EEL 7100 - Operação de Sistemas de Energia Elétrica

3a. Lista de Exercícios

1. As características entrada-saída de duas usinas térmicas podem ser expressas analiticamente como:

$$
\begin{aligned}
H_1(p_{1)} &= (25 + 2,3\,p_1 + 0,0062\,p_1^2) \times 10^6 \quad kcal\,/\,h \\
H_2(p_{2)} &= (35 + 1,5\,p_2 + 0,010\,p_2^2) \times 10^6 \quad kcal\,/\,h
\end{aligned}
$$

onde p_1 e p_2 estão expressos em megawatts. Além disso, sabe-se que:

- O poder calorífico do combustível da usina 1 é de 4000 $kcal\,/\,kg$, enquanto que para a usina 2 é de 5000 $kcal\,/\,kg$;
- O custo do combustível da usina 1 é de $0,55$ $\$\,/\,ton$, enquanto que para a usina 2 é de $0,65$ $\$\,/\,ton$.

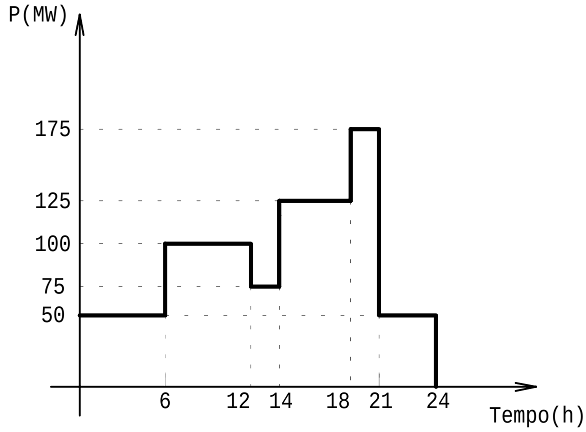
a) Calcule a taxa incremental de combustível em $kcal\,/\,MWh$ e o custo incremental de combustível em $\$\,/\,MWh$ para as duas unidades;

b) Supondo que os custos de outros itens como mão-de-obra,manutenção, água, etc., correspondem a 10 % do custo incremental de combustível em cada usina, calcule o custo incremental de produção de cada unidade.

2. Um sistema de potência é alimentado por duas unidades térmicas cujos custos incrementais de produção são dados por:

$$
\begin{aligned}
F_1'(p_{1)} &= 27,5 + 0,165\,p_1 \quad \$\,/MW\,h \\
F_2'(p_{2)} &= 19,8 + 0,264\,p_2 \quad \$\,/MW\,h
\end{aligned}
$$

e os limites de geração de ambas as unidades são $\underline{p} = 10\,MW$ e $\overline{p} = 100\,MW$. A carga do sistema em um dia de semana típico varia conforme mostrado na figura abaixo:



Determine o despacho ótimo de geração para cada intervalo de carga constante. Despreze as perdas de transmissão.

3. As curvas de entrada-saída de duas usinas térmicas são expressas analiticamente como:

$$\begin{aligned} H_1(p_{1)} &= (80 + 8\,p_1 + 0,024\,p_1^2) \times 10^6 \quad kcal\,/\,h \\ H_2(p_{2)} &= (120 + 6\,p_2 + 0,040\,p_2^2) \times 10^6 \quad kcal\,/\,h \end{aligned}$$

a) Represente graficamente as curvas de entrada-saída de cada unidade com a saída expressa em $kcal\,/\,h$ e a entrada em MW;

b) Represente graficamente as curvas de taxa de calor de cada unidade em função das respectivas potências geradas;

c) Considerando o custo de combustível de $0,50\,\$\,/ton$, calcule o custo incremental de produção em $\$\,/\,MWh$ para cada unidade e represente-o graficamente em função das potências geradas em MW;

d) Considerando que as gerações máxima e mínima de ambas as unidades são respectivamente $10\ MW$ e $120\ MW$, encontre o despacho ótimo de geração para as seguintes demandas:

- $50\ MW$;
- $200\ MW$.

Supor que o poder calorífico dos combustíveis nas unidades 1 e 2 são respectivamente de $4000\ kcal\,/\,kg$ e de $5000\ kcal\,/\,kg$. Considere os custos de manutenção como 10 % dos custos incrementais de combustível.

4. Os custos incrementais para uma usina composta de duas unidades são dados por:

$$\begin{aligned} F_1'(p_{1)} &= 8,0 + 0,0080\ p_1 \quad \$\,/MW\,h \\ F_2'(p_{2)} &= 6,4 + 0,0096\ p_2 \quad \$\,/MW\,h \end{aligned}$$

Supondo que ambas as unidades estão operando a todo instante, que a carga total varia de 250 a 1250 MW e que as cargas máxima e mínima par cada unidade são de 625 e 100 MW, respectivamente, ache o custo incremental e a alocação ótima de carga entre as unidades para os seguintes carregamentos: 250, 350, 533, 900, 1175 e 1250 MW.

5. Determine a economia em custo de combustível por hora para a distribuição econômica de carga entre as duas unidades do exemplo anterior para a carga de 900 MW em comparação com a distribuição igual da mesma carga entre as unidades.

6. Um sistema é constituido por duas usinas conectadas por uma linha de transmissão. A única carga está conectada à barra da usina 2. Quando 200 MW são transmitidos da usina 1 para a usina 2 a perda na linha é de 16 MW. Ache a geração de cada usina e a potência recebida pela carga quando o λ do sistema é de 12.50 $\$\,/\,MWh$. Supor que os custos incrementais das unidades podem ser aproximados como:

$$\begin{aligned} F_1'(p_{1)} &= 8,5 + 0,010\ p_1 \quad \$\,/MW\,h \\ F_2'(p_{2)} &= 9,5 + 0,015\ p_2 \quad \$\,/MW\,h \end{aligned}$$

7. Os custos incrementais de produção de duas usinas são:

$$\begin{aligned} F_1'(p_{1)} &= 16 + 0,08\ p_1 \quad \$\,/MW\,h \\ F_2'(p_{2)} &= 12 + 0,08\ p_2 \quad \$\,/MW\,h \end{aligned}$$

e os coeficientes da matriz B de perdas são:

$$\begin{aligned} B_{11} &= 0,001 \\ B_{12} &= B_{21} \quad = -0,0005 \\ B_{22} &= 0,0024 \end{aligned}$$

Para um custo incremental de 20 \$ / MWh, determine o despacho econômico para as duas usinas.

8. Os custos de geração térmica e as capacidades de geração de três produtores independentes de energia são:

Produtor	Custo (\$/h)	Capacidade (Mw)
1	$C_1(P_{g1}) = 80 + 10P_{g1} + 10^{-3}P_{g1}^2$	$200 \leqslant P_{g1} \leqslant 800$
2	$C_2(P_{g2}) = 140 + 8P_{g2} + 5 \times 10^{-3}P_{g2}^2$	$100 \leqslant P_{g2} \leqslant 400$
3	$C_3(P_{g3}) = 100 + 9P_{g3} + 8 \times 10^{-3}P_{g3}^2$	$120 \leqslant P_{g3} \leqslant 400$

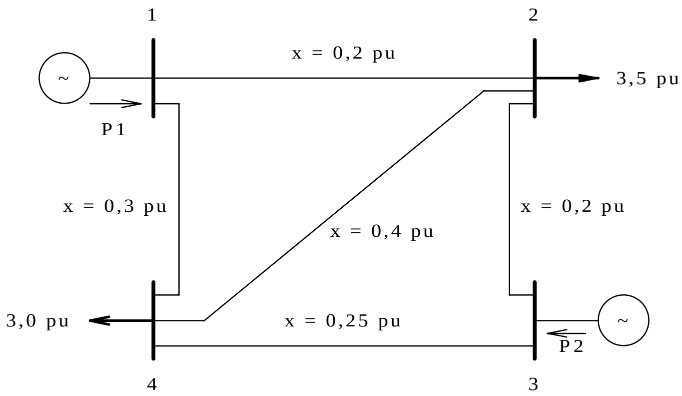
Com o intuito de participar do mercado de energia (ME) nas próximas duas horas, esses produtores submeteram ao Operador do Sistema Interligado (OSI) preços de venda por MW gerado iguais aos seus custos incrementais de geração. A obrigação do OSI é atender os consumidores a um custo mínimo. Desprezando as perdas e supondo que a demanda total a ser atendida pelos produtores independentes é de 800 MW na primeira hora e 1200 MW na segunda hora,

- calcule quantos MW 's o OSI requisitará de cada produtor a cada hora do intervalo considerado;
- De acordo com as regras do Mercado de Energia, cada produtor recebe por MW gerado um valor igual ao custo marginal do sistema. Qual será o lucro dos fornecedores a cada hora? A transação foi lucrativa para todos os fornecedores? Justifique.
- Ao final da segunda hora há uma tendência de aumento de carga e o OSI permite que novos produtores independentes ofereçam a sua geração de potência no mercado. Um produtor com custo incremental de geração igual a $13 + 10 \times 10^{-3}P_{g4}$ quer vender no ME. Será este novo produtor chamado a participar no ME? Justifique.

9. Seja o sistema de 4 barras da figura abaixo, cujos geradores apresentam os seguintes curvas de custo:

$$\begin{aligned} F_1(p_{1)} &= 100 + 785\ p_1 + 9,7\ p_1^2 \quad 1,0 \leq p_1 \leq 6,0\ pu \\ F_2(p_{2)} &= 50 + 648\ p_2 + 6,4\ p_2^2 \quad 1,0 \leq p_2 \leq 5,0\ pu \end{aligned}$$

As resistências dos ramos são desprezadas e a barra de referência é a barra 1. A base de potência é de $100\,MVA$.



(a) Considere inicialmente que não há limites de tranmissão atingidos. Calcule o despacho ótimo e os custos incrementais das barras (*Sugestão:* como não há limites de transmissão a serem considerados, represente o sistema em barra única e resolva o problema como um despacho econômico convencional);

(b) Suponha agora que limites de transmissão são impostos, conforme a tabela abaixo. Na mesma tabela e na tabela seguinte são indicados os resultados parciais de um FPO executado considerando os limtes de geração e transmissão, incluindo o custo incremental da barra de referência. Determine os custos incrementais para as barras 2, 3 e 4.

Ramo	$t_{i-j}\,(pu)$	$\underline{t}_{i-j}\,(pu)$	$\overline{t}_{i-j}\,(pu)$	π (\$ / MWh)
$1-2$	$1,231$	$-7,0$	$7,0$	$0,000$
$1-4$	$0,923$	$-3,0$	$3,0$	$0,000$
$2-3$	$-2,346$	$-7,0$	$7,0$	$0,000$
$2-4$	$0,077$	$-5,0$	$5,0$	$0,000$
$3-4$	$2,000$	$-2,0$	$2,0$	$2,864$

<table>
<tr><td>$p_1 = 2,154\ pu$</td><td>$p_2 = 4,346\ pu$</td><td>$\lambda_1 = 8,265\ \$\,/\,MWh$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Custo ótimo = $4823\ \$/h$</td></tr>
<tr><td colspan="3">$\theta = [0\ \ -0,246\ 0,223\ \ -0,277]^T$</td></tr>
</table>

(c) Compare os resultados dos itens *a* e *b* e justifique as diferenças nos custos de geração, despachos e custos incrementais nas barras.

10. Considere uma rede elétrica representada por modelo linearizado que possui transformadores defasadores (*TDs*) entre seus elementos. Se o elemento k, conectando as barras i e j é um trafo defasador, então o fluxo de potência neste elemento é dado por

$$t_k = \frac{(\theta_i - \theta_j - \phi_k)}{x_k} \tag{1}$$

onde θ_i e θ_j são os ângulos das tensões nas barras i e j, x_k é a reatância do elemento e ϕ_k é a defasagem introduzida pelo *TD*. Genericamente, a relação entre o vetor de fluxos nas linhas, t, θ e ϕ pode ser expressa como:

$$t = \Gamma\,(A\theta - A_\varphi\,\phi) \tag{2}$$

onde A_φ é a matriz de incidência elementos-trafos defasadores, cujos elementos são definidos como: $a_{\varphi,ij} = 1$, se o elemento i está conectado ao trafo defasador j, e $a_{\varphi,ij} = 0$ em caso contrário.

Note que a presença dos *TDs* introduz as novas variáveis de controle ϕ no problema de FPO, em adição às potências geradas p_g. Os $\phi' s$ também estão sujeitos a limites superiores e inferiores, isto é:

$$\underline{\phi}_k \leq \phi_k \leq \overline{\phi}_k \tag{3}$$

Observe também que a existência de *TDs* altera a relação entre as injeções de potência nas barras e os fluxos, dada por $p = (A^T\,\Gamma\,A)\,\theta = B\,\theta$ no caso em que não há *TDs*. No presente caso, deve ser usada a relação mais genérica $p = A^T\,t$, juntamente com a equação (2). Por conveniência de notação, defina, em adição à matriz B, a matriz:

$$B_\varphi = A^T\,\Gamma\,A_\varphi \tag{4}$$

Formule o problema genérico de FPO na presença de transformadores defasadores, supondo que a função-custo a ser minimizada é dada por:

$$c\,(p_g, \phi)$$

e que as restrições consistem nas equações de balanço individual de potência nas barras e nas desigualdades relativas aos limites sobre as variáveis de controle e sobre os fluxos nas linhas. Não é necessário definir a barra de referência nem introduzir variáveis de folga.

11. Considere um sistema de potência formado por n barras, n_l ramos e n_g geradores. Para simplificar o problema, suponha que as magnitudes de tensão das barras são todas iguais a $1,0$ pu, e assim apenas as equações referentes às variáveis de potência ativa tornam-se de interesse. Formule o problema de fluxo de potência ativa ótimo *não-linear* para minimização dos custos de produção, com o auxílio das matrizes de incidência elementos-barras e barras-geradores.