = 0$$

para $\ell = 1 : n\ell$

$$i = na(\ell)$$

$$j = nb(\ell)$$

$$Y_{barra}(i, i) = Y_{barra}(i, i) + y_{série}(\ell) + y_{shunt}(\ell)/2$$

$$Y_{barra}(j, j) = Y_{barra}(j, j) + y_{série}(\ell) + y_{shunt}(\ell)/2$$

$$Y_{barra}(i, j) = Y_{barra}(i, j) - y_{série}(\ell)$$

$$Y_{barra}(j, i) = Y_{barra}(j, i) - y_{série}(\ell)$$

fim

Fluxo de Potência (I)

- Potências ativa e reativa injetadas nas barras:

$$\begin{aligned}P_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}) + jQ_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}) &= \mathbf{V}_i \mathbf{I}_i^* \\ &= V_i \sum_{k=1}^N (Y_{barra})_{ik}^* V_k^*\end{aligned}$$

o que fornece:

$$P_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}) = V_i \sum_{k \in \Omega_i} (G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}) V_k$$

$$Q_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}) = V_i \sum_{k \in \Omega_i} (G_{ik} \sin \delta_{ik} - B_{ik} \cos \delta_{ik}) V_k$$

onde:

$$\begin{aligned}\delta_{ik} &\triangleq \delta_i - \delta_k \\ (Y_{barra})_{ik} &\triangleq G_{ik} + j B_{ik}\end{aligned}$$

Fluxo de Potência (II)

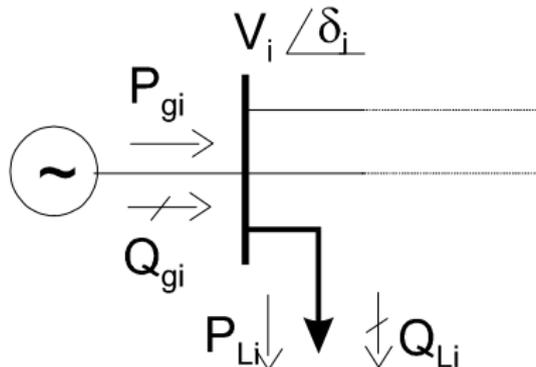
- Potências ativas e/ou reativas nas barras são especificadas;
- Objetivo do FP: calcular as tensões complexas nas barras para que os resíduos de potência nas barras

$$\Delta P_i = P_i^{espec} - P_i(\mathbf{V}, \delta)$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{Espec} - Q_i(\mathbf{V}, \delta)$$

sejam iguais a zero.

- Variáveis de barra:



Fluxo de Potência (III)

- Portanto, temos:
 - 4 variáveis por barra e
 - 2 equações para cada barra.
- Duas das variáveis devem ser especificadas para que a solução do sistema seja determinada;
- Além disso, P_i não pode ser especificada em todas as barras, pois as perdas de transmissão são desconhecidas.
- Classificação das barras:
 - Barras PQ : P_i e Q_i são especificados;
 - Barras PV : P_i e V_i são especificados;
 - Barras $V\delta$, ou de folga: V_i e δ_i são especificados.

Equações do Problema de Fluxo de Potência

- Equações para as barras PQ:

$$\begin{aligned}\Delta P_i &= P_i^{espec} - P_i(\mathbf{V}, \delta) = 0 \\ \Delta Q_i &= Q_i^{espec} - Q_i(\mathbf{V}, \delta) = 0\end{aligned}$$

- Equações para as barras PV:

$$\Delta P_i = P_i^{espec} - P_i(\mathbf{V}, \delta) = 0$$

- Nenhuma equação é necessária para a barra de folga.
- O método de Newton-Raphson é utilizado para resolver o sistema de equações acima.

Método de Newton-Raphson - I

Fundamentos - Solução de equação não linear

- Deseja-se resolver a seguinte equação, onde f é não-linear e x é escalar:

$$f(x) = 0$$

Método de Newton-Raphson - I

Fundamentos - Solução de equação não linear

- Deseja-se resolver a seguinte equação, onde f é não-linear e x é escalar:

$$f(x) = 0$$

- Função f é expandida em série de Taylor em torno de um ponto x^k e posteriormente truncada no termo de 1a. ordem:

$$f(x) \approx f(x^k) + f'(x^k)\Delta x$$

Método de Newton-Raphson - I

Fundamentos - Solução de equação não linear

- Deseja-se resolver a seguinte equação, onde f é não-linear e x é escalar:

$$f(x) = 0$$

- Função f é expandida em série de Taylor em torno de um ponto x^k e posteriormente truncada no termo de 1a. ordem:

$$f(x) \approx f(x^k) + f'(x^k)\Delta x$$

- Solução iterativa:

$$\Delta x = -f(x^k) / f'(x^k),$$

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x$$

Método de Newton-Raphson - II

Aplicação à solução de sistemas genéricos de equações não-lineares

- Deseja-se agora resolver um sistema de n equações não-lineares a n incógnitas:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$$

Método de Newton-Raphson - II

Aplicação à solução de sistemas genéricos de equações não-lineares

- Deseja-se agora resolver um sistema de n equações não-lineares a n incógnitas:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$$

- A solução pelo método de Newton-Raphson fornece:

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \Delta \mathbf{x},$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}^k) \Delta \mathbf{x} = -\mathbf{f}(\mathbf{x}^k)$$

onde $\mathbf{F}(\mathbf{x}^k) \triangleq \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right] \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^k}$ é a matriz Jacobiana de $\mathbf{f}(\mathbf{x})$.

Método de Newton-Raphson - III

Solução de sistemas de equações não-lineares em 2 conjuntos de incógnitas

- Suponha que agora têm-se dois conjuntos de equações não-lineares, funções de dois conjuntos de incógnitas de natureza distinta:

$$\mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{f}_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \mathbf{0}$$

Método de Newton-Raphson - III

Solução de sistemas de equações não-lineares em 2 conjuntos de incógnitas

- Suponha que agora têm-se dois conjuntos de equações não-lineares, funções de dois conjuntos de incógnitas de natureza distinta:

$$\mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{f}_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \mathbf{0}$$

- Neste caso, a aplicação do método de N-R fornece

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{11}(\mathbf{x}_1^k, \mathbf{x}_2^k) & \mathbf{F}_{12}(\mathbf{x}_1^k, \mathbf{x}_2^k) \\ \mathbf{F}_{21}(\mathbf{x}_1^k, \mathbf{x}_2^k) & \mathbf{F}_{22}(\mathbf{x}_1^k, \mathbf{x}_2^k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_1 \\ \Delta \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1^k, \mathbf{x}_2^k) \\ \mathbf{f}_2(\mathbf{x}_1^k, \mathbf{x}_2^k) \end{bmatrix}$$

onde

$$\mathbf{F}_{ij}(\mathbf{x}_1^k, \mathbf{x}_2^k) = \left. \frac{\partial \mathbf{f}_i(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)}{\partial \mathbf{x}_j} \right|_{\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_1^k, \mathbf{x}_2 = \mathbf{x}_2^k}$$

Aplicação ao Problema de Fluxo de Potência - I

- Nosso objetivo é resolver o sistema de equações não-lineares composto por

Aplicação ao Problema de Fluxo de Potência - I

- Nosso objetivo é resolver o sistema de equações não-lineares composto por
 - Equações para as barras PQ e PV :

$$\Delta P_i = P_i^{espec} - P_i(\mathbf{V}, \delta) = 0$$

Aplicação ao Problema de Fluxo de Potência - I

- Nosso objetivo é resolver o sistema de equações não-lineares composto por
 - Equações para as barras PQ e PV :

$$\Delta P_i = P_i^{espec} - P_i(\mathbf{V}, \delta) = 0$$

- Equações para as barras PQ :

$$\Delta Q_i = Q_i^{espec} - Q_i(\mathbf{V}, \delta) = 0$$

Aplicação ao Problema de Fluxo de Potência - I

- Nosso objetivo é resolver o sistema de equações não-lineares composto por

- Equações para as barras PQ e PV :

$$\Delta P_i = P_i^{espec} - P_i(\mathbf{V}, \delta) = 0$$

- Equações para as barras PQ :

$$\Delta Q_i = Q_i^{espec} - Q_i(\mathbf{V}, \delta) = 0$$

- Portanto:

$$\begin{array}{lll} \text{Equações de pot. ativa} & \longleftrightarrow & \mathbf{f}_1 = \mathbf{0} \\ \text{Equações de pot. reativa} & \longleftrightarrow & \mathbf{f}_2 = \mathbf{0} \\ \delta, \mathbf{V} & \longleftrightarrow & \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \end{array}$$

- Conseqüentemente, o sistema de equações do método de N-R

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{11} & \mathbf{F}_{12} \\ \mathbf{F}_{21} & \mathbf{F}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_1 \\ \Delta \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1^k, \mathbf{x}_2^k) \\ \mathbf{f}_2(\mathbf{x}_1^k, \mathbf{x}_2^k) \end{bmatrix}$$

- Conseqüentemente, o sistema de equações do método de N-R

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{11} & \mathbf{F}_{12} \\ \mathbf{F}_{21} & \mathbf{F}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_1 \\ \Delta \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1^k, \mathbf{x}_2^k) \\ \mathbf{f}_2(\mathbf{x}_1^k, \mathbf{x}_2^k) \end{bmatrix}$$

- pode ser re-escrito como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{J} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_{PV \text{ e } PQ} \\ (\Delta \mathbf{V}/\mathbf{V})_{PQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ} \\ \Delta \mathbf{Q}_{PQ} \end{bmatrix}$$

onde

$$\mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ}}{\partial \delta} \quad \mathbf{N} = \mathbf{V} \times \frac{\partial \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ}}{\partial \mathbf{V}}$$

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{Q}_{PQ}}{\partial \delta} \quad \mathbf{L} = \mathbf{V} \times \frac{\partial \mathbf{Q}_{PQ}}{\partial \mathbf{V}}$$

Aplicação ao Problema de Fluxo de Potência - II

- Conseqüentemente, o sistema de equações do método de N-R

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{11} & \mathbf{F}_{12} \\ \mathbf{F}_{21} & \mathbf{F}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_1 \\ \Delta \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1(\mathbf{x}_1^k, \mathbf{x}_2^k) \\ \mathbf{f}_2(\mathbf{x}_1^k, \mathbf{x}_2^k) \end{bmatrix}$$

- pode ser re-escrito como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{J} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_{PV \text{ e } PQ} \\ (\Delta \mathbf{V}/\mathbf{V})_{PQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ} \\ \Delta \mathbf{Q}_{PQ} \end{bmatrix}$$

onde

$$\mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ}}{\partial \delta} \quad \mathbf{N} = \mathbf{V} \times \frac{\partial \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ}}{\partial \mathbf{V}}$$

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{Q}_{PQ}}{\partial \delta} \quad \mathbf{L} = \mathbf{V} \times \frac{\partial \mathbf{Q}_{PQ}}{\partial \mathbf{V}}$$

- Observar: (i) Sinal do vetor independente; (ii) $\Delta \mathbf{V}/\mathbf{V}$.

Cálculo dos Elementos de H, J, N e L - I

- Submatriz **H** :

$$\begin{aligned} H_{ii} &= \partial P_i / \partial \delta_i \\ &= -V_i^2 B_{ii} - \underbrace{\sum_{k \in \Omega_i} V_i V_k (G_{ik} \text{sen } \delta_{ik} - B_{ik} \text{cos } \delta_{ik})}_{Q_i^{\text{calc}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_{ik} &= \partial P_i / \partial \delta_k \\ &= V_i V_k (G_{ik} \text{sen } \delta_{ik} - B_{ik} \text{cos } \delta_{ik}) \end{aligned}$$

- Submatriz **H** :

$$\begin{aligned} H_{ii} &= \partial P_i / \partial \delta_i \\ &= -V_i^2 B_{ii} - \underbrace{\sum_{k \in \Omega_i} V_i V_k (G_{ik} \text{sen } \delta_{ik} - B_{ik} \text{cos } \delta_{ik})}_{Q_i^{\text{calc}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_{ik} &= \partial P_i / \partial \delta_k \\ &= V_i V_k (G_{ik} \text{sen } \delta_{ik} - B_{ik} \text{cos } \delta_{ik}) \end{aligned}$$

- Submatriz **J** :

$$\begin{aligned} J_{ii} &= \partial Q_i / \partial \delta_i \\ &= -V_i^2 G_{ii} + \underbrace{\sum_{k \in \Omega_i} V_i V_k (G_{ik} \text{cos } \delta_{ik} + B_{ik} \text{sen } \delta_{ik})}_{P_i^{\text{calc}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{ik} &= \partial Q_i / \partial \delta_k \\ &= -V_i V_k (G_{ik} \text{cos } \delta_{ik} + B_{ik} \text{sen } \delta_{ik}) \end{aligned}$$

- Submatriz **N** :

$$\begin{aligned} N_{ii} &= V_i \times (\partial P_i / \partial V_i) \\ &= P_i^{calc} + V_i^2 G_{ii} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{ik} &= V_k \times (\partial P_i / \partial V_k) \\ &= P_i^{calc} + V_i^2 G_{ii} \end{aligned}$$

- Submatriz **N** :

$$\begin{aligned} N_{ii} &= V_i \times (\partial P_i / \partial V_i) \\ &= P_i^{calc} + V_i^2 G_{ii} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{ik} &= V_k \times (\partial P_i / \partial V_k) \\ &= P_i^{calc} + V_i^2 G_{ii} \end{aligned}$$

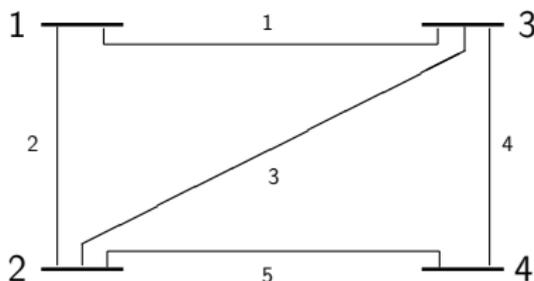
- Submatriz **L** :

$$\begin{aligned} L_{ii} &= V_i \times (\partial Q_i / \partial V_i) \\ &= Q_i^{calc} - V_i^2 B_{ii} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{ik} &= V_k \times (\partial Q_k / \partial V_j) \\ &= H_{ik} \end{aligned}$$

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (I)

Dados de Barra



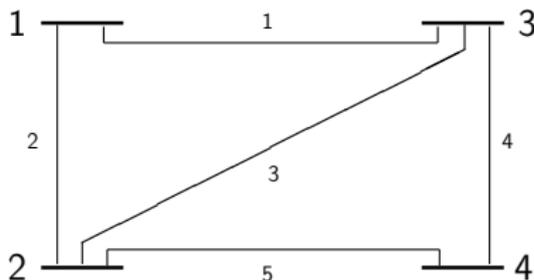
- Barra de folga: barra 1
- Barra PV: barra 3
- Barras PQ: barras 2 e 4

Tabela 1: Dados de barra

Barra	$V^0 \angle \delta^0$	$P_g + jQ_g$	$P_d + jQ_d$
1(V- δ)	1,00 $\angle 0^\circ$... + j...	0,00 + j0,00
2(P-Q)	1,00 $\angle 0^\circ$	0,0 + j0,0	1,50 + j0,30
3(P-V)	1,02 $\angle 0^\circ$	1,20 + j...	0,30 + j0,00
4(P-Q)	1,00 $\angle 0^\circ$	0,0 + j0,0	0,50 + j0,40

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (II)

Dados de Ramo



- Barra de folga: barra 1
- Barra PV: barra 3
- Barras PQ: barras 2 e 4

Tabela 2: Dados de ramo

Linha	De	Para	$Z_{série}$	b_{shunt}
1	1	3	$0,010 + j0,10$	0,02
2	1	2	$0,020 + j0,20$	0,01
3	2	3	$0,010 + j0,10$	0
4	3	4	$0,002 + j0,40$	0
5	2	4	$0,030 + j0,20$	0

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (II)

Etapas:

- 1 Formação da matriz \mathbf{Y}_{barra} :

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (II)

Etapas:

- 1 Formação da matriz \mathbf{Y}_{barra} ;
- 2 Definição da estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana;

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (II)

Etapas:

- 1 Formação da matriz $\mathbf{Y}_{barra i}$;
- 2 Definição da estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana;
- 3 Cálculo das potências P_i^{calc} e Q_i^{calc} injetadas nas barras;

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (II)

Etapas:

- 1 Formação da matriz \mathbf{Y}_{barra} ;
- 2 Definição da estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana;
- 3 Cálculo das potências P_i^{calc} e Q_i^{calc} injetadas nas barras;
- 4 Cálculo dos resíduos de potência ativa e reativa;

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (II)

Etapas:

- 1 Formação da matriz \mathbf{Y}_{barra} ;
- 2 Definição da estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana;
- 3 Cálculo das potências P_i^{calc} e Q_i^{calc} injetadas nas barras;
- 4 Cálculo dos resíduos de potência ativa e reativa;
- 5 Cálculo dos valores numéricos dos elementos da matriz Jacobiana.

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (II)

Matriz Ybarra

- Dados de ramo com admitâncias série:

Linha	De	Para	$Z_{série}$	$Y_{série}$	b_{shunt}
1	1	3	$0,010 + j0,10$	$0,9900 - j9,90$	$0,02$
2	1	2	$0,020 + j0,20$	$0,4950 - j4,95$	$0,01$
3	2	3	$0,010 + j0,10$	$0,9900 - j9,90$	0
4	3	4	$0,002 + j0,40$	$0,0125 - j2,49$	0
5	2	4	$0,030 + j0,20$	$0,7335 - j4,89$	0

- Matriz Y_{barra} :

$$\begin{bmatrix} 1,48 - j14,84 & -0,49 + j4,95 & -0,99 + j9,90 & 0 \\ -0,49 + j4,95 & 2,22 - j19,74 & -0,99 + j9,90 & -0,73 + j4,89 \\ -0,99 + j9,90 & -0,99 + j9,90 & 1,99 - j22,29 & -0,012 + j2,50 \\ 0 & -0,73 + j4,89 & -0,012 + j2,50 & 0,75 - j7,39 \end{bmatrix}$$

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (III)

Estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana

Submatriz \mathbf{H}

- Definida como

$$\mathbf{H} = \left[\frac{\partial \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ}}{\partial \delta} \right] \implies H_{ik} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_k}$$

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (III)

Estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana

Submatriz \mathbf{H}

- Definida como

$$\mathbf{H} = \left[\frac{\partial \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ}}{\partial \delta} \right] \implies H_{ik} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_k}$$

- *Linhas*: correspondem a todas as barras exceto a barra de folga;

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (III)

Estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana

Submatriz \mathbf{H}

- Definida como

$$\mathbf{H} = \left[\frac{\partial \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ}}{\partial \delta} \right] \implies H_{ik} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_k}$$

- *Linhas*: correspondem a todas as barras exceto a barra de folga;
- *Colunas*: correspondem aos ângulos de todas as barras \neq barra de folga;

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (III)

Estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana

Submatriz \mathbf{H}

- Definida como

$$\mathbf{H} = \left[\frac{\partial \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ}}{\partial \delta} \right] \implies H_{ik} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_k}$$

- *Linhas*: correspondem a todas as barras exceto a barra de folga;
- *Colunas*: correspondem aos ângulos de todas as barras \neq barra de folga;
- Considerando que no exemplo a barra de folga é a barra 1 :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & H_{24} \\ H_{32} & H_{33} & H_{34} \\ H_{42} & H_{43} & H_{44} \end{bmatrix}$$

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (IV)

Estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana

Submatriz \mathbf{J}

- Definida como

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{Q}_{PQ}}{\partial \delta} \implies J_{ik} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_k}$$

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (IV)

Estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana

Submatriz \mathbf{J}

- Definida como

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{Q}_{PQ}}{\partial \delta} \implies J_{ik} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_k}$$

- *Linhas*: correspondem apenas às barra PQ ;

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (IV)

Estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana

Submatriz **J**

- Definida como

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{Q}_{PQ}}{\partial \delta} \implies J_{ik} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_k}$$

- *Linhas*: correspondem apenas às barra PQ ;
- *Colunas*: correspondem aos ângulos de todas as barras \neq barra de folga;

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (IV)

Estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana

Submatriz \mathbf{J}

- Definida como

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{Q}_{PQ}}{\partial \delta} \implies J_{ik} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_k}$$

- *Linhas*: correspondem apenas às barra PQ ;
- *Colunas*: correspondem aos ângulos de todas as barras \neq barra de folga;
- Para o exemplo (barra de folga = barra 1):

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_{22} & J_{23} & J_{24} \\ J_{42} & J_{43} & J_{44} \end{bmatrix}$$

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (V)

Estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana

Submatriz N

- Definida como

$$\mathbf{N} = \mathbf{V} \times \frac{\partial \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ}}{\partial \mathbf{V}} \implies N_{ik} = V_k \frac{\partial P_i}{\partial V_k}$$

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (V)

Estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana

Submatriz **N**

- Definida como

$$\mathbf{N} = \mathbf{V} \times \frac{\partial \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ}}{\partial \mathbf{V}} \implies N_{ik} = V_k \frac{\partial P_i}{\partial V_k}$$

- *Linhas*: correspondem a todas as barras exceto a barra de folga;

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (V)

Estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana

Submatriz N

- Definida como

$$\mathbf{N} = \mathbf{V} \times \frac{\partial \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ}}{\partial \mathbf{V}} \implies N_{ik} = V_k \frac{\partial P_i}{\partial V_k}$$

- *Linhas*: correspondem a todas as barras exceto a barra de folga;
- *Colunas*: correspondem às tensões das barras PQ;

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (V)

Estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana

Submatriz **N**

- Definida como

$$\mathbf{N} = \mathbf{V} \times \frac{\partial \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ}}{\partial \mathbf{V}} \implies N_{ik} = V_k \frac{\partial P_i}{\partial V_k}$$

- *Linhas*: correspondem a todas as barras exceto a barra de folga;
- *Colunas*: correspondem às tensões das barras PQ ;
- Para o exemplo (barra de folga = barra 1):

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_{22} & N_{24} \\ N_{32} & N_{34} \\ N_{42} & N_{44} \end{bmatrix}$$

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (VI)

Estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana

Submatriz \mathbf{L}

- Definida como

$$\mathbf{L} = \mathbf{V} \times \frac{\partial \mathbf{Q}_{PQ}}{\partial \mathbf{V}} \implies L_{ik} = V_k \frac{\partial Q_i}{\partial V_k}$$

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (VI)

Estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana

Submatriz \mathbf{L}

- Definida como

$$\mathbf{L} = \mathbf{V} \times \frac{\partial \mathbf{Q}_{PQ}}{\partial \mathbf{V}} \implies L_{ik} = V_k \frac{\partial Q_i}{\partial V_k}$$

- *Linhas*: correspondem apenas à barra PQ ;

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (VI)

Estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana

Submatriz \mathbf{L}

- Definida como

$$\mathbf{L} = \mathbf{V} \times \frac{\partial \mathbf{Q}_{PQ}}{\partial \mathbf{V}} \implies L_{ik} = V_k \frac{\partial Q_i}{\partial V_k}$$

- *Linhas*: correspondem apenas à barra PQ ;
- *Colunas*: correspondem às tensões das barras PQ ;

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (VI)

Estrutura das submatrizes da matriz Jacobiana

Submatriz \mathbf{L}

- Definida como

$$\mathbf{L} = \mathbf{V} \times \frac{\partial \mathbf{Q}_{PQ}}{\partial \mathbf{V}} \implies L_{ik} = V_k \frac{\partial Q_i}{\partial V_k}$$

- *Linhas*: correspondem apenas à barra PQ ;
- *Colunas*: correspondem às tensões das barras PQ ;
- Para o exemplo (barra de folga = barra 1):

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} L_{22} & L_{24} \\ L_{42} & L_{44} \end{bmatrix}$$

Exercício: Formação da Matriz Jacobiana para FPNR (VII)

Matriz Jacobiana calculada

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{J} & \mathbf{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{19,94} & \mathbf{-10,10} & \mathbf{-4,89} & 2,20 & -0,73 \\ \mathbf{-10,10} & \mathbf{22,75} & \mathbf{-2,55} & -1,01 & -0,013 \\ \mathbf{-4,89} & \mathbf{-2,55} & \mathbf{7,44} & -0,73 & 0,75 \\ -2,24 & 1,01 & 0,73 & \mathbf{19,53} & \mathbf{-4,89} \\ 0,73 & 0,013 & -0,75 & \mathbf{-4,89} & \mathbf{7,34} \end{bmatrix}$$

Algoritmo do Método de Newton-Raphson (I)

- 1 Inicializar contador $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ e sugerir valores iniciais para os módulos e ângulos das tensões nodais, \mathbf{V}^0 e δ^0 ;

Algoritmo do Método de Newton-Raphson (I)

- 1 Inicializar contador $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ e sugerir valores iniciais para os módulos e ângulos das tensões nodais, \mathbf{V}^0 e δ^0 ;
- 2 Calcular os resíduos de potência ativa para as barras PV e PQ e de potência reativa para as barras PQ :

$$\begin{aligned}\Delta P_i &= P_i^{espec} - P_i^{calc}(\delta^{(k)}, \mathbf{V}^{(k)}) \\ \Delta Q_i &= Q_i^{espec} - Q_i^{calc}(\delta^{(k)}, \mathbf{V}^{(k)})\end{aligned}$$

Algoritmo do Método de Newton-Raphson (I)

- 1 Inicializar contador $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ e sugerir valores iniciais para os módulos e ângulos das tensões nodais, \mathbf{V}^0 e δ^0 ;
- 2 Calcular os resíduos de potência ativa para as barras PV e PQ e de potência reativa para as barras PQ :

$$\Delta P_i = P_i^{espec} - P_i^{calc}(\delta^{(k)}, \mathbf{V}^{(k)})$$
$$\Delta Q_i = Q_i^{espec} - Q_i^{calc}(\delta^{(k)}, \mathbf{V}^{(k)})$$

- 3 Verificar convergência: se

$$\Delta P_i > \varepsilon$$

$$\Delta Q_i > \varepsilon$$

fazer $\mathbf{k} = \mathbf{k} + \mathbf{1}$ e ir para passo 4. Se não, a convergência foi alcançada:

Algoritmo do Método de Newton-Raphson (I)

- 1 Inicializar contador $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ e sugerir valores iniciais para os módulos e ângulos das tensões nodais, \mathbf{V}^0 e δ^0 ;
- 2 Calcular os resíduos de potência ativa para as barras PV e PQ e de potência reativa para as barras PQ :

$$\Delta P_i = P_i^{espec} - P_i^{calc}(\delta^{(k)}, \mathbf{V}^{(k)})$$
$$\Delta Q_i = Q_i^{espec} - Q_i^{calc}(\delta^{(k)}, \mathbf{V}^{(k)})$$

- 3 Verificar convergência: se

$$\Delta P_i > \varepsilon$$

$$\Delta Q_i > \varepsilon$$

fazer $\mathbf{k} = \mathbf{k} + \mathbf{1}$ e ir para passo 4. Se não, a convergência foi alcançada:

- Calcular fluxos de potência nos ramos;

Algoritmo do Método de Newton-Raphson (I)

- 1 Inicializar contador $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ e sugerir valores iniciais para os módulos e ângulos das tensões nodais, \mathbf{V}^0 e δ^0 ;
- 2 Calcular os resíduos de potência ativa para as barras PV e PQ e de potência reativa para as barras PQ :

$$\Delta P_i = P_i^{espec} - P_i^{calc}(\delta^{(k)}, \mathbf{V}^{(k)})$$
$$\Delta Q_i = Q_i^{espec} - Q_i^{calc}(\delta^{(k)}, \mathbf{V}^{(k)})$$

- 3 Verificar convergência: se

$$\Delta P_i > \varepsilon$$

$$\Delta Q_i > \varepsilon$$

fazer $\mathbf{k} = \mathbf{k} + \mathbf{1}$ e ir para passo 4. Se não, a convergência foi alcançada:

- Calcular fluxos de potência nos ramos;
- Imprimir Resultados;

Algoritmo do Método de Newton-Raphson (I)

- 1 Inicializar contador $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ e sugerir valores iniciais para os módulos e ângulos das tensões nodais, \mathbf{V}^0 e δ^0 ;
- 2 Calcular os resíduos de potência ativa para as barras PV e PQ e de potência reativa para as barras PQ :

$$\Delta P_i = P_i^{espec} - P_i^{calc}(\delta^{(k)}, \mathbf{V}^{(k)})$$
$$\Delta Q_i = Q_i^{espec} - Q_i^{calc}(\delta^{(k)}, \mathbf{V}^{(k)})$$

- 3 Verificar convergência: se

$$\Delta P_i > \varepsilon$$

$$\Delta Q_i > \varepsilon$$

fazer $\mathbf{k} = \mathbf{k} + \mathbf{1}$ e ir para passo 4. Se não, a convergência foi alcançada:

- Calcular fluxos de potência nos ramos;
- Imprimir Resultados;
- FIM.

Algoritmo do Método de Newton-Raphson (II)

4. Formar a matriz Jacobiana

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{J} & \mathbf{L} \end{bmatrix}$$

Algoritmo do Método de Newton-Raphson (II)

4. Formar a matriz Jacobiana

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{J} & \mathbf{L} \end{bmatrix}$$

5. Resolver o sistema linear

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{J} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_{PV \text{ e } PQ} \\ (\Delta\mathbf{V}/\mathbf{V})_{PQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ} \\ \Delta\mathbf{Q}_{PQ} \end{bmatrix}$$

Algoritmo do Método de Newton-Raphson (II)

4. Formar a matriz Jacobiana

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{J} & \mathbf{L} \end{bmatrix}$$

5. Resolver o sistema linear

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{J} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_{PV \text{ e } PQ} \\ (\Delta\mathbf{V}/\mathbf{V})_{PQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ} \\ \Delta\mathbf{Q}_{PQ} \end{bmatrix}$$

6. Atualizar as tensões nodais:

$$\begin{aligned} \delta^{(k)} &= \delta^{(k-1)} + \Delta\delta \\ \mathbf{V}^{(k)} &= \mathbf{V}^{(k-1)} + \Delta\mathbf{V} \end{aligned}$$

Algoritmo do Método de Newton-Raphson (II)

4. Formar a matriz Jacobiana

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{J} & \mathbf{L} \end{bmatrix}$$

5. Resolver o sistema linear

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{J} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_{PV \text{ e } PQ} \\ (\Delta\mathbf{V}/\mathbf{V})_{PQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ} \\ \Delta\mathbf{Q}_{PQ} \end{bmatrix}$$

6. Atualizar as tensões nodais:

$$\begin{aligned} \delta^{(k)} &= \delta^{(k-1)} + \Delta\delta \\ \mathbf{V}^{(k)} &= \mathbf{V}^{(k-1)} + \Delta\mathbf{V} \end{aligned}$$

7. Para as barras PV , verificar os limites de geração de potência reativa: se Q_i^{calc} está fora dos limites, fixar Q_i no limite violado e tratar a barra i como barra PQ ;

Algoritmo do Método de Newton-Raphson (II)

4. Formar a matriz Jacobiana

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{J} & \mathbf{L} \end{bmatrix}$$

5. Resolver o sistema linear

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{J} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_{PV \text{ e } PQ} \\ (\Delta\mathbf{V}/\mathbf{V})_{PQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ} \\ \Delta\mathbf{Q}_{PQ} \end{bmatrix}$$

6. Atualizar as tensões nodais:

$$\begin{aligned} \delta^{(k)} &= \delta^{(k-1)} + \Delta\delta \\ \mathbf{V}^{(k)} &= \mathbf{V}^{(k-1)} + \Delta\mathbf{V} \end{aligned}$$

7. Para as barras PV , verificar os limites de geração de potência reativa: se Q_i^{calc} está fora dos limites, fixar Q_i no limite violado e tratar a barra i como barra PQ ;
8. Retornar ao passo 2.