

Análise Estática de Segurança de Sistemas Elétricos de Potência

A. J. A. Simões Costa e R. Salgado

Abril, 2001

ÍNDICE

1	Introdução à Operação em Tempo Real de Sistemas de Potência	3
1.1	Evoluções na Operação de Sistemas de Potência	3
1.2	Restrições de Carga, Operação e Segurança - Estados de Operação	4
1.3	Funções Componentes da Operação em Tempo Real de Sistemas de Potência	6
1.4	Configurações Típicas de Sistemas Computacionais para Centros de Operação	9
1.4.1	Requisitos	9
1.4.2	Sistemas Não-Redundantes	11
1.4.3	Sistemas Redundantes - Configuração Dual	12
1.4.4	Evolução para Utilização de Sistemas Distribuídos, Redes Locais e Sistemas Abertos	14
1.4.5	Sistemas Abertos	14
2	Estimação Estática de Estados em Sistemas de Potência	16
2.1	Características da EESP	16
2.2	Aplicações dos resultados da EESP	17
2.3	Monitoração em tempo real de redes elétricas	17
2.3.1	Vantagens da Estimação de Estados	18
2.4	Subproblemas da Estimação de Estados	18
2.5	Classificação dos estimadores de estado	19
2.6	O Modelo de Medição	20
2.6.1	Observações	20
2.7	Estimadores Tipo “Batch”	21
2.7.1	Solução pelo Método dos Mínimos Quadrados Ponderados - Método Clássico	21
2.7.2	O Método de Gauss-Newton	22
2.7.3	Cálculo dos Termos da Matriz Jacobiana e das Quantidades Medidas	24
2.7.4	Aspectos Computacionais	26
2.8	Estimador de Estados Linearizado	27
2.9	Inclusão de Restrições de Igualdade	29
2.10	Exercícios	31
3	Processamento de Medidas com Erros Grosseiros	33
3.1	Uso dos Resíduos de Estimação no Tratamento de Erros Grosseiros	34
3.2	Detecção de Erros Grosseiros	35
3.2.1	Teste de Hipóteses	36
3.2.2	Detecção de Erros Grosseiros - Base Estatística	36
3.2.3	Algoritmo	39
3.3	Identificação de Erros Grosseiros	39
3.3.1	Método do Máximo Resíduo Normalizado	39

3.3.2	Observações	41
3.4	Recuperação de Medidas Portadoras de Erro Grosseiro	42
3.4.1	Base Teórica	42
3.4.2	Resíduo Associado à Medida Recuperada	44
3.5	“Método \hat{b} ” para Processamento de Erros Grosseiros	44
3.5.1	Descrição do Método	44
3.5.2	Algoritmo	45
3.6	Exercícios	45

1. INTRODUÇÃO À OPERAÇÃO EM TEMPO REAL DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

1.1. Evoluções na Operação de Sistemas de Potência

Em meados da década de 60, a operação de sistemas elétricos de potência havia evoluído a ponto de se ter reconhecido a necessidade de um controle central para todo o sistema sob a jurisdição de uma dada empresa. Este estágio foi alcançado a partir do desenvolvimento de dois sistemas de controle e tele-comando que, por suas características, necessitavam de uma estrutura centralizada para sua implementação: o controle automático de geração e o controle supervisão. Na então nova estratégia centralizada, os controles locais anteriormente desenvolvidos (regulação de tensão e velocidade, chaveamentos, proteção, etc.) passaram a integrar o nível mais baixo na hierarquia de controle, enquanto que os controles centrais ocupavam o nível mais alto. Tornava-se assim importante que fossem criados canais de comunicação entre os níveis mais altos de controle e os controles locais.

O controle automático de geração, destinado a controlar a geração das principais usinas do sistema de modo a manter a frequência constante e igual a seu valor nominal, havia se desenvolvido significativamente na década de 50. Com a crescente tendência à interligação entre sistemas de potência vizinhos, o controle automático de geração passou também a controlar o fluxo de potência nas linhas de interligação. Mais tarde, foi incorporado um laço mais externo a fim de otimizar os custos de geração, o que se tornou conhecido como controle para despacho econômico. Por sua natureza global, o controle automático de geração, com ou sem características econômicas, requeria uma estrutura centralizada.

O controle supervisão, por sua vez, evoluiu de uma atuação no nível regional/distrital para abranger todo o sistema. Tradicionalmente este controle incorpora funções como o controle remoto de abertura e fechamento de disjuntores e de dispositivos para regulação de tensão, tais como variadores de “taps” de transformadores, capacitores, etc.

Ao final da década de 60, questões relacionadas à segurança de operação dos sistemas, como consequência de alguns “black-outs” ocorridos na costa leste americana, tornaram-se relevantes a ponto de provocar uma mudança significativa na filosofia de operação. A esta altura, o grau de interligação dos sistemas de potência era tal que a tarefa dos operadores tornava-se crescentemente difícil sem a disponibilidade de ferramentas adicionais que processassem a grande quantidade de dados disponíveis e a apresentassem ao operador de forma organizada. Coincidentemente, o mesmo período testemunhava um grande desenvolvimento na área de computação, com o surgimento dos minicomputadores, e também na área telecomunicações. A conjunção destes fatores, quais sejam, as dificuldades para a operação de sistemas de potência cada vez mais interligados e os importantes desenvolvimentos tecnológicos em computação e telecomunicações, propiciou o surgimento das funções ligadas à monitoração e análise de segurança. Ao final dos anos 60, os engenheiros de sistemas de potência, motivados pela evidente necessidade de se dispor de estratégias

de controle e operação mais globais, começavam a analisar o problema de um ponto de vista sistêmico. Deste reconhecimento surgiu o novo conceito de *operação de sistemas de potência com considerações de segurança*. Este conceito partiu da constatação de que as ferramentas então disponíveis para auxiliar o operador do sistema nos complexos processos de tomada de decisão relativos à segurança do sistema eram inadequadas. O objetivo do *controle de segurança* é manter o sistema de potência operando, sem sobrecargas de equipamento e atendendo a todos os consumidores, em qualquer condição de operação. Para melhor caracterizar o conceito, é necessário introduzir as noções de *estados de operação*, o que é feito na seção subsequente.

1.2. Restrições de Carga, Operação e Segurança - Estados de Operação

A operação de um sistema de potência obedece a certas condições que podem ser expressas sob a forma de dois conjuntos de restrições:

1. **Restrições de Carga** - Estas restrições simplesmente traduzem o fato de que o sistema de potência deve satisfazer a demanda da carga. Portanto, são *restrições de igualdade*, expressas matematicamente como:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \mathbf{0} \quad (1.1)$$

onde \mathbf{x} e \mathbf{u} são vetores de variáveis dependentes e de variáveis de controle, respectivamente, e \mathbf{g} é um vetor de funções não-lineares. A equação (1.1) corresponde na verdade às equações de fluxo de potência em regime permanente para o sistema considerado.

2. **Restrições de operação** - As restrições de operação refletem a necessidade de que os limites operacionais dos equipamentos do sistema (linhas de transmissão, transformadores, geradores, etc.) devem ser respeitados. Como tal, são *restrições de desigualdade*, representadas matematicamente por

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \leq \mathbf{0} \quad (1.2)$$

onde \mathbf{h} é um vetor de funções não-lineares.

Se ambas as restrições de carga e operação são satisfeitas, diz-se que o sistema de potência está no *estado normal de operação*. Ao responder às pequenas variações de carga usuais, pode-se considerar que o sistema está passando de um estado normal para outro, e que cada estado normal corresponde a uma condição de regime permanente. Quando as restrições de carga são satisfeitas mas alguma restrição de operação está sendo violada, diz-se que o sistema está no *estado de emergência*. O estado de emergência é atingido como consequência da ocorrência de uma perturbação no sistema, tal como uma grande variação de carga, um curto-circuito, uma perda de geração, etc. Como decorrência das ações de controle para aliviar um estado de emergência, é possível que se atinja uma condição em que as sobrecargas em equipamentos são aliviadas (e portanto, as restrições de segurança voltam a ser satisfeitas), porém às expensas do não-atendimento de parte

dos consumidores. Ou seja, as restrições de carga deixam agora de ser atendidas. Esta situação caracteriza o chamado *estado restaurativo de operação*.

O objetivo do controle de segurança é manter o sistema operando no estado normal de operação, isto é, minimizar as transições deste estado para os estados de emergência ou restaurativo. O que se costuma chamar de *segurança do sistema* é a capacidade de um sistema de potência no estado normal sofrer uma perturbação sem passar ao estado de emergência. Face a um dado conjunto de perturbações, ou *contingências*, mais prováveis, o estado normal de operação pode então ser adicionalmente caracterizado como seguro ou inseguro. Na prática, esta caracterização requer que seja inicialmente elaborada uma lista das contingências mais prováveis na condição de operação corrente. Tais contingências podem incluir saídas de linhas, saídas de geradores, etc., e são resultado de um processo chamado *seleção de contingências*. Face a esta lista de contingências em potencial, pode-se verificar se o sistema resiste ou não ao impacto de cada uma das contingências da lista sem ingressar nos estados de emergência ou restaurativo. Se \mathbf{s} é um vetor de funções que consiste de todas as restrições de operação e de carga para cada contingência da lista, é possível caracterizar matematicamente as **restrições de segurança** como:

$$\mathbf{s}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \leq \mathbf{0} \quad (1.3)$$

Assim, quando a desigualdade (1.3) é satisfeita, concluímos que o sistema não sairá do estado normal de operação na eventualidade de ocorrência de qualquer contingência da lista pré-selecionada. Neste caso, diz-se que o sistema está no *estado normal-seguro*. Se, por outro lado, for verificado que o sistema sairá do estado normal na hipótese da ocorrência de alguma das contingências da lista, diz-se que o estado de operação é *normal-inseguro* ou de *alerta*. A Figura 1.1 representa um diagrama de transição entre os diversos estados de operação de um sistema de potência.

Tendo em vista sua implementação prática, a análise de segurança de sistemas de potência é composta de três etapas:

1. *Monitoração de Segurança* - Esta etapa tem por objetivo identificar qual o estado operativo corrente do sistema, a partir de dados que abrangem todo o sistema de potência. A intervalos regulares de tempo, os dados obtidos em tempo real são processados para se determinar as condições de operação do sistema e possíveis violações nas restrições de operação dadas por (1.2). A topologia atual da rede também é determinada nesta etapa.

2. *Análise de Contingências* - Visa determinar a segurança do sistema face ao conjunto pré-selecionado de contingências mais prováveis. Isto normalmente é realizado através de alguma forma de simulação, ainda que aproximada, destas contingências, utilizando-se para isto o modelo do sistema de potência determinado em tempo real na etapa anterior. Embora seja desejável se realizar tanto a análise estática de contingências quanto a análise dinâmica de contingências (que detectaria possíveis tendências do sistema à instabilidade dinâmica em decorrência das contingências), as dificuldades práticas de implementação desta última praticamente a inviabilizam.

3. *Controle Preventivo* - Se, na etapa de análise de segurança, for detectado que o sistema está em no estado inseguro ou alerta, a próxima providência é determinar como levá-lo ao estado seguro, se isto for possível. Trata-se de um problema de otimização onde se busca encontrar a melhor condição de operação que satisfaz os três tipos de restrições, (1.1), (1.2) e (1.3). Assim, busca-se encontrar a melhor ação corretiva a ser sugerida ao operador para tomar o sistema seguro.

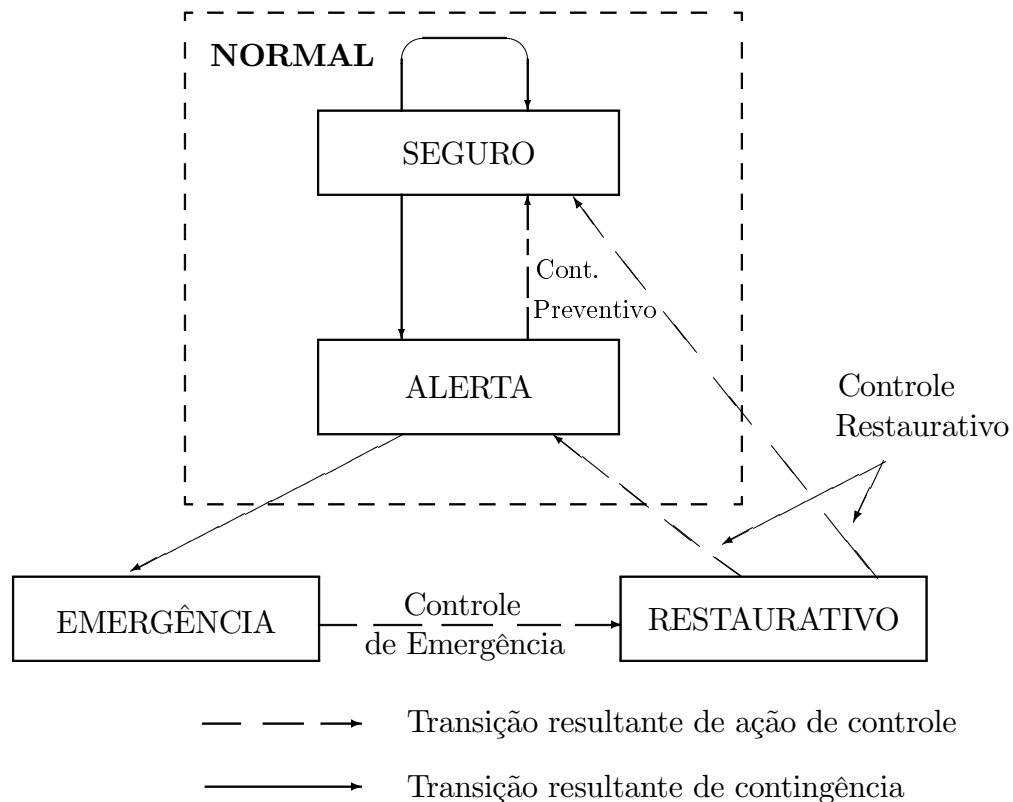


Figure 1.1: Diagrama de transição de estados de operação de um sistema de potência

1.3. Funções Componentes da Operação em Tempo Real de Sistemas de Potência

A implementação da Monitoração de Segurança requer a disponibilidade de um sistema de aquisição de dados que permita a monitoração de variáveis de todo o sistema no centro de operações. Este sistema, conhecido pela sigla SCADA (“Supervisory Control and Data Acquisition”), deve fornecer não apenas telemidas das variáveis relevantes do sistema (magnitudes de tensão, fluxos e injeções de potência, etc.), as chamadas, *medidas analógicas*. Informações relativas ao “status” de disjuntores e chaves das subestações também devem ser transmitidas pelo SCADA ao centro de operação do sistema. Estes dados são denominados *medidas digitais*, já que traduzem apenas a condição de abertura e fechamento de chaves e disjuntores.

Os aplicativos que constituem a monitoração em tempo real de sistemas de potência estão representados na Fig.(??) e são descritos a seguir.

1. *Configurador da Rede Elétrica* - Processa as medidas digitais transmitidas pelo SCADA para determinar a topologia atual da rede (isto é, o diagrama unifilar do sistema de potência).
2. *Pré-Filtragem* - Conjunto de testes de compatibilidade realizados sobre os dados de analógicos do sistema com o objetivo de detectar as medidas flagrantemente errôneas, que são em seguida descartadas para não comprometer a modelagem em tempo real do sistema de potência.

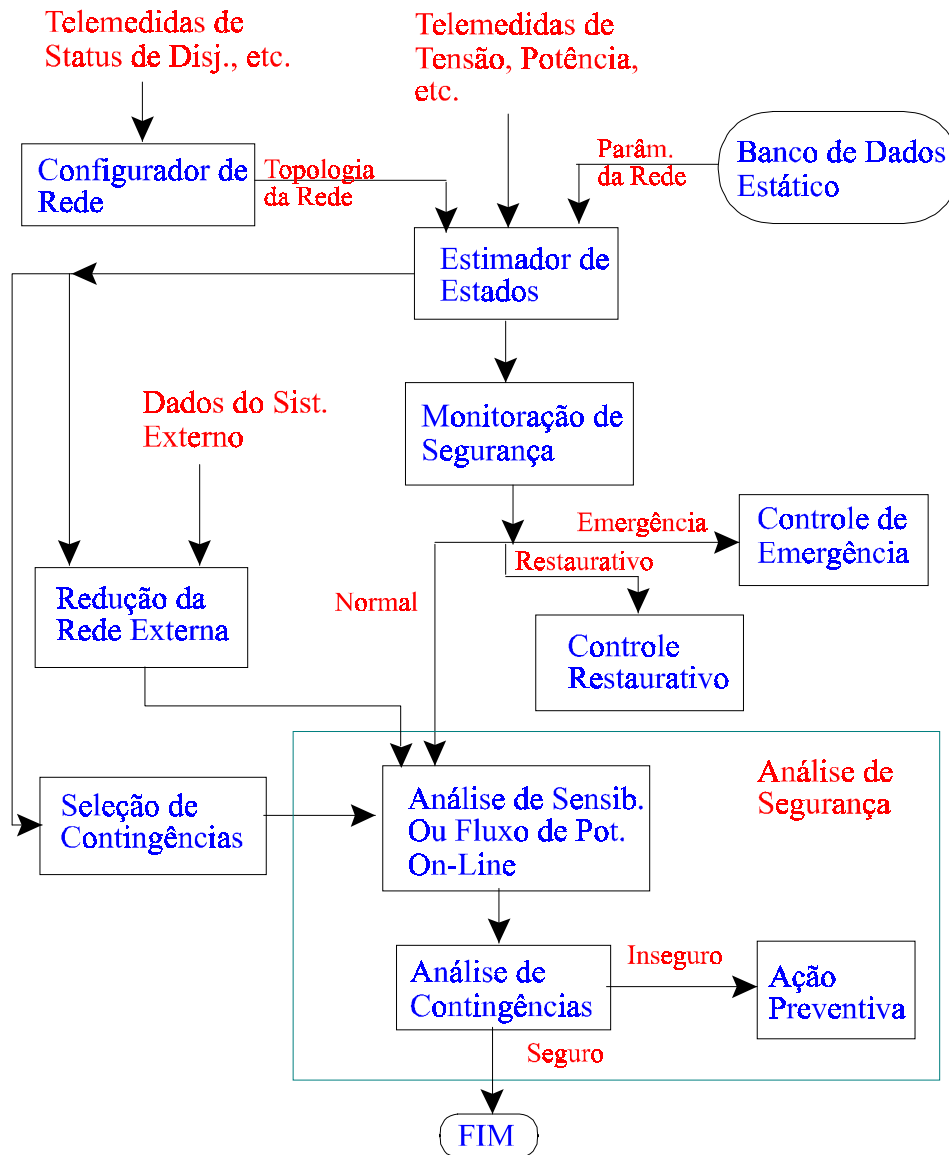


Figure 1.2: Principais aplicativos da operação em tempo real.

3. *Estimação de Estados* - Os dados de entrada para o estimador de estados são: a topologia da rede, previamente determinada pelo Configurador; o conjunto de telemidas analógicas pré-filtradas; e os parâmetros da rede, armazenados em um banco de dados estático. A estimação de estados é um conjunto de programas computacionais que processam dados analógicos redundantes e contaminados por ruído com a finalidade de fornecer a melhor estimativa (em um sentido a ser definido no Capítulo 3) para as tensões complexas nas barras do sistema. Para cumprir este objetivo, a estimação de estados é composta de diversos aplicativos destinados a: verificação se as informações contidas nas telemidas permitam o cálculo dos estados (*análise de observabilidade*); detectar e identificar a possível presença de medidas espúrias (*processamento de erros grosseiros*); e estimação de estados propriamente dita.
4. *Monitoração de Segurança* - A partir da condição de operação corrente determinada pelo estimador de estados, é possível se identificar se o estado de operação é normal, de emergência ou restaurativo. Isto é feito através da verificação do cumprimento das restrições de carga (ver 1.1) e de operação (desigualdade (1.2)). Se se verificar que o sistema está no estado de emergência, deve ser acionado o *Controle de Emergência*, que visa aliviar a sobrecarga detectada em elementos da rede através de medidas tais como manobras na rede, entrada em operação de geradores ou alívio de carga. Caso o estado de operação identificado seja o estado restaurativo, as providências a serem tomadas devem ser no sentido de se recompor o sistema de modo que todos os consumidores voltem a ser atendidos. Este conjunto de providências é genericamente referido como *controle restaurativo*. Finalmente, se for verificado que o sistema está no estado normal, o próximo passo é realizar a análise de segurança.
5. *Análise de Segurança* - Visa a segurança do estado de operação face a um conjunto de contingências pré-selecionadas. Como em geral o sistema de potência em questão está interligado com outros sistemas (pertencentes, por exemplo, a outras concessionárias de energia elétrica) e como a reação deste sistema externo é relevante na avaliação do impacto das contingências, torna-se necessário modelar, pelo menos aproximadamente, o sistema externo. Portanto a análise de segurança é composta de aplicativos com as seguintes finalidades específicas:
 - *Seleção de Contingências* de ocorrência mais provável para a condição de operação recém-determinada pelo estimador de estados;
 - *Modelagem do Sistema Externo*, seja através de um equivalente, seja através de um modelo explícito aproximado, de forma a representar aproximadamente a reação do sistema externo a contingências no sistema de potência sob análise;
 - *Análise de Contingências*, através da qual é verificado o efeito de cada contingência da lista pré-selecionada através de métodos aproximados, como análise de sensibilidade, ou através de um programa de fluxo de potência desacoplado rápido.
6. *Controle Preventivo* - O controle preventivo é acionado no caso em que a Análise de Segurança concluir que o sistema de potência é inseguro face a uma ou mais contingências da lista selecionada. As ações preventivas são determinadas a partir de

programas de otimização (programação linear ou não-linear) que visam determinar a melhor condição de operação que satisfaça simultaneamente as restrições de carga, de operação e de segurança.

1.4. Configurações Típicas de Sistemas Computacionais para Centros de Operação

1.4.1. Requisitos

O sistema central de qualquer centro de operação de sistemas de potência é formado pelo sistema central de computadores e pelo equipamento para interface homem-máquina (IHM). Vários elos de comunicação convergem para o sistema central, que coleta os dados adquiridos pelas unidades terminais remotas, analisa-os e apresenta os resultados para o operador, que tem a decisão final e a responsabilidade de operar o sistema. Assim, espera-se que o sistema central tenha a capacidade de subsidiar, com informações confiáveis e adequadamente apresentadas, as decisões a serem tomadas pelo operador.

Embora vários requisitos específicos possam ser impostos ao sistema central, de acordo com as exigências e as necessidades da empresa usuária, existem alguns requisitos que são gerais e fundamentais para qualquer sistema. Estes requisitos que afetam significativamente o projeto do sistema central e a estrutura e desempenho do sistema de controle como um todo são os seguintes:

- *Tempo de resposta* - É definido como o intervalo de tempo entre o instante em que uma função é requisitada e o instante em que a resposta correspondente torna-se disponível. Como se espera que o ambiente de operação seja um ambiente em tempo real, normalmente se exige que o sistema computacional responda suficientemente rápido a uma variação em seu ambiente de forma a refletir adequadamente tal variação. Entre os principais fatores que afetam o tempo de resposta, podemos citar: carga de trabalho dos computadores, arquitetura do sistema computacional, sistema operacional, base de dados e software de acesso correspondente, estrutura e organização do software.
- *Disponibilidade* - Este requisito se origina do fato de que se espera que o sistema central esteja sempre em operação. A disponibilidade é definida como a percentagem do tempo em que o sistema está efetivamente em operação. Em geral, espera-se que os valores de disponibilidade sejam altos, de ordem de 99 %. Este nível de disponibilidade exige duplicação de equipamento.
- *Manutenção e Desenvolvimento do Sistema* - Corresponde à necessidade de que o sistema seja projetado de modo que o hardware e principalmente o software possa sofrer manutenção e atualização.

Uma função fundamental do sistema central é a IHM. Além disso, o computador central também está conectado aos computadores de comunicação (“front-ends”) e sistemas de apoio para desenvolvimento de programas e manutenção do sistema. A Fig. (1.3) representa as principais funções do sistema central.

As principais configurações típicas de sistemas centrais são discutidas nas próximas subseções.

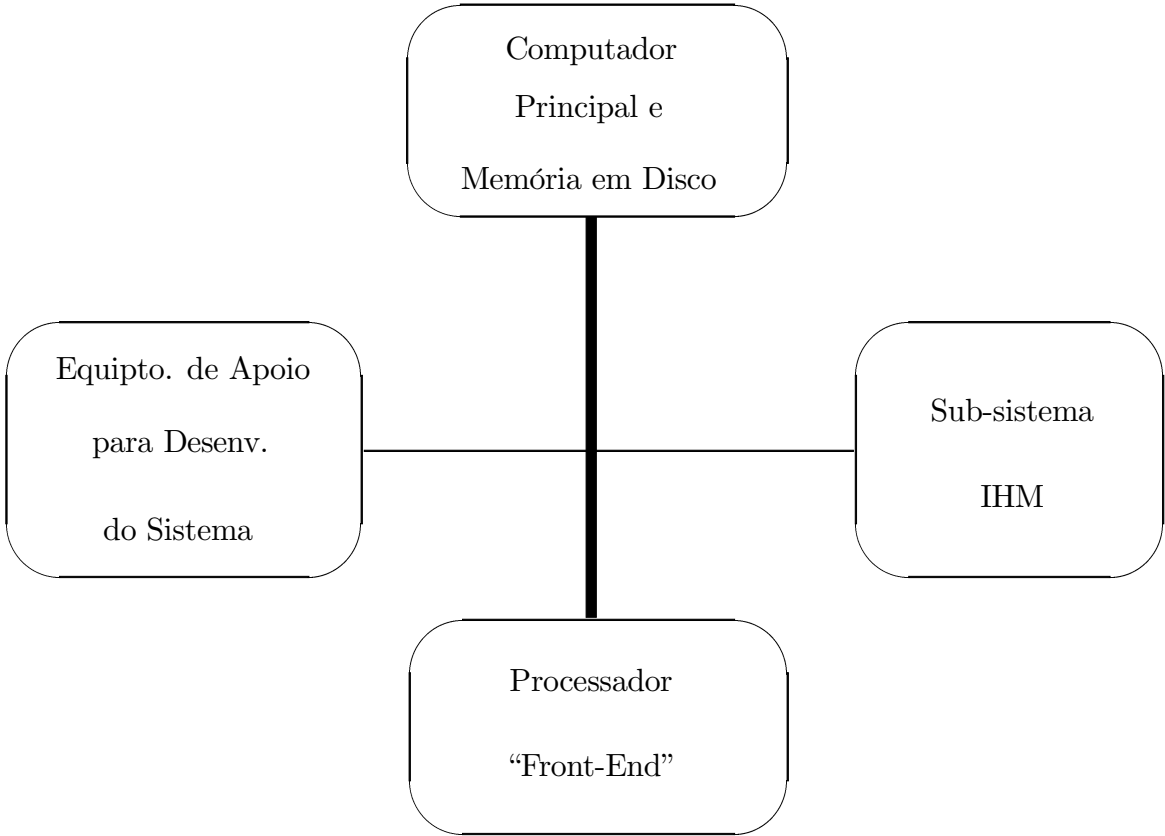
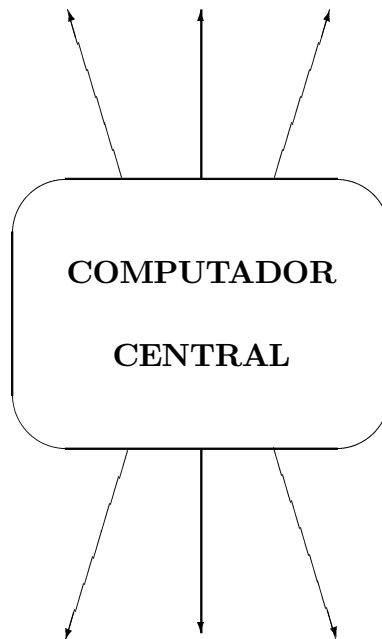


Figure 1.3: Configuração típica de um sistema central

P/. unidades terminais de vídeo



P/. o Sistema Local (SCADA)

Figure 1.4: Sistema não-redundante.

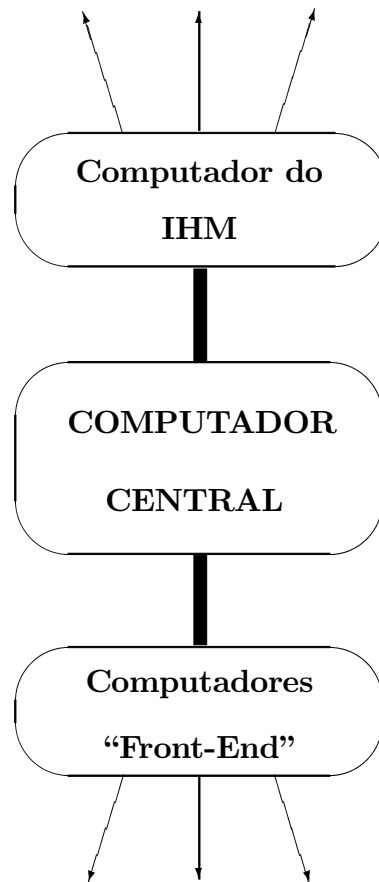
1.4.2. Sistemas Não-Redundantes

Esta configuração considera apenas um computador central em um sistema central, e corresponde ao sistema SCADA típico. No sistema central, apenas um computador principal conecta o sistema de IHM com os sistemas de comunicação e locais. A Fig. (1.4) representa esquematicamente esta configuração. Embora tradicionalmente centrado em um minicomputador, este sistema pode hoje ser baseado em um microcomputador.

Dois projetos básicos podem ser utilizados para sistemas não-redundantes. O esquema mais simples usa o computador central como o componente de interconexão de todo o equipamento no sistema de controle. A principal desvantagem deste esquema é que o processamento do computador central é interrompido sempre que um dispositivo periférico realiza uma operação de pedido de informação, envia dados a serem armazenados no computador central ou solicita dados disponíveis neste computador. Disto resulta um sistema normalmente lento, em que há pouco tempo disponível para operações que não sejam aquelas ligadas à transferência de dados com o equipamento periférico.

O esquema descrito a seguir procura contornar estas dificuldades. Baseia-se na utilização de sistemas dedicados às tarefas de controle de comunicação e IHM. Um computador "front-end" faz a interface com o sistema de comunicação e realiza certas operações de manipulação de dados. Através de recursos de acesso direto à memória (*DMA*), os dados são transferidos com alta velocidade para a memória do computador central, de modo que este é interrompido com frequência muito menor. O computador dedicado à IHM, por outro lado, encarrega-se da apresentação de dados e troca de informações com as unidades de vídeo, e também utiliza acesso *DMA* à memória do computador central. Contudo, permanece a vulnerabilidade do sistema à falha de qualquer componente crítico, o que implicará no colapso de todo o sistema. A Fig. (1.5) representa esquematicamente esta

P/. Unidades de Terminais de Vídeo



P/. Sistema Local (SCADA)

Figure 1.5: Sistema não-redundante com “front-end” e computador para IHM.

configuração.

As funções básicas das configurações descritas acima são as seguintes: aquisição de dados; operações de controle, tais como abertura/fechamento de disjuntores, partida de geradores, envio de pulsos para controle automático de geração, etc.; supervisão da informação adquirida nas remotas para detectar a transgressão de limites, etc., e a apresentação de resultados para o operador.

1.4.3. Sistemas Redundantes - Configuração Dual

O aumento da disponibilidade do sistema de supervisão e controle em tempo real necessariamente exige a duplicação de equipamento. Embora fosse desejável a duplicação de todos os componentes do sistema, em geral isto se aplica na prática apenas ao sistema central, ou seja, ao computador central, ao “front-end” e à unidade de comando da IHM.

Na configuração redundante os computadores duais são funcionalmente idênticos e operam continuamente em modo primário/back-up ou em modo paralelo. No primeiro caso a base de dados é continuamente transferida do computador primário para a máquina back-up, a qual assume o papel de computador primário automaticamente em caso de falha da máquina primária original. No modo paralelo, ambos os computadores atualizam suas

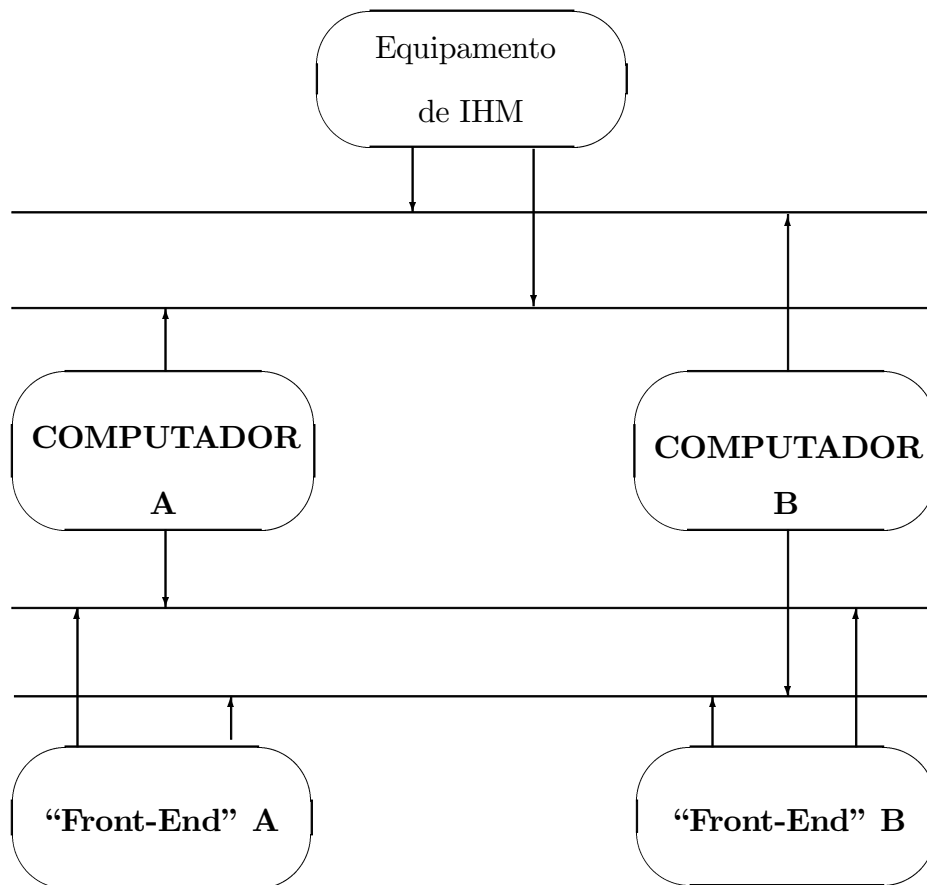


Figure 1.6: Configuração dual.

próprias bases de dados. A Fig. (1.6) ilustra a configuração dual. Deve ser observado que o sistema central é composto de três subsistemas funcionalmente diferentes: o subsistema da IHM, o subsistema formado pelo computador principal e o subsistema “front-end”.

Uma diferença importante entre a configuração dual e a configuração não-redundante é a possibilidade oferecida pela primeira para a incorporação de funções adicionais, resultante da duplicação. Assim, aplicativos para treinamento de operadores, por exemplo, podem ser integradas facilmente quando o modo de operação utilizado é o primário/back-up. A disponibilidade da máquina back-up pode ser utilizada para este fim. O mesmo se aplica a outras funções, tais como implementação off-line do modo de estudos usando dados reais provenientes do SCADA. Abre-se ainda a possibilidade de implementação de aplicativos avançados. Finalmente, a maior capacidade de armazenamento e de processamento propiciadas pela configuração dual pode ser aproveitada para realizar apanhados estatísticos e relatórios.

Quando a capacidade dos computadores permite a incorporação dos aplicativos avançados de análise de redes elétricas que hoje caracterizam a operação em tempo real de sistemas de potência - configurador de redes, estimador de estados, análise de contingências, fluxo de potência do operador, etc. - os sistemas de operação em tempo real passam a ser denominados *Sistemas de Gerenciamento de Energia* (“Energy Management Systems”), e frequentemente são referidos por sua sigla em inglês, *EMS*.

1.4.4. Evolução para Utilização de Sistemas Distribuídos, Redes Locais e Sistemas Abertos

Devido aos impressionantes avanços tecnológicos dos últimos 15 anos na área de informática os centros de operação de sistemas existentes no mundo inteiro tem enfrentado sérios problemas de obsolescência. Isto também se deve aos longos períodos normalmente decorridos entre a compra de um sistema e sua efetiva instalação em uma empresa de energia elétrica, que normalmente resultam no uso de computadores cuja tecnologia já tem pelo menos 5 a 6 anos quando do início de sua operação efetiva. A atualização de sistemas centrais baseados em computadores de grande porte nem sempre é viável pois, mais uma vez em consequência dos rápidos avanços da informática, frequentemente a linha de computadores a que pertence as máquinas originalmente adquiridas pela empresa foi descontinuadas. Por outro lado, mesmo que seja possível melhorar a configuração, isto provavelmente não será competitivo com os recursos oferecidos por computadores mais atuais, de desempenho muito superior.

Em virtude de constatações como estas, verifica-se hoje forte tendência à utilização de redes locais e processamento distribuído para monitoração, análise e controle em tempo real de sistemas de potência. O uso de redes locais (ou “local area networks”, LANs) implica em que os computadores, a IHM e os processadores de comunicação acessam um mesmo barramento ou anel de alta velocidade. Assim, a incorporação de novos processadores de comunicação, novas consoles de IHM e novos aplicativos é possível sob a forma da adição de novos dispositivos conectados àquele barramento. Adicionalmente, qualquer equipamento pode ser substituído ou atualizado de forma virtualmente independente dos outros equipamentos existentes. O sistema pode então evoluir continuamente e ter um ciclo de vida muito maior, contanto que o barramento ou anel de comunicação suporte a configuração desejada. Por outro lado, a crescente disponibilidade de estações de trabalho de alto desempenho, com cada vez maior capacidade de memória e custo relativamente baixo tem consolidado tendência à utilização de processamento distribuído. Um sistema de processamento distribuído pode ser definido com um sistema em que múltiplos processadores estão conectados conjuntamente de modo que possam compartilhar as mesmas informações. A configuração típica de um EMS distribuído conta com uma rede local (ou redes locais duais para redundância), à qual estão conectadas várias estações de trabalho, cada uma das quais é responsável pela execução de um dos aplicativos em tempo real, tais como a análise de redes, o gerenciamento de banco de dados, o controle da geração, etc. A principal vantagem desta estrutura é a flexibilidade e a capacidade de expansão. Além disso, as estações de trabalho não necessitam ficar confinadas em uma mesma sala do EMS. Com o uso da rede local, os processadores e consoles podem ser fisicamente distribuídos pelas dependências mais apropriadas da empresa. A Fig.(1.7) representa o conceito de sistema distribuído.

1.4.5. Sistemas Abertos

Outra tendência mais recente que tem se verificado na tecnologia de Centros de Controle aponta para a adoção do conceito de *Sistemas Abertos*. Nos EMS tradicionais, tanto o hardware quanto o software são fornecidos pelo mesmo fabricante/fornecedor. Assim, esta empresa fornece à concessionária, a partir de especificações deste último, os algoritmos, o software (incluindo sistema operacional, protocolos de comunicação e interfaces, nem sempre padrões) e o hardware. Isto restringe o desenvolvimento e atualizações de software,

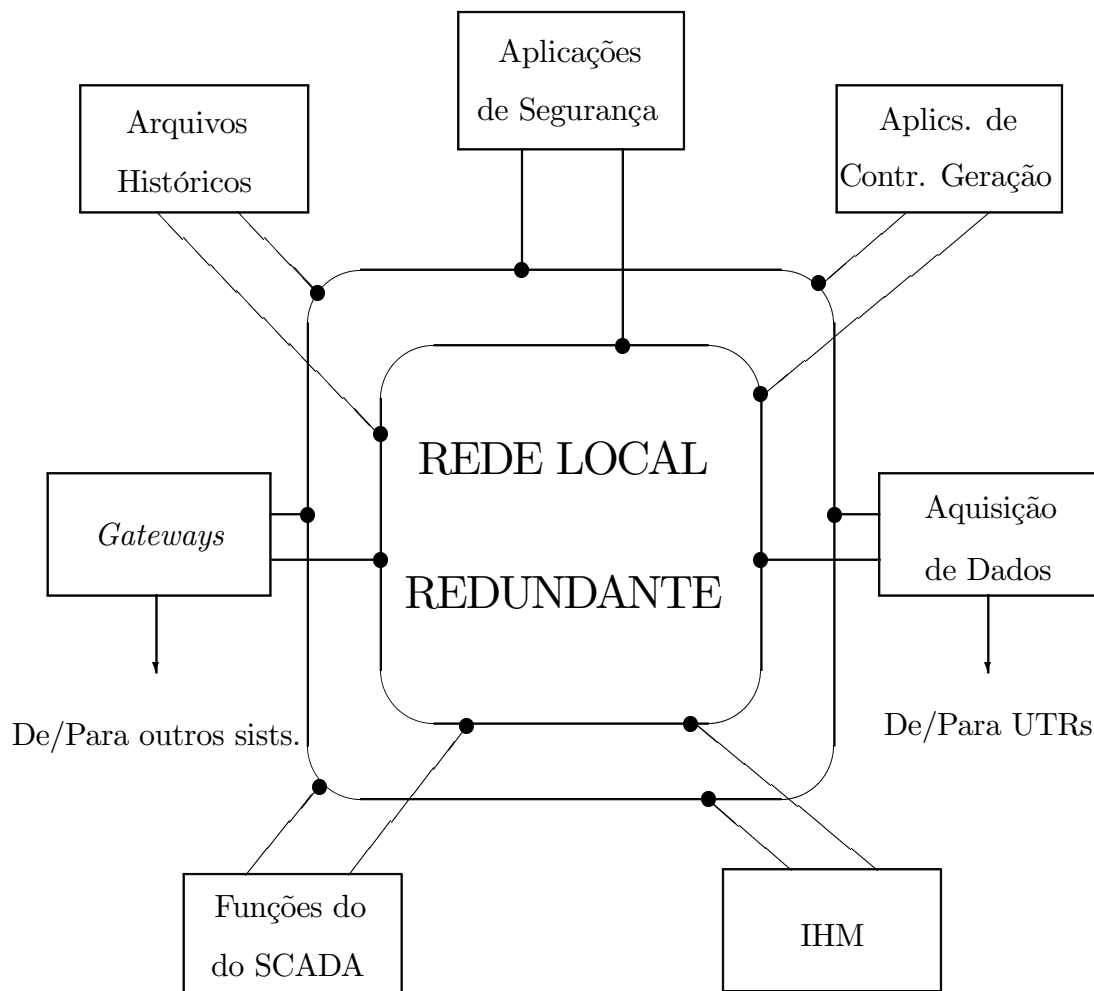


Figure 1.7: Sistema distribuído para Centros de Operação (EMS)

por exemplo, ao próprio fornecedor original ou à própria empresa.

A tendência à adoção de sistemas computacionais distribuídos, nos quais os processadores podem ser heterogêneos e estar fisicamente distantes, tem levado as concessionárias de países mais desenvolvidos a considerarem a incorporação da filosofia de Sistemas Abertos. Um Sistema Aberto pode ser definido como um sistema que pode ser substituído, no todo ou em parte, sem que isto configure dependência em relação a um dado fornecedor. De fato, o conceito de *independência* é fundamental em Sistemas Abertos. Exige-se, por exemplo, que o software seja independente do hardware; que as aplicações independam do sistema operacional; a IHM deve ser independente da base de dados, etc. Evidentemente, estes objetivos só poderão ser atingidos se houver um certo nível de padronização das interfaces envolvidas, o que ainda não é a realidade de hoje. Prevê-se que, com a disseminação da filosofia de Sistemas Abertos para EMSs, as empresas de energia elétrica poderão selecionar o melhor hardware e o melhor software para cada etapa da evolução do seu sistema, sem ficarem restritas a uma única empresa fornecedora, nem a projetos que não se balizem por padrões largamente aceitos.

2. ESTIMAÇÃO ESTÁTICA DE ESTADOS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

Nas últimas décadas, a filosofia para a operação de sistemas de potência tem se caracterizado pela incorporação de funções que visam a avaliação em tempo real da segurança do sistema. A implementação e coordenação destas funções são realizadas nos modernos Centros de Operação dos Sistemas (COS), cujo emprego para controlar a operação em tempo real vem se tornando prática consagrada na maioria das concessionárias de energia elétrica.

A avaliação da segurança da operação de sistemas de potência é feita basicamente a partir da execução de duas funções básicas, que são Monitoração da Segurança e Análise de Segurança. O desempenho dessas funções depende da disponibilidade de informações confiáveis a respeito do ponto de operação atual do sistema. Em outras palavras, é muito importante que se disponha de meios para atualizar em tempo real o banco de dados do sistema. A função encarregada de desempenhar este papel é a **Estimação de Estados em Sistemas de Potência (EESP)**.

O **Estimador de Estados** consiste em um conjunto de algoritmos para processar telemidas realizadas em todo o sistema [?]. Essas telemidas são em geral redundantes e corrompidas por erros de medição, erros de conversão analógico-digital e ruídos de transmissão. O estimador processa essas observações com o objetivo de fornecer estimativas confiáveis para os estados (definidos como as amplitudes e os ângulos das tensões nas barras) da rede elétrica. A partir dos estados é possível determinar outras variáveis, como o fluxo de potência nas linhas de transmissão, injeções de potência nas barras etc.

2.1. Características da EESP

Conforme mencionado anteriormente, a função da Estimação de Estados em Sistemas de Potência é fornecer uma base de dados em tempo real confiável a partir de telemidas redundantes e corrompidas por erros de várias espécies. Basicamente, o estimador de estados processa essas medidas (geralmente magnitude das tensões, injeções de potência ativa e reativa nas barras, fluxos de potência ativa e reativa nas linhas de transmissão, e excepcionalmente correntes) de forma a estimar valores para a tensão complexa em todas as barras, o que descreve completamente o estado do sistema em regime permanente. Além dessas telemidas, outras quantidades não medidas diretamente, mas que também contêm informações relevantes sobre o estado do sistema podem ser processadas pelo estimador. Essas quantidades, devido ao fato de que seus valores podem ser estimados sem a utilização de instrumentos de medição (injeções de potência ativa e reativa em barras de transferência, por exemplo), são chamadas **pseudomedidas**.

2.2. Aplicações dos resultados da EESP

Dentre as principais aplicações dos resultados fornecidos pelo estimador de estados, os seguintes três são da maior relevância [?]:

- Monitoração da Segurança, cujo objetivo é observar a condição corrente de operação do sistema e verificar se esta é normal, de emergência, ou restaurativa;
- Análise da Segurança (Fluxo de potência “on-line”, análise de contingências, etc.), cuja função é determinar os efeitos de eventuais contingências no sistema;
- Previsão de carga para as barras do sistema.

2.3. Monitoração em tempo real de redes elétricas

Diferentes alternativas foram propostas no passado para processar dados em tempo real a fim de monitorar o sistema de potência. Algumas dessas abordagens são descritas a seguir [?].

- Sistema de supervisão baseado na medição de quantidades que permitam a monitoração de variáveis consideradas básicas de rede elétrica, associadas a certas instalações-chave do sistema. Esta prática de monitoração é obviamente considerada incompleta, além de entrar em conflito com o planejamento do sistema de potência. Em outras palavras, nos estudos de planejamento qualquer instalação pode se tornar “chave”, dependendo da coordenação da operação.
- Utilização direta dos dados oriundos do sistema **SCADA** (Sistema Supervisório e de Aquisição de Dados). Este procedimento também é considerado incompleto em virtude das seguintes características:
 1. Os resultados apresentados ao operador são medidas brutas;
 2. Não são fornecidas informações sobre variáveis não-monitoradas;
 3. A detecção e a identificação dos eventuais erros grosseiros são prejudicadas.
- Fluxo de potência “on-line”, usando como medidas apenas injeções de potência ativa P e reativa Q . Apesar de superior aos dois procedimentos anteriormente mencionados, este método apresenta diversas limitações quando comparado as metodologias que utilizam o estimador de estados como ferramenta computacional de análise. Essas limitações advêm dos seguintes fatos:
 1. A técnica restringe os tipos de medidas que podem ser utilizadas. Isto é, desde que o algoritmo computacional básico é a solução do fluxo de potência, os dados de entrada são limitados as injeções de potência ativa e reativa nas barras de carga (PQ), e injeções de potência ativa e magnitudes da tensão nas barras PV.
 2. A perda de uma medida de injeção de potência ativa ou de potência reativa, ou de magnitude da tensão implica na impossibilidade de solução, já que as equações utilizadas na solução do fluxo de potência são independentes;

3. Uma medida de injeção incorreta implica na obtenção de resultados incorretos;
4. Não é possível se determinar o nível de confiança dos resultados em virtude da falta de redundância nos dados de entrada.

2.3.1. Vantagens da Estimação de Estados

Quanto às técnicas de estimação de estados, os seguintes aspectos positivos podem ser visualizados em relação às metodologias para controle em tempo real referidas anteriormente [?]:

- 1. Reconhecimento da existência de erros inerentes nas medidas;
- 2. Possibilidade de processamento de diversos tipos de medidas;
- 3. Exploração da redundância entre as quantidades medidas. Como se trabalha com medidas redundantes, é possível:
 - obter estimativas para os estados mesmo quando algumas medidas são perdidas;
 - detectar a presença de erros grosseiros e identificar sua localização;
- 4. Possibilidade de se avaliar o nível de confiança dos resultados;
- 5. Possibilidade de se determinar quantidades que não foram monitoradas (definição de estado).

2.4. Subproblemas da Estimação de Estados

Os seguintes subproblemas estão associados ao problema de Estimação de Estados em Sistemas de Potência:

- *Observabilidade*: subproblema que consiste em verificar se o número e a localização das medidas a serem processadas pelo estimador permite a determinação do estado do sistema;
- *Estimação de estados*: processo que consiste no cômputo da estimativa dos estados a partir do conhecimento da estrutura e dos dados do sistema e de telemidas tomadas ao longo do mesmo;
- *Deteção de erros grosseiros*: subproblema que trata da verificação da existência de erros estruturais e/ou medidas espúrias (isto é, aquelas que são mais imprecisas do que é suposto no modelo de medição);
- *Identificação de erros grosseiros*: procedimento para se determinar quais são as medidas portadoras de erros grosseiros, ou que parte da estrutura não está corretamente modelada;
- *Recuperação de medidas portadoras de erros grosseiros*: processo consistindo no tratamento de medidas espúrias, tal que elas possam ser utilizadas na estimação de estados.

Além destes, outros problemas ligados à modelagem em tempo real de sistemas de potência são a Pré-filtragem de medidas e o Configurador da rede elétrica:

- *Pré-filtragem*: consiste num pré-processamento no qual as medidas são submetidas a uma seleção tal que aquelas mais claramente portadoras de erros grosseiros são descartadas;
- *Configurador*: determina um modelo barra-ramo para a rede elétrica a partir do processamento das posições ("status ") de disjuntores e chaves de subestações.

2.5. Classificação dos estimadores de estado

Quanto ao modo de processar os dados, os estimadores de estado podem ser classificados em:

- Estimadores tipo *batch*, no qual todas as medidas disponíveis são processadas simultaneamente;
- Estimadores tipo sequenciais, no qual as quantidades medidas são processadas uma por vez.

Os estimadores que processam o conjunto de medidas simultaneamente (tipo *batch*) podem ainda ser classificados sob o ponto de vista de formulação, o que resulta nos seguintes tipos de estimadores:

- Estimador usando o método dos mínimos quadrados ponderados;
- Estimadores baseados no algoritmo de mínimo valor absoluto;
- Outros métodos.

Quanto ao método de solução, os estimadores tipo **Mínimos Quadrados** podem ser classificados em:

- Solução via Equação Normal (método clássico);
- Solução via Métodos Ortogonais (Reflexões de Golub, Rotações de Givens);
- Solução via Métodos Híbridos (fatoração ortogonal, solução do sistema linear não-ortogonal);
- Solução via Método da Matriz Aumentada (ou *Tableau* esparsa);
- Solução explorando o desacoplamento $P\delta - QV$ (Estimadores desacoplados).

Os **Estimadores Sequenciais**, por sua vez, são baseados no método dos mínimos quadrados recursivos e podem ser basicamente de dois tipos:

- Método baseado no Filtro de Kalman;
- Métodos Ortogonais (filtro de informação do tipo raiz quadrada - via rotações de Givens).

2.6. O Modelo de Medição

Considere um sistema de potência com N barras, no qual m quantidades são medidas. Suponha ainda, que a topologia e os parâmetros da rede elétrica são conhecidos. Sob estas condições, é possível determinar os fluxos de potência em qualquer linha de transmissão e/ou a injeção de potência em qualquer barra, a partir do conhecimento das tensões complexas nas barras do sistema. Esta é a razão pela qual as tensões complexas nas barras são chamadas **variáveis de estado** do sistema de potência.

O conjunto de medidas tomadas ao longo da rede elétrica, as variáveis de estado do sistema e os erros de medição estão relacionados através do seguinte modelo de medição [?]:

$$\mathbf{z} = \mathbf{z}_0 + \boldsymbol{\eta} \quad (2.1)$$

onde,

\mathbf{z} : vetor das quantidades medidas (isto é, magnitude da tensão nas barras, injeções de potência ativa e reativa, fluxos de potência ativa e reativa, corrente etc.), de ordem $(m \times 1)$;

\mathbf{z}_0 : vetor com os valores verdadeiros das quantidades medidas, o qual é função do estado verdadeiro, de ordem $(m \times 1)$;

$\boldsymbol{\eta}$: vetor aleatório que modela os erros de medição (isto é, imprecisão de medidores, erros de transformadores de instrumentos, efeitos de conversão analógico-digital A-D, etc.), de ordem $(m \times 1)$.

É suposto que $\boldsymbol{\eta}$ tem média zero e que os erros de medição são não-correlacionados, isto é, a matriz de covariância dos erros de medição \mathbf{R} é suposta diagonal. Isto é expresso com auxílio da seguinte equação:

$$E(\boldsymbol{\eta}) = \mathbf{0}; \quad E(\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\eta}^T) = \mathbf{R} \text{ (diagonal)} \quad (2.2)$$

As grandezas medidas podem ser expressas como funções não-lineares dos estados, resultantes da aplicação das leis de Kirchhoff e Ohm, isto é,

$$\mathbf{z}_0 = \mathbf{h}(\mathbf{x}) \quad (2.3)$$

de modo que a equação 2.1 pode ser escrita como:

$$\mathbf{z} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\eta} \quad (2.4)$$

tal que,

$$E(\boldsymbol{\eta}) = \mathbf{0}; \quad E(\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\eta}^T) = \mathbf{R} \quad (2.5)$$

2.6.1. Observações

1. Fluxos de corrente nas linhas de transmissão, assim como injeções de corrente nas barras, podem ser também monitorados. Entretanto esta prática não é a usualmente adotada.
2. Além das medidas efetivas que compõem o conjunto de medidas tomadas ao longo do sistema, alguns componentes do vetor das quantidades medidas \mathbf{z} podem ser pseudo-medidas, obtidas por um outro processo diferente de telemedição (estudos de previsão de carga, por exemplo).

3. O grau de redundância global entre as medidas tomadas na rede elétrica é definido como

$$\text{Redundância} : \quad \rho = \frac{m}{n} = \frac{m}{2N - 1}$$

4. Da definição anterior, é possível observar que uma condição necessária para que o problema de estimação de estados tenha solução é que: $m \geq n$, ou $\rho \geq 1,0$; naturalmente, é também necessário que a localização das quantidades medidas seja estabelecida de forma a propiciar não apenas que o estado do sistema de potência possa ser estimado (estudos de observabilidade) como também que as medidas eventualmente contaminadas com erro grosseiro possam ser detectadas e identificadas;
5. O vetor de funções não lineares $\mathbf{h}(\mathbf{x})$, da equação 2.4 representa a relação entre os estados e as quantidades medidas, e é obtido através da aplicação das leis de Ohm e Kirchhoff. Rigorosamente este vetor deveria ser denotado como uma função não apenas dos estados como também dos parâmetros da rede elétrica. Todavia, conforme mencionado anteriormente, para fins de Estimação de Estados é suposto que tanto a topologia como os parâmetros do sistema de potência são conhecidos com precisão, tal que o uso da notação simplificada é justificada;
6. Os erros de medição são representados no modelo de medição pelo vetor $\boldsymbol{\eta}$. Estes erros são provenientes de uma variedade de fontes tais como: imprecisão dos medidores, erros de transformadores como instrumentos, erros de comunicação, efeitos de conversão analógico-digital, etc. Os erros são supostos serem não-correlacionados, tal que a matriz de covariância \mathbf{R} , da equação 2.5, é assumida ser diagonal. Os elementos não-nulos dessa matriz são as variâncias dos erros de medição, os quais podem ser expressos como uma função do valor do fundo de escala dos instrumentos de medição;
7. Se pseudo-medidas são utilizadas, suas variâncias devem refletir o grau de incerteza associada a correspondente quantidade. Esse grau de incerteza é, sob circunstâncias normais, maior do que aquele associado as medidas normais. A variância das pseudo-medidas é portanto maior do que a das quantidades telemidas.

2.7. Estimadores Tipo “Batch”

2.7.1. Solução pelo Método dos Mínimos Quadrados Ponderados - Método Clássico

No método dos Mínimos Quadrados Ponderados (MQP) o estado $\hat{\mathbf{x}}$ é calculado de forma a minimizar a função custo referente ao modelo das equações 2.4 e 2.5. O problema a ser resolvido consiste portanto na minimização da função de custo

$$J(\hat{\mathbf{x}}) = [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})]^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})] \quad (2.6)$$

com relação ao vetor de estados $\hat{\mathbf{x}}$. Ou seja, deseja-se minimizar o índice representado pela somatória dos quadrados dos resíduos ponderada pelo inverso das variâncias dos erros de medição. A utilização da matriz de ponderação \mathbf{R} implica em que medidas supostamente mais precisas recebem maior peso do que aquelas nas quais se espera maior imprecisão.

Apesar de que a minimização da função de custo mostrada na equação 2.6 não envolve restrições, o processo de busca do custo ótimo implica num problema não-linear, de difícil solução. Por outro lado, o índice a ser otimizado é representado por uma função quadrática, a qual é por sua vez, expressa em termos do vetor de equações não-lineares $\mathbf{h}(\mathbf{x})$. Vários métodos poderiam ser aplicados na resolução de um problema deste tipo. Entretanto, as características mencionadas anteriormente (natureza quadrática da função objetivo e ausência de restrições), tornam este problema de otimização bastante apropriado para a solução pelo método de Newton. Esta técnica consiste em obter a solução do problema não-linear com função objetivo quadrática através de um algoritmo iterativo, com correções no vetor de estados dada por

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \hat{\mathbf{x}}_k + \Delta\hat{\mathbf{x}} \quad (2.7)$$

2.7.2. O Método de Gauss-Newton

O método de Gauss-Newton, para a solução do problema não-linear de mínimos quadrados, consiste em determinar a correção $\Delta\hat{\mathbf{x}}$, da equação 2.7, primeiro expandindo $J(\hat{\mathbf{x}})$ da equação 2.6 em série de Taylor em torno do ponto $\hat{\mathbf{x}}_k$, ao longo da direção $\Delta\hat{\mathbf{x}}$, até o termo de segunda ordem, isto é

$$J(\hat{\mathbf{x}}_k + \Delta\hat{\mathbf{x}}) = J(\hat{\mathbf{x}}_k) + \left. \frac{\partial J(\hat{\mathbf{x}})^T}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}=\hat{\mathbf{x}}_k} \Delta\hat{\mathbf{x}} + \frac{1}{2} \Delta\hat{\mathbf{x}}^T \left(\left. \frac{\partial^2 J(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}^2} \right) \right|_{\hat{\mathbf{x}}=\hat{\mathbf{x}}_k} \Delta\hat{\mathbf{x}}$$

ou seja,

$$J(\hat{\mathbf{x}}_k + \Delta\hat{\mathbf{x}}) \simeq J(\hat{\mathbf{x}}_k) + \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_k)^T \Delta\hat{\mathbf{x}} + \frac{1}{2} \Delta\hat{\mathbf{x}}^T M(\hat{\mathbf{x}}_k) \Delta\hat{\mathbf{x}}$$

onde,

$$M(\hat{\mathbf{x}}_k) = \left(\left. \frac{\partial^2 J(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}^2} \right) \right|_{\hat{\mathbf{x}}=\hat{\mathbf{x}}_k}$$

é a matriz de segundas derivadas de $J(\hat{\mathbf{x}})$ com relação a $\hat{\mathbf{x}}_k$, chamada matriz Hessiana de $J(\hat{\mathbf{x}})$, e

$$\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_k) = \left. \frac{\partial J(\hat{\mathbf{x}})^T}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}=\hat{\mathbf{x}}_k}$$

é o vetor da primeira derivada de $J(\hat{\mathbf{x}})$ com relação a $\hat{\mathbf{x}}_k$, chamado vetor gradiente de $J(\hat{\mathbf{x}})$.

O mínimo da função $J(\hat{\mathbf{x}} + \Delta\hat{\mathbf{x}})$ com relação a $\Delta\hat{\mathbf{x}}$ é obtido diferenciando-se $J(\cdot)$ em relação a $\Delta\hat{\mathbf{x}}$ e igualando o resultado a zero,

$$\frac{\partial J}{\partial(\Delta\mathbf{x})} = 0$$

Isto resulta em

$$\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_k) + \frac{1}{2} \times 2 \times M(\hat{\mathbf{x}}_k) \Delta\hat{\mathbf{x}} = 0$$

e portanto em

$$M(\hat{\mathbf{x}}_k) \Delta\hat{\mathbf{x}} = -\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_k)$$

A obtenção do vetor gradiente $\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_k)$ em termos analíticos é mais facilmente compreendida expressando-se inicialmente a função de custo como

$$J(\hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{r} \times \mathbf{R}^{-1} \times \mathbf{r}$$

onde $\mathbf{r} = \mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})$.

A derivada primeira desta função em relação a $\hat{\mathbf{x}}$ é dada por

$$\left. \frac{\partial J(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_k) = \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \right)^T \times \left(\frac{\partial J(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{r}} \right) \Big|_{\hat{\mathbf{x}}=\hat{\mathbf{x}}_k}$$

ou, em termos das grandezas envolvidas na representação da função original

$$= - \left(\frac{\partial \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \right)^T \times 2\mathbf{R}^{-1} \times (\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})) \Big|_{\hat{\mathbf{x}}=\hat{\mathbf{x}}_k}$$

ou seja,

$$\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_k) = -2\mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{x}}_k) \times \mathbf{R}^{-1} \times \Delta \mathbf{z}$$

Aplicando-se o mesmo procedimento para o cálculo da matriz de segundas derivadas de $J(\hat{\mathbf{x}})$ obtém-se

$$M(\hat{\mathbf{x}}_k) = \frac{\partial^2 J(\hat{\mathbf{x}}_k)}{\partial \hat{\mathbf{x}}^2} \Big|_{\hat{\mathbf{x}}=\hat{\mathbf{x}}_k} = \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \left[- \left(\frac{\partial \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \right)^T \times 2\mathbf{R}^{-1} \times (\mathbf{z} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})) \right] \Big|_{\hat{\mathbf{x}}=\hat{\mathbf{x}}_k}$$

Supondo-se que, nas proximidades da solução,

$$\frac{\partial \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}} \approx cte = \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}_k)$$

e

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\hat{\mathbf{x}}_k) &\approx -2\mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{x}}_k) \times \mathbf{R}^{-1} \times -\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}_k) \\ &= 2\mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{x}}_k) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}_k) \end{aligned}$$

então é possível escrever

$$\mathbf{M}(\hat{\mathbf{x}}_k) \times \Delta \hat{\mathbf{x}} = -\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_k) \Rightarrow$$

isto é,

$$2 \times \mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{x}}_k) \times \mathbf{R}^{-1} \times \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}_k) \times \Delta \hat{\mathbf{x}} = 2 \times \mathbf{H}^T(\hat{\mathbf{x}}_k) \times \mathbf{R}^{-1} \times \Delta \mathbf{z}$$

e finalmente

$$\mathbf{H}^T(\hat{x}_k) \times \mathbf{R}^{-1} \times \mathbf{H}(\hat{x}_k) \times \Delta \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{H}^T(\hat{x}_k) \times \mathbf{R}^{-1} \times \Delta \mathbf{z} \quad (2.8)$$

A equação 2.8 é conhecida como Equação Normal de Gauss. O vetor $\Delta \hat{\mathbf{x}}$ é obtido resolvendo-se a equação 2.8. Então, uma estimativa melhorada para o estado é obtida através da relação iterativa

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \hat{\mathbf{x}}_k + \Delta \hat{\mathbf{x}} \quad (2.9)$$

O processo iterativo é iniciado a partir uma estimativa inicial $\hat{\mathbf{x}}_0$. A cada iteração os incrementos nas variáveis de estado $\Delta \hat{\mathbf{x}}$ são obtidos através da equação

$$\Delta \hat{\mathbf{x}} = [\mathbf{H}^T(\hat{x}_k) \times \mathbf{R}^{-1} \times \mathbf{H}(\hat{x}_k)]^{-1} \times \mathbf{H}^T(\hat{x}_k) \times \mathbf{R}^{-1} \times \Delta \mathbf{z} \quad (2.10)$$

até que o critério de parada representado pela equação 2.11 seja satisfeito.

$$\max_i |\Delta \hat{x}_i| \leq \epsilon \quad (2.11)$$

onde ϵ é uma tolerância pré-estabelecida. Ou seja, o processo é encerrado quando a magnitude dos ajustes nas variáveis de estado for desprezível.

Algumas características da equação normal são descritas a seguir.

- A matriz $[\mathbf{H}^T \times \mathbf{R}^{-1} \times \mathbf{H}]$, denominada **Matriz Ganho** ou **Matriz de Informação**, é aproximadamente 2 vezes mais densa do que a matriz \mathbf{H} , se a matriz R é diagonal. Ou seja, desde que a matriz \mathbf{H} é esparsa, a matriz de informação possui também um número reduzido de elementos não-nulos, o que possibilita o uso de técnicas de compactação e esparsidade na solução do sistema linear da equação 2.8;
- Observa-se também que a matriz $[\mathbf{H}^T \times \mathbf{R}^{-1} \times \mathbf{H}]$ é simétrica em estrutura e valores numéricos, o que facilita a sua fatoração [?]. Adicionalmente, é possível garantir que esta matriz é positiva semidefinida. No caso particular de Estimação de Estados em Sistemas de Potência, entretanto, o plano de medição deve ser tal que o número e a configuração das quantidades medidas assegurem a não-singularidade da matriz de informação (neste caso o sistema é dito **observável**).
- Os elementos da matriz Jacobiana $\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}_k)$ são obtidos derivando-se as expressões de $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ (as quais são as conhecidas equações dos fluxos de potência nas linhas de transmissão, injeções de potência ativa e reativa nas barras, magnitude das tensões, etc.) em relação ao vetor de estados \mathbf{x} (magnitude e ângulo da tensão nas barras do sistema). Apesar da simplicidade com que se pode expressar essas derivadas analiticamente, a sua determinação em termos numéricos requer considerável esforço computacional. A seção subsequente mostra uma forma de computar estes elementos, a qual reduz significativamente os requisitos de cálculo para a obtenção dos mesmos.

2.7.3. Cálculo dos Termos da Matriz Jacobiana e das Quantidades Medidas

Apesar de que as equações que descrevem a equação normal em termos de variáveis do sistema elétrico são expressas na forma polar, os termos da matriz Jacobiana e as quantidades medidas são computadas utilizando-se a forma complexa retangular das variáveis envolvidas no cálculo. Desde que o cômputo explícito das funções trigonométricas é evitado, este procedimento resulta em considerável economia de cálculo.

A tensão complexa na barra i , em coordenadas retangulares, é expressa como

$$V_i = e_i + jf_i \quad (2.12)$$

e a admitância série da linha de transmissão conectando as barras i e k é denotada por

$$G_{ik} + jB_{ik}$$

onde $G_{0ik} + jB_{0ik}$ representa a metade da admitância total shunt.

Definindo as variáveis intermediárias

$$G_{ii} = G_{ik} + G_{0ik} \quad (2.13)$$

$$B_{ii} = B_{ik} + B_{0ik} \quad (2.14)$$

$$a_{ik} = e_k G_{ik} - f_k B_{ik} \quad (2.15)$$

$$b_{ik} = e_k B_{ik} + f_k G_{ik} \quad (2.16)$$

$$c_{ik} = -e_i a_{ik} - f_i b_{ik} \quad (2.17)$$

$$d_{ik} = e_i b_{ik} - f_i a_{ik} \quad (2.18)$$

As quantidades medidas são a magnitude das tensões, v_i , os fluxos de potência ativa e reativa nas linhas de transmissão, t_{ik} e u_{ik} , e as injeções de potência ativa e reativa nas barras, p_i e q_i , respectivamente. Usando as equações 2.12 a 2.18, essas quantidades podem ser expressas como

$$v_i = \sqrt{e_i^2 + f_i^2} \quad (2.19)$$

$$t_{ik} = v_i^2 G_{ik} + c_{ik} \quad (2.20)$$

$$u_{ik} = -v_i^2 B_{ik} + d_{ik} \quad (2.21)$$

$$p_i = \sum_{k \in \Omega} t_{ik} \quad (2.22)$$

$$q_i = \sum_{k \in \Omega} u_{ik} \quad (2.23)$$

onde Ω denota o conjunto de barras diretamente conectadas a barra i .

A matriz Jacobiana utilizada no modelo de medição linearizado para a Estimação de Estado em Sistemas de Potência pode ser particionada como

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{t}} \\ \frac{\partial \mathbf{t}}{\partial \delta_r} & \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{t}} \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \delta_r} & \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{t}} \\ \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \delta_r} & \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{t}} \\ \frac{\partial \delta_r}{\partial \delta_r} & \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{t}} \\ \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \delta_r} & \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \mathbf{t}} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

onde, \mathbf{v} é o vetor da magnitude das tensões nas barras; δ_r é o vetor do ângulo das tensões nas barras; \mathbf{t} e \mathbf{u} são os vetores das medidas de fluxos de potência ativa e reativa nas linhas de transmissão, respectivamente; e \mathbf{p} e \mathbf{q} são os vetores das medidas de injeções de potência ativa e reativa nas linhas de transmissão, respectivamente.

Considerando que é computacionalmente vantajoso dividir as correções na magnitude das tensões no modelo linearizado (Δv_i) por v_i , os elementos da matriz Jacobiana mostrados na equação 2.24 podem ser expressos, em termos das quantidades representadas nas equações 2.12 a 2.23, como

$$v_k \frac{\partial v_i}{\partial v_k} = 0 \quad , \quad k \neq i \quad (2.25)$$

$$v_i \frac{\partial v_i}{\partial v_i} = v_i \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial t_{ik}}{\partial \delta_k} = d_{ik} \quad , \quad k \neq i \quad (2.27)$$

$$v_k \frac{\partial t_{ik}}{\partial v_k} = c_{ik} \quad , \quad k \neq i \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial u_{ik}}{\partial \delta_k} = -c_{ik} \quad , \quad k \neq i \quad (2.29)$$

$$v_k \frac{\partial u_{ik}}{\partial v_k} = d_{ik} \quad , \quad k \neq i \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial t_{ik}}{\partial \delta_i} = -u_{ik} - v_i^2 B_{ii} \quad , \quad k \neq i \quad (2.31)$$

$$v_i \frac{\partial t_{ik}}{\partial v_i} = t_{ik} + v_i^2 G_{ii} \quad , \quad k \neq i \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial u_{ik}}{\partial \delta_i} = t_{ik} - v_i^2 G_{ii} \quad , \quad k \neq i \quad (2.33)$$

$$v_i \frac{\partial u_{ik}}{\partial v_i} = u_{ik} - v_i^2 B_{ii} \quad , \quad k \neq i \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial p_i}{\partial \delta_k} = d_{ik} \quad , \quad k \neq i \quad e \quad k \in \Omega \quad (2.35)$$

$$v_k \frac{\partial p_{ik}}{\partial v_k} = c_{ik} \quad , \quad k \neq i \quad e \quad k \in \Omega \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial q_i}{\partial \delta_k} = -c_{ik} \quad , \quad k \neq i \quad e \quad k \in \Omega \quad (2.37)$$

$$v_k \frac{\partial q_i}{\partial v_k} = d_{ik} \quad , \quad k \neq i \quad k \in \Omega \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial p_i}{\partial \delta_i} = -q_i - \sum_{k \in \Omega} v_i^2 B_{ii} \quad , \quad k \neq i \quad (2.39)$$

$$v_i \frac{\partial p_i}{\partial v_i} = p_i + \sum_{k \in \Omega} v_i^2 G_{ii} \quad , \quad k \neq i \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial q_i}{\partial \delta_i} = p_{ik} - \sum_{k \in \Omega} v_i^2 G_{ii} \quad , \quad k \neq i \quad (2.41)$$

$$v_i \frac{\partial q_i}{\partial v_i} = q_i - \sum_{k \in \Omega} v_i^2 B_{ii} \quad , \quad k \neq i \quad (2.42)$$

Estas equações mostram que os elementos da matriz Jacobiana podem ser obtidos usando as mesmas variáveis utilizadas no cálculo das quantidades medidas, o que permite considerável economia nos requisitos computacionais para a determinação destas quantidades.

2.7.4. Aspectos Computacionais

- As características da equação normal descritas anteriormente permitem a obtenção da solução do sistema linear da equação 2.8 pelo método de Cholesky utilizando, para a ordenação da matriz de informação, 2^o método de Tinney (também referido como “Algoritmo da Valência Mínima”) [?];
- A equação normal é resolvida executando-se os seguintes passos [?]:

1. Decomposição da matriz de informação $\mathbf{A} = [\mathbf{H}^T \times \mathbf{R}^{-1} \times \mathbf{H}]$ (suposta simétrica e positiva-definida), via método de Cholesky, em

$$\mathbf{A} = \mathbf{L}^T \times \mathbf{L} \quad (2.43)$$

2. Substituição inversa no sistema

$$\mathbf{L}^T \times \mathbf{y} = \mathbf{b}$$

para a obtenção de \mathbf{y} ; onde $\mathbf{b} = \mathbf{H}^T \times \mathbf{R}^{-1} \times \Delta \mathbf{z}$;

3. Substituição direta no sistema

$$\mathbf{L} \times \Delta \mathbf{x} = \mathbf{y}$$

para a obtenção de $\Delta \mathbf{x}$;

- Desde que a estrutura da matriz de informação não é modificada durante o processo iterativo, a ordenação e a estrutura da matriz \mathbf{L} podem ser determinadas apenas uma vez, o que implica em melhoria da implementação, já que o método é iterativo e requer várias soluções da equação normal;
- Verifica-se ainda, que nas últimas iterações do processo as variações nos valores numéricos da matriz \mathbf{H} são praticamente desprezíveis, o que permite manter esta matriz constante durante algumas iterações e assim reduzir o esforço computacional necessário para a estimação do vetor de estados.

2.8. Estimador de Estados Linearizado

Embora de escasso interesse para aplicação prática, o estimador de estados linearizado é importante como ferramenta auxiliar no aprendizado dos métodos e técnicas ligados à estimação de estados em sistemas de potência. As hipóteses simplificadora em que se baseia, embora limitem bastante a abrangência e validade de seus resultados, permitem a simplificação do problema para uma forma não-iterativa que facilita o entendimento dos diversos métodos de solução da estimação de estados. Além disso, o estimador linearizado é útil na interpretação de técnicas de processamento de erros grosseiros, de análise de observabilidade, etc..

O estimador de estados linearizado baseia-se nas mesmas hipóteses simplificadoras utilizadas para o chamado “fluxo de potência dc”, ou seja:

1. As magnitudes de tensão nas barras do sistema de potência são todas consideradas iguais;
2. As resistências e admitâncias transversais das linhas de transmissão são supostas desprezíveis;
3. As aberturas angulares das linhas são supostas pequenas o suficiente para justificar a aproximação:

$$\text{sen}(\delta_i - \delta_j) \approx (\delta_i - \delta_j) \text{ rads}$$

Considerando-se estas hipóteses, as relações entre os fluxos e injeções de potência ativa com os ângulos das tensões nas barras são dadas por:

$$t_{ij} = \gamma_{ij} (\delta_i - \delta_j) \quad (2.44)$$

e

$$p_i = \sum_{k \in \Omega_i} t_{ik} \quad (2.45)$$

onde

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{x_{ij}}$$

é a *capacidade de transmissão da linha* $i - j$ e Ω_i é o conjunto de barras adjacentes à barra i .

Desde que as magnitudes das tensões nas barras são supostas constantes, as únicas variáveis a serem estimadas são os ângulos das tensões, ou seja, o vetor de estados reduz-se ao vetor $\boldsymbol{\delta}$. Pelo mesmo motivo, o vetor de medidas \mathbf{z} envolve apenas medidas de fluxo e de injeção de potência ativa. Assim, tomando-se a barra 1 como barra de referência:

$$\boldsymbol{\delta} = [\delta_2, \dots, \delta_N]^T \quad (2.46)$$

e

$$\mathbf{z} = [\mathbf{z}_t : \mathbf{z}_p]^T \quad (2.47)$$

onde N é o número de barras do sistema, \mathbf{z}_t é o vetor de medidas de fluxo de potência ativa e \mathbf{z}_p é o vetor de medidas de injeção de potência ativa. Assim, o modelo de medição para o estimador de estados linearizado é dado por:

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}\boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\eta} \quad (2.48)$$

$$E\{\boldsymbol{\eta}\} = \mathbf{0} \quad (2.49)$$

$$E\{\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\eta}^T\} = \mathbf{R} = \text{diag}\{\sigma_1^2, \dots, \sigma_m^2\} \quad (2.50)$$

onde m é o número total de medidas. É importante se observar que, segundo as equações (2.44) e (2.45), *as relações entre as quantidades medidas e os estados são lineares*. Conseqüentemente a matriz de observação \mathbf{H} do modelo de medição (2.50) é *constante*. Além disso, ainda a partir das equações (2.44) e (2.45), verifica-se que os elementos de \mathbf{H} são combinações lineares das capacidades das linhas. Estas características do modelo de medição simplificado permitem que as estimativas $\hat{\boldsymbol{\delta}}$ para os estados sejam obtidas de forma não-iterativa. Utilizando-se, por exemplo, o método da equação normal, as estimativas para os estados podem ser calculadas resolvendo-se o sistema linear:

$$(\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}) \hat{\boldsymbol{\delta}} = \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{z} \quad (2.51)$$

Exemplo - Considere o sistema de 4 barras e o plano de medição representados na Fig. (2.1). O modelo de medição linear correspondente é dado por:

$$\begin{bmatrix} z_{t_{12}} \\ z_{t_{21}} \\ z_{t_{31}} \\ z_{t_{43}} \\ z_{p_1} \\ z_{p_2} \\ z_{p_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma_{12} & 0 & 0 \\ \gamma_{12} & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{31} & 0 \\ 0 & -\gamma_{34} & \gamma_{34} \\ -\gamma_{12} & -\gamma_{13} & 0 \\ \gamma_{12} + \gamma_{23} + \gamma_{24} & -\gamma_{23} & -\gamma_{24} \\ -\gamma_{24} & -\gamma_{34} & \gamma_{34} + \gamma_{24} \end{bmatrix} \delta + \begin{bmatrix} \eta_{t_{12}} \\ \eta_{t_{21}} \\ \eta_{t_{31}} \\ \eta_{t_{43}} \\ \eta_{p_1} \\ \eta_{p_2} \\ \eta_{p_4} \end{bmatrix}$$

A matriz de covariância dos erros de estimação é dada por:

$$\mathbf{R} = \text{diag}\{\sigma_{t_{12}}^2, \sigma_{t_{21}}^2, \sigma_{t_{31}}^2, \sigma_{t_{43}}^2, \sigma_{p_1}^2, \sigma_{p_2}^2, \sigma_{p_4}^2\}$$

onde os $\sigma_{t_{ij}}^2$ são as variâncias das medidas de fluxo de potência ativa e os $\sigma_{p_k}^2$ são as variâncias das medidas de injeção de potência ativa.

2.9. Inclusão de Restrições de Igualdade

Sistemas de potência típicos geralmente contém um número de barras, denominadas *barras de transferência*, cujas injeções de potência ativa e reativa são nulas. Nessas barras, informações precisas sobre o valor das injeções de potência são disponíveis, sem o custo da telemedicação, ruído ou erro associado às medidas convencionais. Esse tipo de barra, fornece portanto um conjunto de medidas adicionais a ser explorado na monitoração do estado do sistema.

As barras de transferência podem ser modeladas de duas formas:

- considerando as injeções nulas como pseudomedidas de injeção de potência de alta precisão. Isto implica na atribuição de ponderação elevada para estas medidas na solução do problema de mínimos quadrados. Entretanto, o uso de fatores de ponderação de diferentes magnitudes para as medidas pode ocasionar problemas numéricos no processo iterativo, e assim prejudicar a convergência do algoritmo.

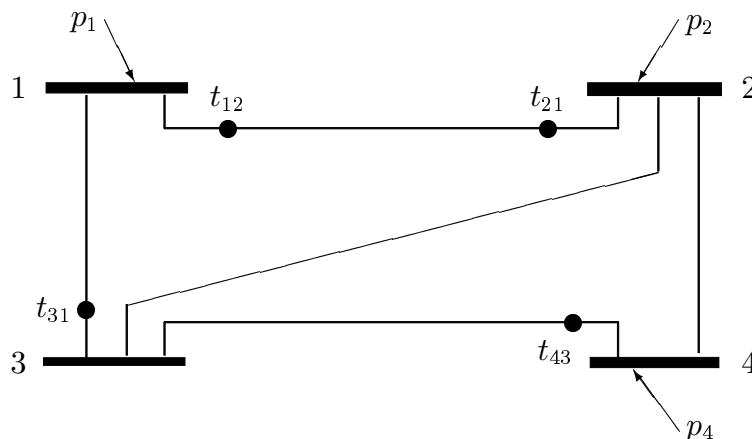


Figure 2.1: Sistema-exemplo para construção do modelo de medição linear.

- considerando as injeções nulas como restrições de igualdade a serem incluídas no problema de otimização de mínimos quadrados. Neste caso, a estimativa dos estados é obtida minimizando-se a função de custo

$$J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}[\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x})]^T \mathbf{R}^{-1}[\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x})]$$

com relação ao vetor de estados \mathbf{x} , tal que as restrições

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$$

que representam as injeções de potência nulas, sejam satisfeitas. Este procedimento alternativo para modelar as barras de transferência, possui as vantagens de melhorar a convergência do processo iterativo além de evitar problemas de instabilidade numérica.

A solução do problema de mínimos quadrados com restrições de igualdade através do método da equação normal pode ser sumarizada nos seguintes passos:

- formação da função Lagrangeana

$$\mathcal{L}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = \frac{1}{2}[\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x})]^T \mathbf{R}^{-1}[\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x})] + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{g}(\mathbf{x})$$

onde $\boldsymbol{\lambda}$ é o vetor dos multiplicadores de Lagrange correspondentes às restrições de igualdade;

- aplicação das condições de otimalidade de primeira ordem, a qual resulta no conjunto de equações não lineares

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})}{\partial \mathbf{x}} = -\mathbf{H}^T(\mathbf{x})\mathbf{R}^{-1}[\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x})] + \mathbf{G}^T(\mathbf{x})\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$$

onde,

$$\frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{H}(\mathbf{x})$$

$$\frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{G}(\mathbf{x})$$

- solução das equações não lineares através do método de Newton. Isto requer a solução do sistema linear

$$-\mathbf{H}^T(\mathbf{x})\mathbf{R}^{-1}[\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}) - \mathbf{H}(\mathbf{x})\Delta\mathbf{x}] + \mathbf{G}^T(\mathbf{x})\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) - \mathbf{G}(\mathbf{x})\Delta\mathbf{x} = \mathbf{0}$$

o qual é escrito na forma matricial como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}^T(\mathbf{x})\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}(\mathbf{x}) & \mathbf{G}^T(\mathbf{x}) \\ \mathbf{G}(\mathbf{x}) & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{x} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^T(\mathbf{x})\mathbf{R}^{-1}[\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x})] \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) \end{bmatrix}$$

A matriz de coeficientes deste sistema linear não é positiva definida, o que requer na fatoração o uso de pivôs 2×2 , para preservar a simetria. Esta matriz é decomposta como $A = L^T D L$, onde L é uma matriz bloco triangular inferior e D é uma matriz bloco diagonal.

2.10. Exercícios

1. Para o sistema da Fig. (2.2), com o plano de medição ali indicado:

1. Escreva o modelo de medição linear (DC), considerando a barra 1 como barra de folga e:

$$\begin{aligned} \mathbf{z} &= [t_{12}, t_{24}, t_{32}, t_{43}, p_1]^T \\ &= [0, 36; -0, 14; 0, 11; 0, 06; 0, 82]^T \end{aligned}$$

Considere também que a matriz de covariância dos erros de medição é $\mathbf{R} = 0,001 \times \mathbf{I}$.

2. Monte um sistema do tipo $\mathbf{G}\hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{b}$, onde \mathbf{G} é uma matriz não-singular, especificando valores numéricos para os elementos de \mathbf{G} e \mathbf{b} , tal que a solução do sistema permita obter o vetor de estimativas para os estados, $\hat{\boldsymbol{\theta}}$.

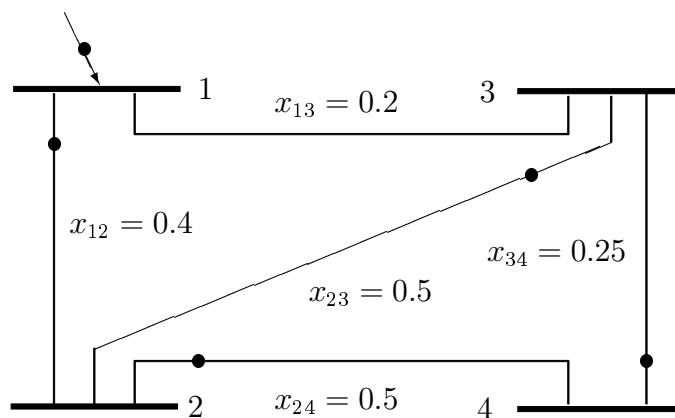


Figure 2.2: Rede elétrica para Exercício 1

2. As leituras dos medidores indicados no sistema da Fig. (2) são as seguintes (em p.u.):

$$\begin{aligned} t_{12} &= 0,52 & t_{23} &= 0,27 & t_{32} &= -0,26 \\ P_1 &= 0,55 & P_3 &= -0,53 \end{aligned}$$

As variâncias para P_1 e t_{12} são de $1. \times 10^{-4}$ p.u., e para as demais medidas são de $2. \times 10^{-4}$ p.u..

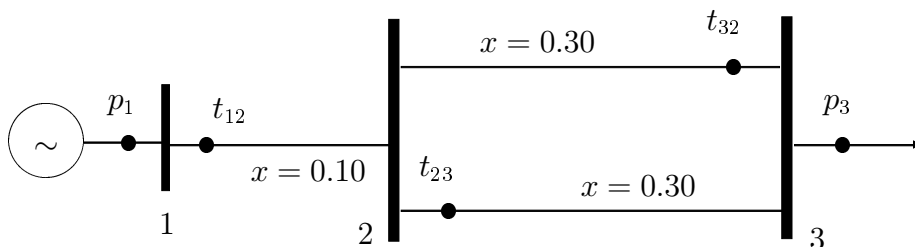


Figure 2.3: Rede elétrica para Exercício 2

Considerando a barra 1 como referência angular, estime os demais estados e as quantidades medidas.

3. Para o sistema da Fig. (2.4), considere que os desvios-padrão dos medidores são os seguintes:

$$\sigma_{p_1} = \sigma_{p_2} = \sigma_{t_{2,21}} = \sqrt{5} \times 10^{-2}$$

$$\sigma_{t_{1,12}} = \sigma_{t_{1,21}} = 2,0 \times 10^{-2}$$

e as leituras dos medidores (em *p.u.*) são:

$$P_1 = 3,96 \quad t_{1,12} = 2,38 \quad t_{1,21} = -2,42$$

$$P_2 = -4,05 \quad t_{2,21} = -1,58$$

Usando um modelo de medição linear, encontre a melhor estimativa no sentido dos mínimos quadrados ponderados para θ , P_1 , P_2 , $t_{1,12}$, $t_{1,21}$ e $t_{2,21}$, tomando θ_1 como referência angular.

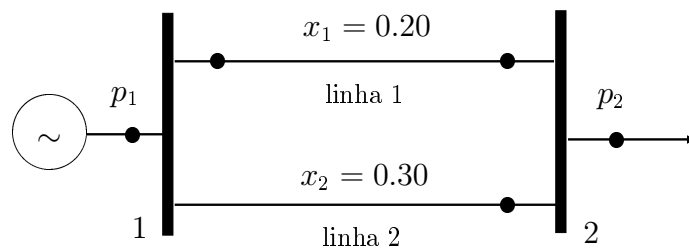


Figure 2.4: Rede elétrica para Exercício 3

3. PROCESSAMENTO DE MEDIDAS COM ERROS GROSSEIROS

No contexto da Estimação de Estados em Sistemas de Potência, medidas portadoras de erros grosseiros são aquelas com grau de imprecisão muito maior do que é suposto no modelo de medição. Nos casos práticos, as medidas espúrias são resultantes de uma variedade de causas, tais como erro nos canais de comunicação, instrumentos de medição defeituosos, erro na modelagem das pseudo-medidas, etc.

Os dados mais flagrantemente errôneos são rejeitados durante o processo de pré-filtragem das medidas. Este procedimento consiste em verificar se as quantidades medidas estão dentro de certos limites, efetuando testes baseados na comparação de medidas redundantes. Dentre os vários testes que são efetuados no estágio do pré-processamento, os seguintes podem ser citados:

- comparação do valor medido com o valor nominal da quantidade;
- comparação do valor medido numa coleta de dados com o valor medido na coleta precedente;
- teste de consistência baseado nas leis de Kirchhoff, comparação entre os valores medidos nas duas extremidades de um circuito, verificação do estado das chaves/disjuntores do circuito onde as medidas são efetuadas, etc.

Apesar de que este processo facilita tanto a estimação do vetor de estados como a detecção e identificação das medidas espúrias, os testes de pré-filtragem não são capazes de detectar os erros grosseiros de maior magnitude. O processamento de erros de magnitude entre 3 e 10 desvios-padrão normalmente requerem técnicas mais elaboradas, como as que serão abordadas neste capítulo.

A presença de erros grosseiros no conjunto de medidas processadas pelo estimador de estados é obviamente prejudicial ao desempenho do estimador, devido a deterioração causada no estado estimado. Esta deterioração acontece porque o estimador baseado no Método dos Mínimos Quadrados minimiza a soma ponderada do quadrado dos resíduos, e portanto, os resíduos com grandes magnitudes associados as medidas portadoras de erros grosseiros terão um grande efeito sobre o resultado final da estimação.

É necessário, portanto, desenvolver procedimentos tanto para detectar a existência de medidas espúrias no conjunto de medidas como para identificar essas medidas, tal que elas possam ser removidas ou substituídas por pseudo-medidas.

3.1. Uso dos Resíduos de Estimação no Tratamento de Erros Grosseiros

As técnicas de detecção e identificação de erros grosseiros apresentadas nesta seção, são baseadas na análise dos resíduos de estimação ou numa função dos mesmos. A razão para este procedimento é que os resíduos fornecem informações úteis sobre eventuais violações das suposições feitas em relação ao modelo de medição.

Seja um conjunto de m medidas tomadas ao longo de um sistema de potência de N barras. O vetor $m \times 1$ dos resíduos de medição é definido como

$$\mathbf{r} = \mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}} \quad (3.1)$$

onde, \mathbf{z} é o vetor das quantidades medidas e $\hat{\mathbf{z}}$ é o vetor dos valores estimados para as quantidades medidas.

A análise da equação 3.1 mostra que os resíduos representam as diferenças entre as medidas reais e os valores estimados para as quantidades medidas. Estas diferenças podem ser vistas como os valores que o modelo de medição não pode explicar. Considerando-se que:

- A topologia da rede é conhecida perfeitamente, e
- Os parâmetros da rede são conhecidos,

então \mathbf{r} pode ser considerado como uma estimativa para o vetor dos erros de medição.

Quando se formula o modelo de medição, fazem-se certas suposições a respeito de suas médias e variâncias. Na ausência de erros grosseiros, os resíduos, ou certas funções dos resíduos, tenderão a confirmar estas suposições. Por outro lado, se os resíduos violarem tais suposições, pode-se inferir que medidas com erros grosseiros foram processadas. Além disso, o exame individual dos resíduos deve possibilitar a identificação da medida espúria.

Para que se possa utilizar os métodos de detecção e identificação de erros grosseiros a serem apresentados, é necessário que se empregue os valores dos resíduos e da matriz Jacobiana da última iteração antes da convergência. Isto pode ser compreendido considerando-se inicialmente o modelo de medição

$$\mathbf{z} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\eta}$$

$$E(\boldsymbol{\eta}) = \mathbf{0} \quad E(\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\eta}^T) = \mathbf{R}$$

Expandindo-se $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ em série de Taylor até o termo de primeira ordem, em torno do ponto \mathbf{x}_k e ao longo da direção $\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_k$, obtém-se

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}_k + \Delta\mathbf{x}) = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_k} \times \Delta\mathbf{x} \quad (3.2)$$

A substituição da recorrência 3.2 na equação do modelo de medição resulta em

$$\Delta\mathbf{z} = \mathbf{H}(\mathbf{x}_k) \times \Delta\mathbf{x} + \boldsymbol{\eta} \quad (3.3)$$

$$E(\boldsymbol{\eta}) = \mathbf{0} \quad E(\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\eta}^T) = \mathbf{R}$$

onde,

$$\Delta \mathbf{z} = \mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}_k)$$

e a matriz jacobiana (de primeira derivada) é

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}_k) = \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_k}$$

A última equação representa o modelo de medição linearizado. Supondo que \mathbf{x}_k está próximo a solução, isto é, que $\Delta \mathbf{x}$ é pequeno, pode-se afirmar que a equação 3.3 é uma aproximação bastante razoável do modelo de medição não-linear.

Em termos do modelo de medição linearizado, a função de custo minimizada via Método dos Mínimos Quadrados é dada por

$$J(\Delta \hat{\mathbf{x}}) = [\Delta \mathbf{z} - \mathbf{F} \Delta \hat{\mathbf{x}}]^T \times \mathbf{R}^{-1} \times [\Delta \mathbf{z} - \mathbf{F} \Delta \hat{\mathbf{x}}] \quad (3.4)$$

Esta equação mostra que $J(\hat{\mathbf{x}})$ é a soma ponderada do quadrado dos resíduos correspondente ao modelo de medição linearizado.

3.2. Detecção de Erros Grosseiros

Para estabelecer o procedimento para a detecção de erros grosseiros, além das considerações feitas com relação ao modelo de medição suponha também que o vetor de covariância dos erros de medição possui distribuição normal, com média zero e matriz de covariância igual a \mathbf{R} .

Tendo caracterizado completamente o vetor dos erros de medição na ausência de erros grosseiros, é possível desenvolver um procedimento para a detecção de medidas espúrias baseado no valor dos resíduos de medição. O candidato natural a um processo deste tipo seria um teste individual no valor dos resíduos de forma a verificar se algum deles viola as suposições feitas em relação ao modelo de medição. Esta técnica, entretanto, requer a utilização da matriz de covariância dos resíduos, cuja determinação é computacionalmente dispendiosa. Considerando o fato de que o processo de detecção é executado “on line” após cada estimação de estados, conclui-se que o exame individual dos resíduos não seria uma técnica computacionalmente eficiente para a simples detecção de medidas portadoras de erros grosseiros. Ainda assim, se a presença destas medidas é detectada, uma possível metodologia de identificação dos erros grosseiros é baseada na matriz de covariância, como será posteriormente mostrado.

As dificuldades computacionais associadas a análise individual dos resíduos de medição conduzem a busca de um teste baseado numa função observável dos resíduos, cujo comportamento na presença e na ausência de erros grosseiros seja claramente distinto. A soma ponderada do quadrado dos resíduos $J(\hat{\mathbf{x}})$, representada pela equação 3.4 é uma função que satisfaz esta condição. Isto é, se existem medidas espúrias no conjunto de medidas $J(\hat{\mathbf{x}})$ tende a assumir valores maiores do que quando tais medidas estão ausentes. Além disso, o cálculo da soma ponderada do quadrado dos resíduos é viável mesmo para aplicações “on line”.

Assim, tomando como base o valor de $J(\hat{\mathbf{x}})$ é possível concluir sobre a presença de erros grosseiros. Desde que, tanto os resíduos como a soma ponderada do quadrado dos resíduos são variáveis aleatórias é razoável desenvolver um tipo de teste de detecção baseado nas propriedades estatísticas dessas variáveis. O fundamento analítico do processo de detecção de erros grosseiros compreende o Teste Estatístico de Hipóteses descrito a seguir.

3.2.1. Teste de Hipóteses

Para estabelecer um procedimento de detecção baseado em testes estatísticos, considere as seguintes definições:

- Hipótese Estatística: conjectura a cerca da distribuição de uma ou mais variáveis aleatórias;
- Hipótese Básica (“Null hypothesis”), H_0 : hipótese principal;
- Hipótese Alternativa, H_1 : complemento da hipótese básica H_0 , isto é, quando H_0 é falsa, H_1 é verdadeira, e vice-versa;
- Teste de Hipótese: procedimento para decidir se a hipótese H_0 deve ser aceita ou rejeitada.

A teoria do Teste de Hipóteses define dois tipos de erros:

- Erro do tipo I : rejeição da hipótese básica H_0 quando ela é verdadeira;
- Erro do tipo II: aceitação da hipótese básica H_0 quando ela é falsa.

A Probabilidade de Falso Alarme, α : probabilidade de que ocorra um erro do tipo I (α = nível de significância). De forma semelhante, β é definida como a probabilidade de que ocorra um erro do tipo II.

A quantidade $1 - \beta$ representa a probabilidade que a hipótese básica H_0 seja rejeitada quando ela é falsa. Esta quantidade é chamada “função potência do teste”.

No teste de hipóteses a preocupação principal é se fazer tanto a probabilidade de falso alarme α quanto a função de potência do teste β tão pequenas quanto possível. O procedimento usual é se fixar α em um valor baixo (entre 0.01 e 0.1, por exemplo) e então achar um teste que maximize a função de potência ($1 - \beta$) uniformemente sobre todas as hipóteses alternativas (testes uniformemente mais poderosos).

O procedimento prático para a aplicação do teste de hipóteses consiste em achar uma função observável das variáveis aleatórias em estudo, que se comporte diferentemente sob as condições das duas hipóteses. Esta diferença em comportamento é usada para se projetar o teste.

Por exemplo, suponha que S é a estatística que tende a assumir valores menores quando a hipótese básica H_0 é verdadeira do que quando H_0 é falsa. Então, a probabilidade de falso alarme pode ser fixada em um valor pequeno α_0 . A partir de α_0 e da função densidade de probabilidade das variáveis em estudo é possível se definir um limiar K , tal que o teste será rejeitado se $S > K$ e aceito em caso contrário. Diz-se então que os resultados do teste estão a um nível de significância de $(100 \times \alpha_0) \%$.

3.2.2. Detecção de Erros Grosseiros - Base Estatística

A aplicação do teste de hipóteses descrito na seção anterior é realizada fazendo-se as seguintes suposições:

- O vetor dos erros de medição $\boldsymbol{\eta}$ é distribuído como $N(0, R)$, isto é, possui distribuição normal com média zero e matriz de covariância \mathbf{R} ;

- A estrutura e os parâmetros da rede são conhecidos;
- O modelo de medição é linearizado num ponto próximo a solução.

Então, sob estas condições, $J(\hat{\mathbf{x}})$ tem a distribuição do qui-quadrado (denotada por χ^2) com $m - n$ graus de liberdade, onde m e n são, conforme definido anteriormente, o número de quantidades medidas ao longo do sistema de potência e o número de estados, respectivamente. Por outro lado, na presença de erros grosseiros $J(\hat{\mathbf{x}})$ não apresenta a distribuição do χ^2 -quadrado.

Assim, pode-se usar o seguinte teste de hipóteses:

- Hipótese básica H_0 : a soma ponderada do quadrado dos resíduos $J(\hat{\mathbf{x}})$ possui a distribuição do χ^2 ;
- Hipótese complementar H_1 : a hipótese básica é falsa.

Seja α_0 o valor fixo da probabilidade de falso alarme (tipicamente entre 0,01 e 0,1). Da definição de probabilidade de falso alarme, é possível determinar um nível K , no qual é baseado o processo de detecção do erro grosseiro, tal que

$$P(J(\hat{\mathbf{x}}) > K \mid J(\hat{\mathbf{x}}) \text{ é } \chi^2) = \alpha_0$$

onde $P(a > b|c)$ representa a probabilidade de que a seja maior do que b supondo que c é verdadeiro.

O nível K pode ser especificado como

$$K = \chi_{m-n}^2; \alpha_0$$

onde $\chi_{m-n}^2; \alpha_0$ denota o percentil $(1 - \alpha_0)$ da distribuição do χ^2 -quadrado com $(m - n)$ graus de liberdade.

Portanto, o teste de detecção de erros grosseiros baseado na soma ponderada do quadrado dos resíduos consiste em comparar o valor de $J(\hat{\mathbf{x}})$ com o valor K , obtido da distribuição cumulativa do χ^2 com $(m - n)$ graus de liberdade e com probabilidade de falso alarme igual a α_0 . Se $J(\hat{\mathbf{x}}) > K$, então há evidência de que existem medidas portadoras de erros grosseiros no conjunto de medidas.

Os percentís da distribuição do χ^2 com n graus de liberdade encontram-se tabelados na Tabela 3.1.

Observação: Quando o número de graus de liberdade se torna elevado (na prática, maior do que 30), o que ocorre frequentemente no caso da Estimção de Estado em Sistemas de Potência, a distribuição do χ^2 tende a se comportar como uma distribuição Gaussiana com média $(m - n)$ e variância $2(m - n)$. Neste caso, a quantidade

$$\frac{J(\hat{\mathbf{x}}) - (m - n)}{\sqrt{2 \times (m - n)}}$$

tem distribuição normal e pode substituir a distribuição do χ^2 na especificação do nível K . Em termos analíticos K é expresso como

$$\Phi \left(\frac{K - (m - n)}{\sqrt{2 \times (m - n)}} \right) = 1 - \alpha_0 \quad (3.5)$$

onde $\Phi(\cdot)$ é a distribuição normal cumulativa padrão.

Table 3.1: Valores Percentis para a Distribuição Qui-Quadrada

n	$\chi^2_{.995}$	$\chi^2_{.990}$	$\chi^2_{.975}$	$\chi^2_{.950}$	$\chi^2_{.900}$	$\chi^2_{.750}$	$\chi^2_{.500}$	$\chi^2_{.250}$	$\chi^2_{.100}$	$\chi^2_{.050}$
1	7,88	6,63	5,02	3,84	2,71	1,32	0,455	0,102	0,0158	0,0039
2	10,6	9,21	7,38	5,99	4,61	2,77	1,39	0,575	0,211	0,103
3	12,8	11,3	9,35	7,81	6,25	4,11	2,37	1,21	0,584	0,352
4	14,9	13,3	11,1	9,49	7,78	5,39	3,36	1,92	1,06	0,711
5	16,7	15,1	12,8	11,1	9,24	6,63	4,35	2,67	1,61	1,15
6	18,5	16,8	14,4	12,6	10,6	7,84	5,35	3,45	2,20	1,64
7	20,3	18,5	16,0	14,1	12,0	9,04	6,35	4,25	2,83	2,17
8	22,0	20,1	17,5	15,5	13,4	10,2	7,34	5,07	3,49	2,73
9	23,6	21,7	19,0	16,9	14,7	11,4	8,34	5,90	4,17	3,33
10	25,2	23,2	20,5	18,3	16,0	12,5	9,34	6,74	4,87	3,94
11	26,8	24,7	21,9	19,7	17,3	13,7	10,3	7,58	5,58	4,57
12	28,3	26,2	23,3	21,0	18,5	14,8	11,3	8,44	6,30	5,23
13	29,8	27,7	24,7	22,4	19,8	16,0	12,3	9,30	7,04	5,89
14	31,3	29,1	26,1	23,7	21,1	17,1	13,3	10,2	7,79	6,57
15	32,8	30,6	27,5	25,0	22,3	18,2	14,3	11,0	8,55	7,26
16	34,3	32,0	28,8	26,3	23,5	19,4	15,3	11,9	9,31	7,96
17	35,7	33,4	30,2	27,6	24,8	20,5	16,3	12,8	10,1	8,67
18	37,2	34,8	31,5	28,9	26,0	21,6	17,3	13,7	10,9	9,39
19	38,6	36,2	32,9	30,1	27,2	22,7	18,3	14,6	11,7	10,1
20	40,0	37,6	34,2	31,4	28,4	23,8	19,3	15,5	12,4	10,9
21	41,4	38,9	35,5	32,7	29,6	24,9	20,3	16,3	13,2	11,6
22	42,8	40,3	36,8	33,9	30,9	26,0	21,3	17,2	14,0	12,3
23	44,2	41,6	38,1	35,2	32,0	27,1	22,3	18,1	14,8	13,1
24	45,6	43,0	39,4	36,4	33,2	28,2	23,3	19,0	15,7	13,8
25	46,9	44,3	40,6	37,7	34,4	29,3	24,3	19,9	16,5	14,6
26	48,3	45,6	41,9	38,9	35,6	30,4	25,3	20,8	17,3	15,4
27	49,6	47,0	43,2	40,1	36,7	31,5	26,3	21,7	18,1	16,2
28	51,0	48,3	44,5	41,3	37,9	32,6	27,3	22,7	18,9	16,9
29	52,3	49,6	45,7	42,6	39,1	33,7	28,3	23,6	19,8	17,7
30	53,7	50,9	47,0	43,8	40,3	34,8	29,3	24,5	20,6	18,5
40	66,8	63,7	59,3	55,8	51,8	45,6	39,3	33,7	29,1	26,5
50	79,5	76,2	71,4	67,5	63,2	56,3	49,3	42,9	37,7	34,8
60	92,0	88,4	83,3	79,1	74,4	67,0	59,3	52,3	46,5	43,2
70	104,2	100,4	95,0	90,5	85,5	77,6	69,3	61,7	55,3	51,7
80	116,3	112,3	106,6	101,9	96,6	88,1	79,3	71,1	64,3	60,4
90	128,3	124,1	118,1	113,1	107,6	98,6	89,3	80,6	73,3	69,1
100	140,2	135,8	129,6	124,3	118,5	109,1	99,3	90,1	82,4	77,9

3.2.3. Algoritmo

O teste de detecção de medidas portadoras de erro grosseiro pode, portanto, ser resumido nos seguintes passos:

- Cálculo da soma ponderada do quadrado dos resíduos $J(\hat{\mathbf{x}})$ após cada estimativa do vetor de estados;
- Comparação do valor de $J(\hat{\mathbf{x}})$ com o valor K , obtido (a) da distribuição do χ^2 com $(m - n)$ graus de liberdade e probabilidade de falso alarme α_0 ou, se $(m - n) > 30$, através da equação 3.5;
- Se $J(\hat{\mathbf{x}}) > K$, conclui-se que há medidas espúrias no conjunto de medidas;
- Se $J(\hat{\mathbf{x}}) \leq K$, conclui-se que as quantidades medidas não estão contaminadas com erros grosseiros.

3.3. Identificação de Erros Grosseiros

3.3.1. Método do Máximo Resíduo Normalizado

As técnicas mais largamente utilizadas para identificação de erros grosseiros (EGs) na EESP empregam os chamados resíduos normalizados. O vetor de resíduos normalizados é definido como:

$$\mathbf{r}_N = \mathbf{D}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{r} \quad (3.6)$$

onde D é uma matriz diagonal cujos elementos são as variâncias resíduos, dadas por

$$d_{ii} = (\mathbf{S}\mathbf{R})_{ii} \quad (3.7)$$

e a matriz \mathbf{S} é a matriz de sensibilidade dos resíduos, dada por [?]:

$$\mathbf{S} = \mathbf{I} - \mathbf{H}[\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}]^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \quad (3.8)$$

Os resíduos normalizados gozam de certas propriedades que tornam o seu uso desejável para a identificação de erros grosseiros. Quando, no entanto, as estimativas para os estados forem calculadas tendo por base o método da matriz aumentada apresentado na Seção ??, os fatores triangulares da matriz $[\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}]$ não estão disponíveis. Torna-se assim impraticável o cálculo de \mathbf{r}_N . Em contrapartida, os resíduos ponderados de estimação são diretamente obtidos como sub-produto do método, ao se resolver a Eq. ??.

É possível, portanto, optar-se pela utilização dos resíduos ponderados nas técnicas de processamento de erros grosseiros associados ao Método da Matriz Aumentada. Para uma breve análise da perda de sensibilidade no teste de identificação decorrente do uso de \mathbf{r}_N , pode-se escrever, a partir das Eqs. ?? e 3.6:

$$r_{wi} = \sqrt{s_{ii}} \times r_{Ni} \quad (3.9)$$

onde s_{ii} é o i - ésimo elemento diagonal da matriz \mathbf{S} definida pela Eq. 3.8. Pode-se mostrar que $0 < s_{ii} < 1$, sendo que $s_{ii} = 0$ quando $m = n$ e $s_{ii} \rightarrow 1$ quando $m \gg n$ [?]. Portanto, $r_{wi} < r_{Ni}$ e $r_{wi} \rightarrow r_{Ni}$ quando a redundância do sistema de medição é elevada. Conseqüentemente, para um mesmo limiar, um teste de identificação baseado em r_{wi}

tende a ser menos sensível que o teste \mathbf{r}_N para valores intermediários de redundância. Para valores altos valores de redundância, porém, os comportamentos dos testes se aproximam.

Com base no resultado do teste de detecção de medidas espúrias, duas alternativas podem ser tomadas. Se o teste indicar a não existência dessas medidas, o processo de estimação é encerrado. Caso contrário, as medidas portadoras de erro grosseiro devem ser localizadas, o que requer o exame individual dos resíduos da estimação. Se apenas uma única medida está contaminada com erro grosseiro, uma possível estratégia de identificação poderia ser determinar o máximo resíduo, com a expectativa de que este correspondesse a medida espúria. Entretanto, isto não é necessariamente verdade, devido aos seguintes fatos:

- Medidores de diferentes tipos de quantidades possuem diferentes precisões, tal que as variâncias das quantidades medidas podem ser significativamente afetadas;
- Em geral, os resíduos são correlacionados entre si, tal que o efeito de um erro grosseiro associado a uma medida pode se espalhar sobre os resíduos de outras quantidades.

Para compreender melhor este último argumento, considere o modelo de medição linearizado representado pela equação 3.3. Utilizando a equação normal, o vetor dos resíduos de medição é dado por

$$\mathbf{r} = \Delta \mathbf{z} - \Delta \hat{\mathbf{z}}$$

ou

$$\mathbf{r} = \Delta \mathbf{z} - \mathbf{H} \times \Delta \hat{\mathbf{x}}$$

e, tomando $\Delta \hat{\mathbf{x}}$ fornecido pela solução da equação normal,

$$\mathbf{r} = [\mathbf{I} - \mathbf{H} \times (\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} \times \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1}] \times \Delta \mathbf{z} \quad (3.10)$$

Definindo-se a matriz

$$\mathbf{W} = \mathbf{R} - \mathbf{F} \times \mathbf{C}_x \times \mathbf{H}^T \quad (3.11)$$

onde \mathbf{C}_x , a *matriz de covariância dos erros de estimação*, é dada por

$$\mathbf{C}_x = (\mathbf{H}^T \times \mathbf{R}^{-1} \times \mathbf{H})^{-1} \quad (3.12)$$

o vetor dos resíduos de estimação pode então ser expresso como

$$\mathbf{r} = (\mathbf{W} \times \mathbf{R}^{-1}) \times \Delta \mathbf{z} = \mathbf{S} \times \Delta \mathbf{z} \quad (3.13)$$

onde a *matriz de sensibilidade dos resíduos*

$$\mathbf{S} = \mathbf{W} \times \mathbf{R}^{-1} \quad (3.14)$$

de dimensões $(m \times m)$, é idempotente e singular (*posto* $(\mathbf{S}) = m - n$). A i -ésima coluna desta matriz mostra como o efeito de uma medida portadora de erro grosseiro se espalha entre outras medidas.

Da equação 3.13, a matriz de covariância dos resíduos de estimação é dada por:

$$\mathbf{C}_r = E(\mathbf{r}\mathbf{r}^T) = E[(\mathbf{S}\Delta \mathbf{z})(\mathbf{S}\Delta \mathbf{z})^T] = \mathbf{S} \times E[(\Delta \hat{\mathbf{z}})(\Delta \hat{\mathbf{z}})^T] \times \mathbf{S}^T = \mathbf{S} \mathbf{R} \mathbf{S}^T = \mathbf{W} \quad (3.15)$$

A última passagem da equação 3.15 pode ser facilmente verificada usando-se as equações 3.14, 3.11 e 3.12.

Portanto, o espalhamento do efeito dos erros grosseiros sobre os resíduos de estimação pode ser investigado observando-se a coluna da matriz de sensibilidade dos resíduos correspondente a medida espúria. Uma característica desejável na matriz \mathbf{S} é que os elementos diagonais sejam significativamente maiores do que os elementos fora da diagonal. Isto resulta em que os efeitos das medidas portadoras de erro grosseiro se reflitam predominantemente no resíduo correspondente. É possível provar, que se houver redundância suficiente entre as quantidades medidas os termos diagonais da matriz S serão dominantes, isto é

$$s_{ii} \gg s_{i,j} \quad \text{para } i \neq j$$

o que propiciará uma melhor identificação das eventuais medidas espúrias. Todavia, desde que geralmente as covariâncias dos resíduos são diferentes, deve-se particularizar o conceito de redundância para refletir a condição individual das barras componentes do sistema. Define-se *redundância local* de uma barra considerando-se apenas as variáveis de estado e as medidas relacionadas a barra em questão e as barras que compõem a sua vizinhança de segunda ordem. Resultados práticos da Estimação de Estados em Sistemas de Potência tem indicado que a redundância local é um fator decisivo no processo de identificação dos erros grosseiros.

Outro fato que deve ser levado em consideração no procedimento de identificação de medidas espúrias é que diferentes tipos de medidores possuem, em geral, variâncias distintas, tal que um valor de resíduo discrepante para uma medida pode ser perfeitamente aceitável para outra medida. É necessário, portanto, normalizar os resíduos de estimação de forma a permitir uma comparação dos mesmos sob uma mesma base. Desde que os erros de medição são supostos ter distribuição normal com média zero e matriz de covariância \mathbf{R} , pode-se inferir, com o auxílio da equações 3.10 e 3.15, que os resíduos de estimação também possuem uma distribuição normal com média zero, porém com matriz de covariância igual a \mathbf{W} .

Uma forma conveniente e razoável de comparar os resíduos de estimação consiste em observar os valores destas quantidades, normalizados com relação aos desvios padrões correspondentes. Os desvios padrões dos resíduos são iguais a raiz quadrada dos termos diagonais da matriz \mathbf{W} . Se a existência de medidas espúrias for detectada, a medida correspondente ao máximo resíduo normalizado é muito provavelmente aquela portadora de erro grosseiro.

3.3.2. Observações

- Uma das dificuldades inerentes ao processo de identificação de erros grosseiros baseado na busca do máximo resíduo normalizado é o esforço computacional requerido no cálculo da variância dos resíduos. Apesar de que apenas os elementos diagonais da matriz \mathbf{W} são necessários, é indispensável que se execute a inversão explícita de uma matriz, conforme mostrado na equação 3.12. Vários métodos tem sido propostos na literatura para reduzir o número de operações requeridas, dentre os quais um dos mais utilizados é o “algoritmo para a determinação da matriz esparsa-inversa” [?], no qual apenas os elementos da matriz de covariância dos erros de estimação \mathbf{C}_x que correspondem aos não-zeros de $(\mathbf{H}\mathbf{F}^T)$ precisam ser calculados;

- Além da dificuldade descrita no item anterior, a matriz $(\mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})$ tem acentuada tendência a problemas de condicionamento numérico, o que pode resultar em valores negativos para as variâncias e, portanto, em uma impossibilidade teórica.
- No caso de erros grosseiros múltiplos não-iterativos, o procedimento de identificação descrito anteriormente deve ser estendido para incluir a condição na qual as covariâncias entre quaisquer dois pares de resíduos correspondentes a medidas espúrias tem valores baixos em relação as respectivas variâncias. Essa extensão consiste ordenar, após cada estimação em que o teste de detecção indicar a presença de medidas espúrias, os resíduos normalizados em ordem decrescente de magnitude e eliminar a medida correspondente ao máximo resíduo normalizado.

3.4. Recuperação de Medidas Portadoras de Erro Grosseiro

A recuperação de medidas portadoras de erros grosseiros em Estimação de Estados em Sistemas de Potência (EESP) consiste fundamentalmente em se estimar a amplitude do erro grosseiro, e assim gerar uma pseudomedida que se aproxime do valor correto da quantidade medida.

Nesta seção, apresenta-se o desenvolvimento teórico de uma técnica de recuperação [?] e sua associação com o método de solução baseado na equação normal. Mostra-se como podem ser vantajosamente exploradas as características do estimador clássico, de forma a permitir que todas as etapas do tratamento - detecção, identificação e recuperação - da medida incorreta sejam executadas após o processo iterativo que fornece as estimativas.

3.4.1. Base Teórica

Considere a existência de apenas uma medida com erro grosseiro num conjunto de medidas. Tal medida pode ser expressa como

$$z_k^e = z_k + \beta \quad (3.16)$$

onde z_k^e é o valor da medida espúria; z_k é o valor da medida sem erro grosseiro; e β representa a amplitude do erro grosseiro.

O vetor correspondente ao modelo linearizado de medidas portadoras e não portadoras de erro grosseiro, mostrado nas seções anteriores, numa dada iteração, é escrito como

$$\Delta \mathbf{z}^e = \Delta \mathbf{z} + \beta \mathbf{e}_k \quad (3.17)$$

onde \mathbf{e}_k é um vetor $m \times 1$, com todos os elementos nulos exceto o k -ésimo elemento, que é unitário. Os vetores $\Delta \mathbf{z}^e$ e $\Delta \mathbf{z}$ são calculados com auxílio do vetor de estados estimado na iteração corrente, o qual está sob efeito da presença do erro grosseiro.

Substituindo a equação 3.17 na equação 3.13, o vetor dos resíduos é expresso como

$$\mathbf{r}^e = \mathbf{S} \times \Delta \mathbf{z} + \beta \mathbf{s}_k$$

onde \mathbf{s}_k é a k -ésima coluna da matriz de sensibilidade dos resíduos \mathbf{S} .

A recuperação da medida espúria consiste em se estimar a amplitude do erro grosseiro β e gerar uma pseudo-medida subtraindo este valor da medida incorreta. É possível determinar β através da estratégia mostrada a seguir.

Seja $\hat{\beta}$ a estimativa para amplitude do erro grosseiro que minimiza a função objetivo

$$J(\beta) = (\mathbf{r}^e - \beta \mathbf{s}_k)^T \times \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{r}^e - \beta \mathbf{s}_k)$$

Da condição necessária para mínimo da função $J(\beta)$, isto é

$$\frac{\partial J(\beta)}{\partial \beta} = 0$$

resulta

$$(\mathbf{s}_k^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}_k) \hat{\beta} = \mathbf{s}_k^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}^e$$

de tal forma que

$$\hat{\beta} = \frac{\mathbf{s}_k^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}^e}{(\mathbf{s}_k^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}_k)} \quad (3.18)$$

A análise da equação 3.18 mostra que o denominador do segundo termo pode ser escrito como

$$(\mathbf{s}_k^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}_k) = [\mathbf{S}^T \times \mathbf{R}^{-1} \times \mathbf{S}]_{kk} \quad (3.19)$$

O produto matricial $[\mathbf{S}^T \times \mathbf{R}^{-1} \times \mathbf{S}]$ expresso em termos da equação 3.13 fornece

$$\mathbf{S}^T \times \mathbf{R}^{-1} \times \mathbf{S} = (\mathbf{W} \times \mathbf{R}^{-1})^T \times \mathbf{R}^{-1} \times (\mathbf{W} \times \mathbf{R}^{-1}) = \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{W} \times \mathbf{R}^{-1} \times \mathbf{W}) \times \mathbf{R}^{-1} \quad (3.20)$$

Desde que a matriz $\mathbf{R}^{-1} \times \mathbf{W}$ é idempotente,

$$\mathbf{W} \times \mathbf{R}^{-1} \times \mathbf{W} = \mathbf{W}$$

e a equação 3.20 é reescrita como

$$\mathbf{S}^T \times \mathbf{R}^{-1} \times \mathbf{S} = \mathbf{R}^{-1} \times \mathbf{W} \times \mathbf{R}^{-1} \quad (3.21)$$

Substituindo-se a equação 3.21 na equação 3.19, obtém-se

$$(\mathbf{s}_k^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}_k) = [\mathbf{R}^{-1} \times \mathbf{W} \times \mathbf{R}^{-1}]_{kk} = \sigma^{-2} \times W_{kk} \quad (3.22)$$

Com base na definição de \mathbf{s}_k e utilizando as equações 3.13 e 3.21, o numerador da equação 3.18 pode ser expresso como

$$\mathbf{s}_k^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}^e = \sigma^{-2} \times r_k^e \quad (3.23)$$

A substituição das equações 3.22 e 3.23 na equação 3.18 fornece

$$\hat{\beta} = \frac{\sigma^2}{W_{kk}} \times r_k^e \quad (3.24)$$

A equação 3.24 permite o cálculo da amplitude do erro grosseiro em função das covariâncias do erro de medição (σ_k) e do resíduo de estimação (W_{kk}), e do resíduo associado a medida k . A medida recuperada é determinada com o auxílio das equações 3.16 e 3.24 e expressa como

$$z_k^{rec} = z_k^e - \frac{\sigma^2}{W_{kk}} \times r_k^e \quad (3.25)$$

ou, em termos do resíduo normalizado,

$$z_k^{rec} = z_k^e - \frac{\sigma^2}{\sqrt{W_{kk}}} \times r_{Nk}^e \quad (3.26)$$

onde z_k^{rec} é o valor da medida recuperada.

3.4.2. Resíduo Associado à Medida Recuperada

Suponha que o procedimento mostrado na seção prévia é aplicado numa dada iteração para recuperar o k –ésimo elemento do vetor incremental das quantidades medidas $\Delta \mathbf{z}^e$, o qual corresponde a medida portadora de erro grosseiro. A aplicação da equação 3.25 resulta em

$$\Delta z_k^{rec} = \Delta z_k^e - \frac{\sigma^2}{W_{kk}} \times r_k^e \quad (3.27)$$

O vetor dos resíduos, após a recuperação da medida espúria, é dado por

$$\mathbf{r}^{rec} = \mathbf{S} \times \Delta \mathbf{z}^{rec} = \mathbf{W} \times \mathbf{R}^{-1} \times \Delta \mathbf{z}^{rec} \quad (3.28)$$

onde os elementos do vetor $\Delta \mathbf{z}^{rec}$ são os mesmos componentes do vetor $\Delta \mathbf{z}^e$ exceto pelo k –ésimo elemento, o qual é dado pela equação 3.27. Portanto, o k –ésimo resíduo pode ser escrito como

$$\mathbf{r}^{rec} = \sum_{i=1, i \neq k}^m W_{ki} \sigma_i^{-2} \Delta z_i^e + W_{kk} \sigma_k^{-2} \Delta z_k^{rec}$$

ou, usando a equação 3.27

$$\mathbf{r}^{rec} = \sum_{i=1}^m W_{ki} \sigma_i^{-2} \Delta z_i^e + r_k^e$$

Entretanto, a análise desta última equação permite observar que o termo correspondente a somatória é o próprio resíduo da k –ésima medida, calculado antes da recuperação. Esta equação pode então ser escrita como

$$\sum_{i=1}^m W_{ki} \sigma_i^{-2} \Delta z_i^e = r_k^e$$

e, portanto

$$\mathbf{r}^{rec} = 0 \quad (3.29)$$

Conclui-se, portanto, que a geração de uma pseudomedida pela subtração do erro grosseiro da medida espúria afeta a soma ponderada do quadrado dos resíduos no sentido de eliminar desta quantidade a contribuição da medida originalmente incorreta.

3.5. “Método $\hat{\mathbf{b}}$ ” para Processamento de Erros Grosseiros

3.5.1. Descrição do Método

O chamado “Método $\hat{\mathbf{b}}$ ” para detecção e identificação de erros grosseiros foi originalmente proposto como uma alternativa para o teste $J(\hat{\mathbf{x}})$ convencionalmente usado no estágio de detecção. O método baseia-se na consideração de que a variável $\hat{\beta}$ dada pela Eq. 3.24 pode ser interpretada como uma estimativa do erro associado à medida, isto é, de quanto a medida é discrepante das demais. Comparando-se a magnitude desta discrepância com um limiar $\lambda\sigma$, onde σ é o desvio-padrão da medida considerada e λ é um inteiro usualmente considerado igual a 4, é possível se concluir se o erro está ou não fora da faixa esperada de $\pm 3\sigma$.

Reconsidere a Eq. 3.24, re-escrevendo-a na forma:

$$\hat{\beta}_k = \frac{\sigma_k^2}{\sqrt{W_{kk}}} \times r_{Nk} \quad (3.30)$$

onde o índice k indica quantidades associadas à medida k . A magnitude do erro, expressa em números de desvios-padrão, é então dada por:

$$\hat{b}_k = \frac{|\hat{\beta}_k|}{\sigma_k} = \frac{\sigma_k}{\sqrt{W_{kk}}} \times |r_{Nk}| \quad (3.31)$$

A partir das considerações acima, é possível propor o seguinte algoritmo, que na realidade se presta tanto à detecção quanto à identificação de erros grosseiros.

3.5.2. Algoritmo

1. Estimar os estados e calcular os resíduos normalizados r_{Nk} para todas as medidas correntemente disponíveis ao estimador;
2. Seja i a medida com a maior magnitude de resíduo normalizado. Calcular \hat{b}_i , a partir da Eq. 3.26;
3. Se $\hat{b}_i \leq \lambda$, a medida k é considerada válida, concluindo-se em conseqüência que não há erro grosseiro entre as medias consideradas no passo 1. Se $\hat{b}_i > \lambda$, a medida i é considerada portadora de erro grosseiro. Prosseguir com a etapa 4.
4. Eliminar a medida i do plano de medição e retornar ao passo 1.

3.6. Exercícios

1. Seja o sistema de potência da Fig. (3.1). As leituras dos medidores são as seguintes (em p.u.):

$$P_1 = 2,97 \quad t_{2,12} = 1,65 \quad t_{2,21} = -1,72$$

$$P_2 = -2,94 \quad t_{1,21} = -1,9$$

As variâncias dos medidores próximos à barra 1 são iguais a 0,02 p.u., enquanto que as daqueles próximos à barra 2 são de 0,04 p.u..

1. 1. Use o método dos mínimos quadrados ponderados para estimar δ_2 e as quantidades medidas, tomando o ângulo da barra 1 como referência;
2. Use o teste $J(\hat{\mathbf{x}})$ com probabilidade de falso alarme de 10% para investigar a presença de erros grosseiros;

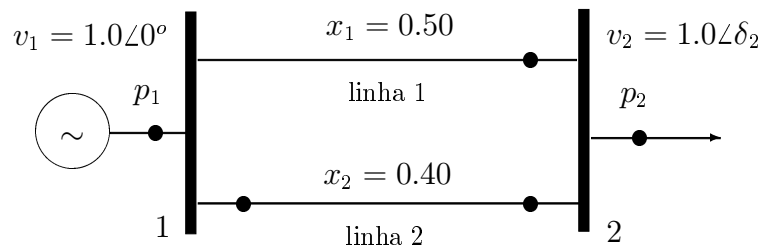


Figure 3.1: Sistema para Exercício 1.

Table 3.2: Tabela de dados para Exercício 3

Medida	v_1	v_2	t_{12}	t_{21}	u_{12}	u_{21}
valor de z_i	1.003	1.002	5.05	-5.02	2.06	1.31
r_i	-0.0075	0.022	-0.121	0.151	0.290	0.155
$w_{ii} \times 10^6$	5.00	4.80	695.	695.	465.	502.

3. Sabendo-se que os elementos diagonais da matriz de sensibilidade dos resíduos são dados por:

$$\text{diag}(\mathbf{S}) = \{0,952 \quad 0,850 \quad 0,925 \quad 0,515 \quad 0,757\}$$

onde a mesma ordenação das leituras dos medidores é utilizada, encontre o vetor de resíduos normalizados;

4. Se o teste no item (1.1) foi positivo:
1. Identifique a medida portadora de erro grosseiro;
 2. Recupere-a.
2. Para o Exercício 2 do Capítulo 2, aplique um teste $J(\hat{\mathbf{x}})$ com probabilidade de falso alarme de 5% para detectar a presença de erros grosseiros, e identifique as medidas errôneas se a detecção for positiva.
3. Após a estimação de estados para um sistema de duas barras e plano de medição composto por seis medidas, foram observados os valores constantes da Tabela 3.2. As variâncias das medidas são iguais a $(1/9) \times 10^{-4}$ para as medidas de tensão e $(1/9) \times 10^{-2}$ para as demais medidas.
1. Aplique o teste- $\hat{\mathbf{b}}$ para detectar e identificar uma possível medida portadora de erro grosseiro;
 2. Na hipótese de apenas uma medida ser grosseira, recupere-a.
4. Para o sistema do Exercício 3 do Capítulo 2:
1. Calcule $J(\hat{\theta})$ e faça o teste de detecção com probabilidade de falso alarme de 1%. Se houver erro grosseiro, identifique-o, usando o método dos resíduos ponderados;
 2. Aplique o teste- $\hat{\mathbf{b}}$ para confirmar o resultado apontado pela solução do item 1.1. Em caso de se concluir pela presença de erro grosseiro, identifique e recupere a medida contaminada pelo mesmo.
5. Mostre que a soma ponderada dos quadrados dos resíduos no método da equação normal pode ser expressa como:

$$J = \Delta \mathbf{z}^T \mathbf{R}^{-1} \Delta \mathbf{z} + \hat{\theta}^T \mathbf{G} \hat{\theta} - 2 \hat{\theta}^T \mathbf{b}$$

onde \mathbf{G} é a matriz ganho e $\mathbf{b} = \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \Delta \mathbf{z}$.