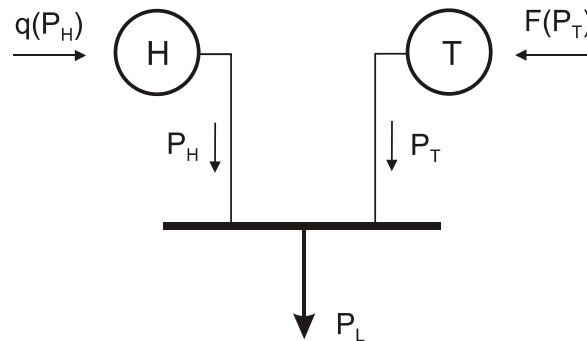


# Programação Hidrotérmica com Restrições de Energia Hidráulica

UTE e UHE equivs. alimentando carga:



- Vazão  $q$  em função de  $P_H$  é conhecida;
- Custo de prod. da térmica,  $F(P_T)$ , conhecido;
- Carga e pots. geradas variam com o tempo;
- Horizonte de duração  $T_{\max}$ , discretizado em  $j_{\max}$  intervalos de duração  $h_j$  horas.

$$\sum_{j=1}^{j_{\max}} h_j = T_{\max}$$

## Características do problema:

- Capacidade UHE  $>$  potência da carga:

$$\bar{P}_{H,j} \geq P_{L,j}, \quad j = 1, \dots, j_{\max}$$

- porém energia hidráulica  $<$  demanda no horizonte:

$$\sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{H,j} h_j \leq \sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{L,j} h_j$$

- Objetivo: usar toda a energia hidráulica disponível de modo a minimizar o custo térmico;
- Logo, a energia  $E$  a ser gerada pela térmica durante o horizonte de tempo é

$$E = \sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{L,j} h_j - \sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{H,j} h_j$$

- *Não se exige que a térmica funcione durante todo o horizonte de tempo  $T_{\max}$ .*

## Formulação do problema:

- Se  $N_T$  é o número de intervalos de operação da térmica, então

$$\sum_{j=1}^{N_T} P_{T,j} h_j = E$$

e

$$T_T \triangleq \sum_{j=1}^{N_T} h_j \leq T_{\max}$$

- Problema de coordenação hidrotérmica com restrição de energia:

$$\min F_T(\mathbf{P}_T) = \sum_{j=1}^{N_T} F(P_{T,j}) h_j$$

s.a.

$$E - \sum_{j=1}^{N_T} P_{T,j} h_j = 0$$

## Solução do problema (I):

- Função Lagrangeana:

$$\mathcal{L}(\mathbf{P}_T, \alpha) = \sum_{j=1}^{N_T} F(P_{T,j}) h_j + \alpha \left( E - \sum_{j=1}^{N_T} P_{T,j} h_j \right)$$

- Uma condição de otimalidade é:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{T,k}} = 0 \Rightarrow \frac{dF(P_{T,k})}{dP_{T,k}} = \alpha, \quad k = 1, 2, \dots, N_T$$

- $\alpha$  constante  $\Rightarrow$  *UTE deve operar a um custo incremental constante durante todo o horizonte de tempo;*
- $F(P_{T,k})$  é monotônica  $\Rightarrow$  *a potência gerada pela UTE deve ser constante ao longo de todo o seu intervalo de funcionamento.*

## Solução do problema (II):

Seja então  $P_T^*$  o valor ótimo constante da geração térmica:

$$P_{T,1} = P_{T,2} = \dots = P_{T,N_T} = P_T^*$$

Logo,

$$E = \sum_{j=1}^{N_T} P_{T,j} h_j = \sum_{j=1}^{N_T} P_T^* h_j = P_T^* T_T$$

e portanto

$$T_T = \frac{E}{P_T^*}$$

Além disso:

$$F_T(\mathbf{P}_T) = F(P_T^*) \sum_{j=1}^{N_T} h_j = F(P_T^*) T_T$$

### Solução do problema (III):

Se a função de custo de produção da térmica é considerada quadrática:

$$F(P_T^*) = A + B P_T^* + C (P_T^*)^2$$

a função-custo total no horizonte de tempo torna-se

$$F_T(\mathbf{P}_T) = \left[ A + B P_T^* + C (P_T^*)^2 \right] T_T$$

ou, usando a relação entre  $T_T$  e  $P_T^*$  :

$$F_T(\mathbf{P}_T) = \left[ \frac{A + B P_T^* + C (P_T^*)^2}{P_T^*} \right] E = \frac{A E}{P_T^*} + B E + C E P_T^*$$

Temos agora um prob. de otimização *irrestrito*:

$$\min_{P_T^*} F_T(\mathbf{P}_T) = \frac{A E}{P_T^*} + B E + C E P_T^*$$

## Solução do problema irrestrito:

$$\min_{P_T^*} F_T(\mathbf{P}_T) = \frac{A E}{P_T^*} + B E + C E P_T^*$$

$$\frac{dF_T}{dP_T^*} = -\frac{A E}{(P_T^*)^2} + C E = 0$$

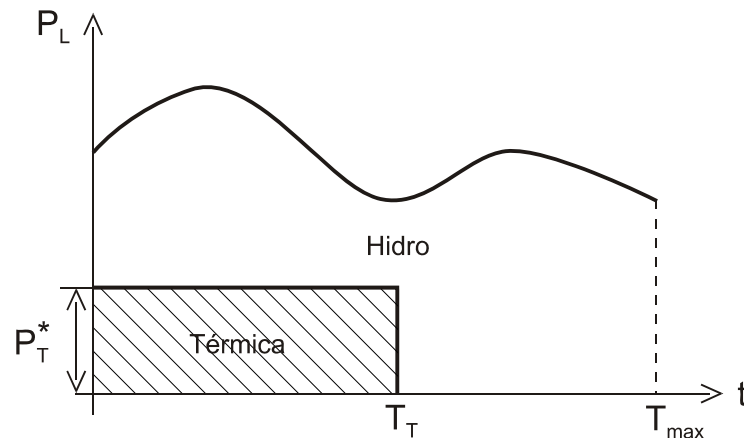
ou

$$P_T^* = \sqrt{\frac{A}{C}}$$

Conclusões:

- O despacho ótimo da térmica independe de  $E$  e corresponde ao ponto mais eficiente de operação da UTE;
- Solução ótima  $\Rightarrow$  térmica despachada com potência constante durante todo o seu período de funcionamento.

## Ilustração da Solução:



- Em princípio, a UTE pode iniciar sua operação a qualquer instante entre  $t = 0$  e  $t = T_{max} - T_T$ ;
- Entretanto, convém que a entrada em operação seja no início do horizonte, para prevenir alterações de previsão de demanda ou disponibilidade hidrelétrica;
- Alterações de previsão podem ser atendidas estendendo-se ou reduzindo-se  $T_T$ .



### Exemplo 1:

Uma UHE e uma UTE devem alimentar uma carga constante de 90 MW por uma semana (168 horas). As características das unidades são dadas abaixo:

<b>UHE:</b>	$q(P_H) = 300 + 15 P_H \text{ dam}^3/h, 0 \leq P_H \leq 100 \text{ MW}$
<b>UTE:</b>	$H(P_T) = 53,25 + 11,27 P_T + 0,0213 P_T^2 \text{ MBtu/h},$
	$12,5 \leq P_H \leq 50 \text{ MW}$

Supondo que a usina hidráulica é limitada a gerar 10000 MWh, por quanto tempo deve gerar a UTE e qual deve ser o seu despacho?

Solução:

A energia solicitada pela carga durante a semana é

$$90 \text{ MW} \times 168 \text{ h} = 15120 \text{ MWh}$$

Logo,

$$E = 15120 - 10000 = 5120 \text{ MWh}$$

A geração térmica ótima é

$$P_T^* = \sqrt{\frac{A}{C}} = \sqrt{\frac{53,25}{0,0213}} = 50 \text{ MW}$$

Portanto, o tempo de funcionamento da UTE é

$$T_T = \frac{E}{P_T^*} = \frac{5120}{50} = 102,4 \text{ h}$$

## Exemplo 2:

Considere agora que o limite de energia para a UHE do Exemplo 1 é expresso em termos do volume d'água pelo qual o reservatório da usina pode ser deplecionado durante a semana.

Supondo que o máximo deplecionamento admissível é de  $250000 \text{ dam}^3$  para a semana e que os demais dados do Exemplo 1 não sofrem alteração, por quanto tempo a térmica deveria funcionar?

## Solução:

Do Exemplo 1, sabe-se que a UTE deve gerar 50 MW. No período em que a térmica estiver em operação, a UHE deverá gerar os restantes 40 MW . A vazão neste caso será:

$$q_1 = 300 + 15 \times 40 = 900 \text{ dam}^3/h$$

e o deplecionamento correspondente será

$$V_1 = 900 \times T_T$$

Quando apenas a UHE estiver operando:

$$q_2 = 300 + 15 \times 90 = 1650 \text{ dam}^3/h$$

$$V_2 = 1650 \times (168 - T_T)$$

Para  $(V_1 + V_2)$  obedecer a meta de volume

$$V_1 + V_2 = 900 \times T_T + 1650 \times (168 - T_T) = 250000 \Rightarrow T_T = 36,27 \text{ h}$$