Processamento de Erros Grosseiros

Antonio Simões Costa

LABSPOT

Processamento de erros grosseiros

Tipos de erros:

- erros aleatórios em medidas analógicas;
- erros grosseiros em medidas analógicas;
- erros de topologia.

Quanto ao tipo de ocorrência:

- erros grosseiros simples;
- erros grosseiros múltiplos interativos;
- erros grosseiros múltiplos não-interativos.

Processamento de erros grosseiros - Detecção

Características:

- baseada em teste de hipóteses estatísticas;
- uso da distribuição do qui-quadrado;
- uso da soma ponderada dos quadrados dos resíduos (subproduto da EESP).

Observações:

- o teste de detecção é realizado com uma probabilidade de falso alarme pré-fixada (risco de falha na detecção);
- erros grosseiros em medidas críticas são não-detectáveis.

Teste Estatístico de Hipóteses - conceitos básicos:

- Teste de Hipótese: procedimento para decidir se a hipótese estatística H_0 deve ser aceita ou rejeitada;
- Hipótese Estatística: conjectura a cerca da distribuição de uma ou mais variáveis aleatórias;
- Hipótese Básica (*Null hypothesis*), H_0: hipótese principal;
- Hipótese Alternativa, H_1: complemento da hipótese básica H_0, isto é, quando H_0 é falsa, H_1 é verdadeira, e vice-versa.

Processamento de erros grosseiros - Detecção

Tipos de erros:

- *Erro do tipo I* : rejeição da hipótese básica H_0 quando ela é verdadeira;

- *Erro do tipo II*: aceitação da hipótese básica H_0 quando ela é falsa.

Probabilidade de Falso Alarme (α): probabilidade de que ocorra um erro do tipo I (α é considerada o nível de significância do teste).

ζ: probabilidade de que ocorra um erro do tipo II.

Função potência do teste $(1 - \zeta)$: probabilidade que a hipótese básica H_0 seja rejeitada quando ela é falsa.

Teste de Hipóteses: deseja-se reduzir tanto quanto possível a probabilidade de falso alarme α e maximizar a função de potência do teste $(1 - \zeta)$.

Requisito básico:

- uma função observável das variáveis aleatórias em estudo, que se comporte diferentemente sob as condições das hipóteses básica e alternativa.
- Soma Ponderada dos Quadrados dos Resíduos.

Processamento de erros grosseiros - Detecção

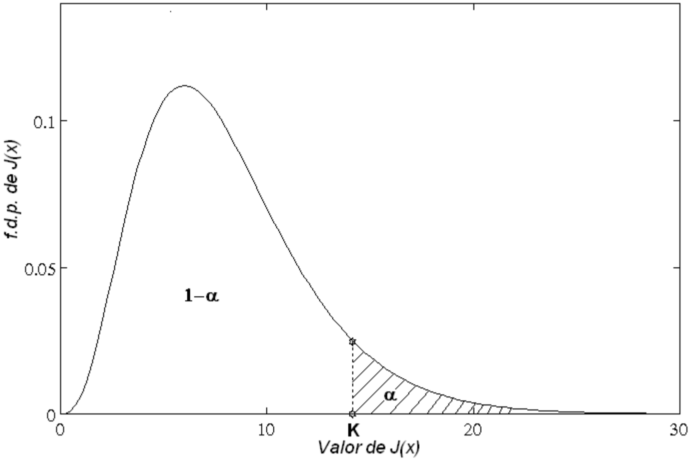
Aplicação do Teste de Hipóteses na EESP:

- o vetor dos erros de medição possui distribuição normal, com média zero e matriz de covariância **R** diagonal;
- a estrutura e os parâmetros da rede são conhecidos;
- o modelo de medição é linearizado num ponto próximo a solução.

$\Rightarrow$ sob estas condições, a soma ponderada dos quadrados dos resíduos tem a *distribuição do qui-quadrado* (denotada por χ^2) com $(m - n)$ graus de liberdade.

m e n: número de quantidades medidas sobre a rede elétrica e número de estados.

Função densidade de probabilidade para a distribuição do Qui-Quadrado com oito graus de liberdade.



Processamento de erros grosseiros - Detecção

Observações:

- probabilidades α e seu complemento $(1-\alpha)$: áreas sob a curva da função densidade de probabilidade de $J(\hat{\mathbf{x}})$;
- especificação de α: determina univocamente o limiar K;

$$K = \chi^2_{m-n;1-\alpha}$$

$\chi^2_{m-n;1-\alpha}$ denota o percentil $(1-\alpha)$ da distribuição do qui-quadrado com $(m-n)$ graus de liberdade.

Processamento de erros grosseiros - Detecção

Detecção de erros grosseiros - teste de hipóteses:

- Hipótese básica H_0: a soma ponderada do quadrado dos resíduos $J(\hat{\mathbf{x}})$ apresenta a distribuição do χ^2;
- Hipótese alternativa, H_1: a hipótese básica é falsa.

Da distribuição do χ^2, determina-se um limiar K, tal que:

$$P(J(\hat{\mathbf{x}}) > K \mid J(\hat{\mathbf{x}}) \text{ apresenta a distribuição } \chi^2) = \alpha$$

$P(a > b|c)$: probabilidade de que a seja maior do que b supondo que c é verdadeiro.

Processamento de erros grosseiros - Detecção

Teste de detecção de erros grosseiros:

consiste em comparar o valor de $J(\hat{\mathbf{x}})$ com o valor K, obtido da distribuição do χ^2 com $(m - n)$ graus de liberdade e com probabilidade de falso alarme igual a α.

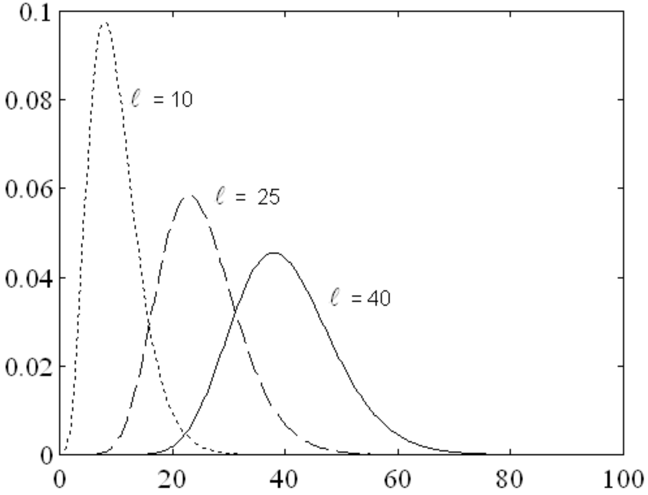
- se $J(\hat{\mathbf{x}}) > K$: há evidência de que existem medidas portadoras de erros grosseiros dentre aquelas que compõem o plano de medição.

Tabela da Distribuição do Qui-Quadrado

Percentis da Distribuição do Qui-Quadrado com ℓ graus de liberdade										
ℓ	$\chi^2_{.995}$	$\chi^2_{.990}$	$\chi^2_{.975}$	$\chi^2_{.950}$	$\chi^2_{.900}$	$\chi^2_{.750}$	$\chi^2_{.500}$	$\chi^2_{.250}$	$\chi^2_{.100}$	$\chi^2_{.050}$
1	7,88	6,63	5,02	3,84	2,71	1,32	0,455	0,102	0,016	0,004
2	10,6	9,21	7,38	5,99	4,61	2,77	1,39	0,575	0,211	0,103
3	12,8	11,3	9,35	7,81	6,25	4,11	2,37	1,21	0,584	0,352
4	14,9	13,3	11,1	9,49	7,78	5,39	3,36	1,92	1,06	0,711
5	16,7	15,1	12,8	11,1	9,24	6,63	4,35	2,67	1,61	1,15
6	18,5	16,8	14,4	12,6	10,6	7,84	5,35	3,45	2,20	1,64
7	20,3	18,5	16,0	14,1	12,0	9,04	6,35	4,25	2,83	2,17
8	22,0	20,1	17,5	15,5	13,4	10,2	7,34	5,07	3,49	2,73
9	23,6	21,7	19,0	16,9	14,7	11,4	8,34	5,90	4,17	3,33
10	25,2	23,2	20,5	18,3	16,0	12,5	9,34	6,74	4,87	3,94
11	26,8	24,7	21,9	19,7	17,3	13,7	10,3	7,58	5,58	4,57
12	28,3	26,2	23,3	21,0	18,5	14,8	11,3	8,44	6,30	5,23
13	29,8	27,7	24,7	22,4	19,8	16,0	12,3	9,30	7,04	5,89
14	31,3	29,1	26,1	23,7	21,1	17,1	13,3	10,2	7,79	6,57
15	32,8	30,6	27,5	25,0	22,3	18,2	14,3	11,0	8,55	7,26

Processamento de erros grosseiros - Detecção

F. D. P. da distribuição do χ^2 para 3 valores de graus de liberdade.



Processamento de erros grosseiros - Detecção

Teste de detecção:

- cálculo da soma ponderada do quadrado dos resíduos $J(\hat{\mathbf{x}})$ após a estimativa do vetor de estados;
- comparação do valor de $J(\hat{\mathbf{x}})$ com o valor K, obtido (a) da distribuição do χ^2 com $(m - n)$ graus de liberdade e probabilidade de falso alarme α
  - $J(\hat{\mathbf{x}}) > K$: há medidas espúrias no conjunto de medidas;
  - $J(\hat{\mathbf{x}}) \leq K$: não há medidas espúrias no conjunto de medidas.

Processamento de erros grosseiros - Identificação

Identificação baseada no máximo resíduo:

- medidores de diferentes tipos de quantidades possuem diferentes precisões;
- variâncias das quantidades medidas podem ser significativamente afetadas;
- possibilidade de que os resíduos sejam correlacionados entre si: o efeito de um erro grosseiro associado a uma medida pode se espalhar sobre os resíduos de outras quantidades

Alternativa: *Método do Máximo Resíduo Normalizado*.
Modelo de medição linearizado:

$$\mathbf{r} = \mathbf{\Delta z} - \mathbf{\Delta \hat{z}} = \mathbf{\Delta z} - \mathbf{H \Delta \hat{x}}$$

Processamento de EGs - Identificação

- Diferentes tipos de medidores possuem, em geral, variâncias distintas: valor de resíduo discrepante para uma medida pode ser perfeitamente aceitável para outra;

Processamento de EGs - Identificação

- Diferentes tipos de medidores possuem, em geral, variâncias distintas: valor de resíduo discrepante para uma medida pode ser perfeitamente aceitável para outra;
- Normalização dos resíduos de estimação $\Rightarrow$ todos os resíduos expressos “na mesma base”, comparação justa dos seus valores absolutos;

- Diferentes tipos de medidores possuem, em geral, variâncias distintas: valor de resíduo discrepante para uma medida pode ser perfeitamente aceitável para outra;
- Normalização dos resíduos de estimação $\Rightarrow$ todos os resíduos expressos "na mesma base", comparação justa dos seus valores absolutos;
- Normalização dos resíduos requer o cálculo da *matriz de covariância dos resíduos:*

$$\boxed{\mathbf{W} = \mathbf{R} - \mathbf{H}\ \mathbf{G}^{-1}\ \mathbf{H}^T}$$

onde $\mathbf{G} = \mathbf{H}^T\ \mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}$.

Processamento de EGs - Identificação

- Diferentes tipos de medidores possuem, em geral, variâncias distintas: valor de resíduo discrepante para uma medida pode ser perfeitamente aceitável para outra;
- Normalização dos resíduos de estimação $\Rightarrow$ todos os resíduos expressos "na mesma base", comparação justa dos seus valores absolutos;
- Normalização dos resíduos requer o cálculo da *matriz de covariância dos resíduos:*

$$\boxed{\mathbf{W} = \mathbf{R} - \mathbf{H}\ \mathbf{G}^{-1}\ \mathbf{H}^T}$$

  onde $\mathbf{G} = \mathbf{H}^T\ \mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}$.
- Apenas os elementos diagonais da matriz **W** são necessários para a normalização dos resíduos.

Processamento de EGs - Identificação

- No caso do Estimador Linear, os resíduos de estimação são dados por:

$$\mathbf{r} = \mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}} = \mathbf{z} - \mathbf{H}\ \hat{\delta}$$

- Resíduos normalizados são calculados como:

$$r_{N,i} = \frac{r_i}{\sqrt{w_{ii}}},\ \ i = 1, \ldots, m$$

Teorema: Seja um sistema de potência monitorado através de um plano de medição que oferece boas condições de redundância. Se apenas uma medida é portadora de erro grosseiro e as demais medidas são perfeitas, então a medida errônea apresenta o máximo resíduo normalizado em valor absoluto.

Processamento de EGs - Identificação

Critério de Identificação de Erro Grosseiro

A medida identificada como portadora de EG é a que apresenta o máximo resíduo normalizado (em valor absoluto):

$$|r_{n,i}| = \max_j |r_{n,j}| \Longrightarrow \text{medida } i \text{ é portadora de EG}$$

Processamento de erros grosseiros - Identificação

Observações:

- dificuldade inerente ao processo de identificação: esforço computacional requerido no cálculo da variância dos resíduos.
- Alternativa: substituição dos resíduos normalizados pelos *resíduos ponderados*:

$$\mathbf{r}_w = \mathbf{R}^{-1/2}\ \mathbf{r}$$

$$r_{w_i} = \frac{r_i}{\sigma_i}, \ \ i = 1, \ldots, m$$

- resíduos ponderados não apresentam a mesma sensibilidade aos erros nas medidas que os resíduos normalizados.

Processamento de erros grosseiros - Identificação

Perda de sensibilidade no teste de identificação decorrente do uso de $\mathbf{r}_w$:

$$r_{w_i} = \sqrt{s_{ii}}\ r_{N_i}$$

s_{ii}: $i-ésimo$ elemento diagonal da matriz $\mathbf{S}$; Pela propriedade de idempotência de $\mathbf{S}$:

- $s_{ii} = 0$ quando $m = n$;
- $s_{ii} \rightarrow 1$ quando $m \gg n$;

Redundância do sistema de medição elevada:

$$r_{W_i} \rightarrow r_{N_i}$$