

EEL 7100 - Operação de Sistemas de Energia Elétrica

FLUXO DE POTÊNCIA

1 Introdução

- Fluxo de Potência: aplicativo mais utilizado no apoio à operação de SEPs;
- Método de Newton:
 - Boa convergência em problemas de fluxo de potência;
 - Facilita a aplicação de esparsidade \Rightarrow tempos de execução baixos;

- Fluxo de Potência Desacoplado Rápido:
 - Aplicável a redes elétricas com alta relação X/R ;
 - Não requer refatoração da matriz de coeficientes;
 - Maior número de iterações, porém menor tempo total de execução.

2 Matrizes de Rede

2.1 Matriz de Incidência Ramo-Barra (\mathbf{A})

- Relaciona as tensões nos ramos às tensões nodais:

$$\mathbf{V}_\ell = \mathbf{A} \mathbf{V}_{barra}$$

- Dimensão de \mathbf{A} : $n\ell \times N$, onde:

$n\ell$: número de ramos da rede elétrica;

N : número de barras da rede.

- $\mathbf{A} = [a_{ij}]$, tal que:

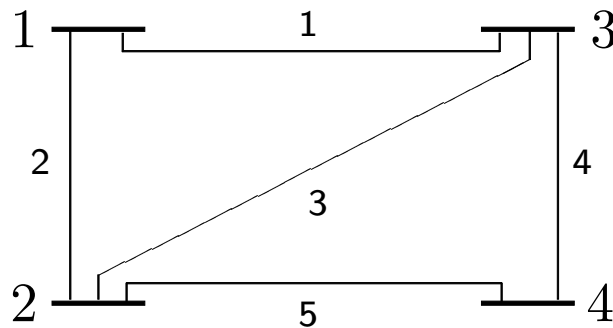
$$a_{ij} = \begin{cases} +1, & \text{se a barra } j \text{ é a barra inic. do ramo } i; \\ -1, & \text{se a barra } j \text{ é a barra final. do ramo } i; \\ 0, & \text{se o ramo } i \text{ não incidir na barra } j. \end{cases}$$

- Definição requer orientação dos ramos;

- Orientação dos ramos induzida pela forma como os dados de ramo são lidos nos programas aplicativos.
Tipicamente:

barra de origem do ramo, barra de destino do ramo, impedância série, susceptância shunt, etc.

- Exemplo:



$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

2.2 Matriz de Admitâncias Primitivas

- Matriz diagonal contendo as admitâncias que caracterizam cada ramo do grafo que modela a rede elétrica:

$$\mathbf{Y}_{prim} = \begin{bmatrix} y_{l_1} & & & \\ & y_{l_2} & & \\ & & \dots & \\ & & & y_{l_{nl}} \end{bmatrix}$$

- Elementos transversais (“shunt”), se existirem, devem ser considerados tanto em \mathbf{A} quanto em \mathbf{Y}_{prim} .

2.3 Matriz de Admitância das Barras

- Formulação nodal para a rede elétrica:

$$\mathbf{J}_{barra} = \mathbf{Y}_{barra} \mathbf{V}_{barra}$$

\mathbf{J}_{barra} : Vetor de injeções de correntes nas barras;
 \mathbf{Y}_{barra} : Matriz ($N \times N$) de impedância das barras;
 \mathbf{V}_{barra} : Vetor das tensões nodais.

- Mostra-se que:

$$\mathbf{Y}_{barra} = \mathbf{A}^T \mathbf{Y}_{prim} \mathbf{A}$$

- Cada ramo longitudinal $i - j$ da rede contribui para 4 posições em \mathbf{Y}_{barra} : (i, i) , (i, j) , (j, i) e (j, j) ;
- Um elemento transversal que conecta a barra i à terra contribui apenas para o elemento (i, i) de \mathbf{Y}_{barra} ;

- Mesmo se as impedâncias transversais forem desprezadas, os elementos diagonais de \mathbf{Y}_{barra} são não-nulos (supondo que todas as barras têm pelo menos um ramo longitudinal incidente);
- Um elemento fora da diagonal Y_{ij} será não-nulo sse as barras i e j estão conectadas por um ramo da rede;
- Em sistemas de potência reais, a grande maioria dos elementos de \mathbf{Y}_{barra} é igual a zero, ou seja, \mathbf{Y}_{barra} é esparsa.
- Na prática, não se calcula \mathbf{Y}_{barra} a partir de

$$\mathbf{Y}_{barra} = \mathbf{A}^T \mathbf{Y}_{prim} \mathbf{A}$$

e sim a partir de um algoritmo que faz uso das observações acima sobre a estrutura de \mathbf{Y}_{barra} .

2.4 Matriz de Impedância das Barras

- Relaciona as tensões nodais às injeções de corrente nas barras:

$$\mathbf{V}_{barra} = \mathbf{Z}_{barra} \mathbf{J}_{barra}$$

- Conclui-se portanto que:

$$\mathbf{Z}_{barra} = (\mathbf{Y}_{barra})^{-1}$$

- Diferentemente de \mathbf{Y}_{barra} , \mathbf{Z}_{barra} é uma matriz densa.

2.5 Algoritmo para montar \mathbf{Y}_{barra}

Dados:

- número de ramos, $n\ell$;
- Admitância série complexa do ramo ℓ , $y_{série}(\ell)$, $\ell = 1, n\ell$;
- Susceptância transversal total do ramo ℓ (complexa), $y_{shunt}(\ell)$, $\ell = 1, n\ell$;
- Lista de barras iniciais e finais dos ramos, $na(\ell)$ e $nb(\ell)$, $\ell = 1, n\ell$.

Algoritmo

$Y_{barras}(:, :) = 0$

para $\ell = 1 : n\ell$

$i = na(\ell)$

$j = nb(\ell)$

$Y_{barras}(i, i) = Y_{barras}(i, i) + y_{série}(\ell) + y_{shunt}(\ell)/2$

$Y_{barras}(j, j) = Y_{barras}(j, j) + y_{série}(\ell) + y_{shunt}(\ell)/2$

$Y_{barras}(i, j) = Y_{barras}(i, j) - y_{série}(\ell)$

$Y_{barras}(j, i) = Y_{barras}(j, i) - y_{série}(\ell)$

fim

3 Fluxo de Potência

- Potências ativa e reativa injetadas nas barras:

$$\begin{aligned} P_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}) + jQ_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}) &= \mathbf{V}_i \mathbf{I}_i^* \\ &= V_i \sum_{k=1}^N (Y_{barra})_{ik}^* V_k^* \end{aligned}$$

o que fornece:

$$P_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}) = V_i \sum_{k \in \Omega_i} (G_{ik} \cos \delta_{ik} + B_{ik} \sin \delta_{ik}) V_k$$

$$Q_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}) = V_i \sum_{k \in \Omega_i} (G_{ik} \sin \delta_{ik} - B_{ik} \cos \delta_{ik}) V_k$$

onde:

$$\begin{aligned} \delta_{ik} &\triangleq \delta_i - \delta_k \\ (Y_{barra})_{ik} &\triangleq G_{ik} + j B_{ik} \end{aligned}$$

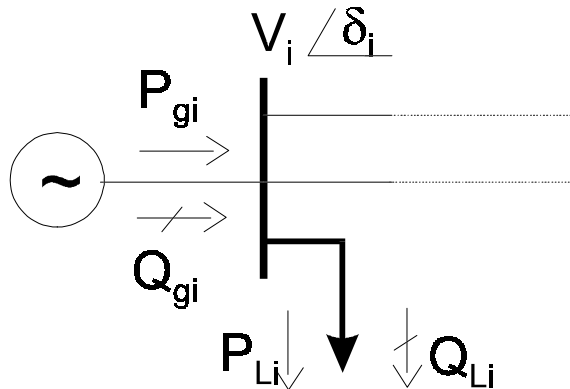
- Potências ativas e/ou reativas nas barras são especificadas;
- Objetivo do FP: calcular as tensões complexas nas barras para que os resíduos de potência nas barras

$$\Delta P_i = P_i^{espec} - P_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta})$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{Espec} - Q_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta})$$

sejam iguais a zero.

- Variáveis de barra:



Variáveis:

$$V_i, \delta_i, P_i = P_{gi} - P_{Li}, Q_i = Q_{gi} - Q_{Li}$$

- Portanto, temos:
 - 4 variáveis por barra e
 - 2 equações para cada barra.
- Duas das variáveis devem ser especificadas para que a solução do sistema seja determinada;
- Além disso, P_i não pode ser especificada em todas as barras, pois as perdas de transmissão são desconhecidas.
- Classificação das barras:
 - Barras PQ : P_i e Q_i são especificados;
 - Barras PV : P_i e V_i são especificados;
 - Barras $V\delta$, ou de folga: V_i e δ_i são especificados.

4 Método de Newton-Raphson

4.1 Sistema de Equações Não-Lineares

- Equações para as barras PQ :

$$\begin{aligned}\Delta P_i &= P_i^{espec} - P_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}) = 0 \\ \Delta Q_i &= Q_i^{espec} - Q_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}) = 0\end{aligned}$$

- Equações para as barras PV :

$$\Delta P_i = P_i^{espec} - P_i(\mathbf{V}, \boldsymbol{\delta}) = 0$$

- Nenhuma equação é necessária para a barra de folga.
- O método de Newton-Raphson é utilizado para resolver o sistema de equações acima.

4.2 Fundamentos do Método de N-R

- Caso escalar:

$$f(x) = 0$$

- Solução iterativa:

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x,$$

$$\Delta x = -f(x^k) / f'(x^k)$$

- Caso vetorial:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$$

- Solução iterativa:

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \Delta \mathbf{x},$$

$$\Delta \mathbf{x} = -\mathbf{F}^{-1}(\mathbf{x}^k) \mathbf{f}(\mathbf{x}^k)$$

onde $\mathbf{F}(\mathbf{x}^k) \triangleq \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right]$ é a matriz Jacobiana de $\mathbf{f}(\mathbf{x})$.

4.3 Aplicação ao Problema de Fluxo de Potência

- A aplicação do método de NR ao problema de Fluxo de Potência resulta no sistema:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ} \\ \Delta \mathbf{Q}_{PQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{J} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_{PV \text{ e } PQ} \\ (\Delta \mathbf{V}/\mathbf{V})_{PQ} \end{bmatrix}$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ}}{\partial \delta} & \mathbf{N} &= \mathbf{V} \times \frac{\partial \mathbf{P}_{PV \text{ e } PQ}}{\partial \mathbf{V}} \\ \mathbf{J} &= \frac{\partial \mathbf{Q}_{PQ}}{\partial \delta} & \mathbf{L} &= \mathbf{V} \times \frac{\partial \mathbf{Q}_{PQ}}{\partial \mathbf{V}} \end{aligned}$$

4.4 Cálculo dos Elementos de **H**, **N**, **J** e **L**

$$\begin{aligned}
 H_{ii} &= \partial P_i / \partial \delta_i \\
 &= -V_i^2 B_{ii} - V_i \sum_{k \in \Omega_i} (G_{ik} \text{sen } \delta_{ik} - B_{ik} \text{cos } \delta_{ik}) V_k
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 H_{ik} &= \partial P_i / \partial \delta_k \\
 &= V_i (G_{ik} \text{sen } \delta_{ik} - B_{ik} \text{cos } \delta_{ik}) V_k
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{ii} &= \partial Q_i / \partial \delta_i \\
 &= -V_i^2 G_{ii} + V_i \sum_{k \in \Omega_i} (G_{ik} \text{cos } \delta_{ik} + B_{ik} \text{sen } \delta_{ik}) V_k
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 J_{ik} &= \partial Q_i / \partial \delta_k \\
 &= -V_i (G_{ik} \text{cos } \delta_{ik} + B_{ik} \text{sen } \delta_{ik}) V_k
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_{ii} &= V_i \times (\partial P_i / \partial V_i) \\
 &= P_i^{\text{calc}} + V_i^2 G_{ii}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_{ik} &= V_k \times (\partial P_i / \partial V_k) \\
 &= -J_{ik}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L_{ii} &= V_i \times (\partial Q_i / \partial V_i) \\
 &= Q_i^{\text{calc}} - V_i^2 B_{ii}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L_{ik} &= V_k \times (\partial Q_k / \partial V_j) \\
 &= H_{ik}
 \end{aligned}$$

5 Transformadores Reguladores

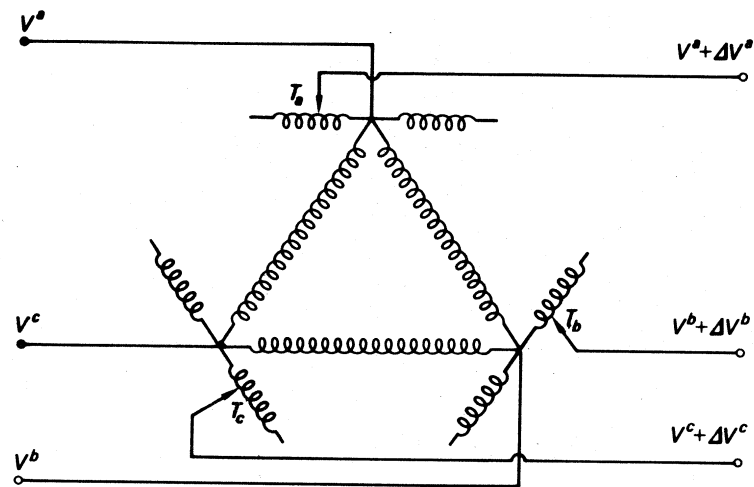
- Transformadores com “Tap” Variável:
 - Número de espiras variável em um dos lados do trafo;
 - Ajuste do fluxo de potência reativa;
 - Permite ajustar magnitude de tensão em um dos lados do trafo (máx. $\approx 10\%$).

- Transformadores Defasadores:
 - Altera ângulo das tensões de fase;
 - Ajuste de fluxo de potência ativa:

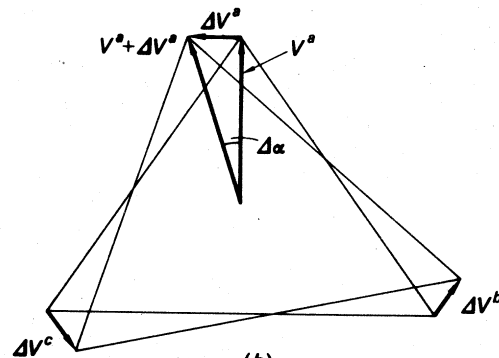
$$P_{ij} \approx \frac{V_i V_j}{x_{ij}} \text{sen}(\delta_i - \delta_j + \phi)$$

- Variações de $\pm 3^\circ$ nos ângulos das tensões de fase.

5.1 Trafo Defasador



(a)



(b)

Fig. 5.19 Transformador regulador para o controle da fase da tensão.