

Capítulo 1

Despacho Econômico Considerando as Perdas de Transmissão

1.1 Introdução

Até agora, os métodos de despacho econômico apresentados têm ignorado as perdas de transmissão. Entretanto, as perdas podem ter um efeito significativo no despacho ótimo, sobretudo porque geradores diferentes podem ter impactos bastante distintos sobre as perdas de transmissão, em função de sua localização na rede.

A Fig. 1.1 apresenta duas maneiras distintas de se considerar as perdas de transmissão em estudos de despacho econômico. A Fig. 1.1(a) ilustra a abordagem mais precisa, que consiste em se representar a rede elétrica em detalhes, bem como as variáveis nodais, na formulação do problema de otimização. Neste caso, as perdas, que correspondem à energia dissipada por efeito Joule nas resistências dos ramos da rede, são calculadas de maneira exata, como nos estudos de fluxo de potência. Esta abordagem será explorada em capítulo posterior.

Uma forma aproximada de se investigar o efeito das perdas consiste em se representá-las como uma função, usualmente quadrática, das potências geradas. Se tal função está disponível, então não há a necessidade de se representar explicitamente a rede nem as variáveis nodais, e o estudo pode ser conduzido tendo por base um modelo de barra única, ou seja, como uma extensão do despacho econômico clássico que ignora as perdas. Esta formulação é ilustrada na Fig. 1.1(b).

Para melhor ilustrar o efeito das perdas no despacho de unidades geradoras, utilizaremos o exemplo introdutório a seguir.

Exemplo 1 *Seja o sistema de duas barras da Fig. 1.2. Os geradores $G1$ e $G2$ tem limites e funções-custo iguais, isto é:*

$$\begin{aligned} F_1(P_1) &= F_2(P_2) = F(P) \\ \frac{P_1}{\bar{P}_1} &= \frac{P_2}{\bar{P}_2} = \frac{P}{\bar{P}} \end{aligned}$$

onde

$$F(P) = 400 + 7,0 P + 0,002 P^2 \text{ \$ / h, } \underline{P} = 70 \text{ MW, } \bar{P} = 400 \text{ MW}$$

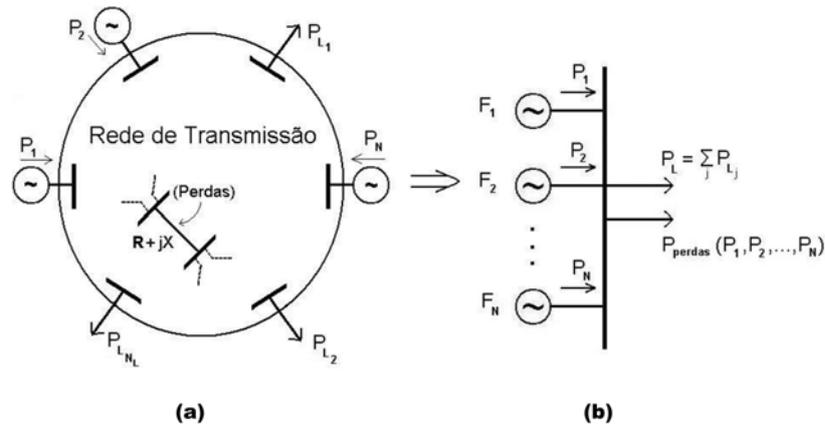


Figura 1.1: Modelagem das perdas de transmissão no despacho econômico. (a) Modelo com representação explícita da rede; (b) Modelo de barra única, com perdas expressas como função das potências geradas.

As perdas na linha de transmissão são dadas por

$$P_{perdas} = 2 \times 10^{-4} P_1^2.$$

Encontre despachos para as duas unidades geradoras sob as seguintes condições: (a) Ignorando as perdas; (b) Ignorando a influência econômica das perdas; (c) Minimizando o custo total de geração; (d) Minimizando as perdas.

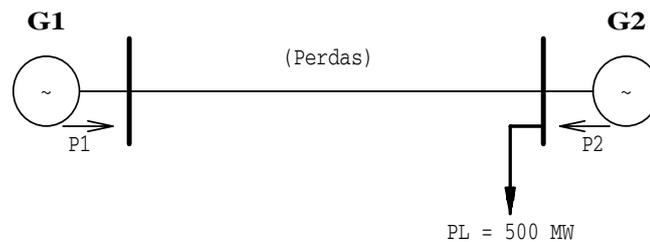


Figura 1.2: Sistema de 2 barras com perdas de transmissão.

Solução:

a) *Ignorando as perdas:* Como os geradores são iguais, esta solução fornece:

$$P_1 = P_2 = 250 \text{ MW}$$

Porém este valor de P_1 na verdade provoca perdas iguais a

$$P_{perdas} = (2 \times 10^{-4}) \times 250^2 = 12.5 \text{ MW}$$

e por conseguinte a potência que chega à carga é

$$P_d = 487,5 \text{ MW} < 500 \text{ MW}$$

Conclui-se portanto que a carga não é atendida.

b) *Ignorando a influência econômica das perdas:* Para atender a carga e as perdas, podemos pensar em carregar a unidade 1 até que as perdas sejam supridas, a partir do despacho em determinado no item anterior, enquanto a unidade 2 é mantida no valor ótimo ignorando as perdas. Isto implica em $P_2 = 250 \text{ MW}$ e

$$P_1 = 250 + 0,0002 P_1^2$$

Resolvendo esta equação do segundo grau e escolhendo a solução que atende os limite de geração, teremos

$$P_1 = 263,932 \text{ MW}$$

Além disso:

$$\begin{aligned} P_{perdas} &= 13,932 \text{ MW} \\ \text{Custo de Produção} &= F_1(P_1) + F_2(P_2) = 4661,84 \text{ \$/h} \end{aligned}$$

c) *Minimizando o custo total de geração:* Neste caso, se não considerarmos explicitamente os limites de geração o problema é formulado como:

$$\begin{aligned} \min \quad & F_T(P_1, P_2) = F_1(P_1) + F_2(P_2) \\ \text{s.a.} \quad & P_L + P_{perdas} - P_1 - P_2 = 0 \end{aligned}$$

A função Lagrangeana correspondente é:

$$\mathcal{L} = F_1(P_1) + F_2(P_2) + \lambda(P_L + P_{perdas} - P_1 - P_2)$$

e portanto as condições de otimalidade fornecem:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_1} &= F_1'(P_1) - \lambda(1 - \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_1}) = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_2} &= F_2'(P_2) - \lambda(1 - \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_2}) = 0 \\ \underline{P}_1 + P_2 - \underline{P}_L - \underline{P}_{perdas} &= 0 \end{aligned}$$

Substituindo os valores numéricos:

$$\begin{aligned} 2,0 + 0,004P_1 - \lambda(1 - 0,0004P_1) &= 0 \\ 2,0 + 0,004P_2 - \lambda &= 0 \\ P_1 + P_2 - 500 - 0,0002P_1^2 &= 0 \end{aligned}$$

Note que este sistema de equações é *não-linear* (produtos $\lambda \times P_i$ e termos não-lineares em P_1 devido às perdas). Resolvendo este sistema através de um método iterativo apropriado, obteremos a seguinte solução:

$$\begin{aligned} P_1 &= 178,882 \text{ MW} \\ P_2 &= 327,496 \text{ MW} \\ P_{\text{perdas}} &= 6,378 \text{ MW} (= 178.882 + 327.496 - 500,0) \\ \text{Custo de Produção} &= 4623,15 \text{ \$/h} \end{aligned}$$

Observamos que a solução de mínimo custo de geração tende a suprir as perdas a partir da geração próxima à carga, já que as perdas não dependem de P_2 .

- d) *Minimizando as perdas:* No caso específico deste problema, minimizar as perdas claramente implica em carregar ao máximo a unidade 2 e gerar o mínimo possível na unidade 1. Logo, $P_2 = \bar{P}_2$ e

$$P_1 = 100 + 0,0002 P_1^2$$

o que fornece

$$\begin{aligned} P_2 &= 400 \text{ MW} \\ P_1 &= 102,084 \text{ MW} \\ \text{perdas} &= 2,084 \text{ MW (mínimo!)} \\ \text{Custo de produção} &= F_1(102,084) + F_2(400) = 4655,43 \text{ \$/h} \end{aligned}$$

Comparando as diversas soluções encontradas podemos verificar que:

1. O custo de geração do despacho econômico é efetivamente o menor dentre as três soluções viáveis, porém isto não ocorre com as perdas;
2. De maneira similar, o valor das perdas obtido no item (d) é o mínimo entre todos os casos, porém isto não ocorre para o custo de produção;
3. O despacho mais econômico não necessariamente implica na minimização das perdas;
4. Observe que, no caso do despacho econômico do item (c), que é o que nos interessa mais de perto, as perdas correspondem a apenas 1,3 % da carga, porém a sua mera existência provoca um desvio bastante significativo em relação ao caso sem perdas do item (a).

■

1.1.1 Equações de Coordenação, Perdas Incrementais e Fatores de Penalidade

Nesta seção, estamos interessados em avaliar a influência das perdas de transmissão no despacho que minimiza os custos da geração térmica. Como no exemplo da seção anterior, ignoraremos inicialmente os limites de geração. Além disso, definimos:

$$\Phi(P_1, \dots, P_N) \triangleq P_L + P_{perdas}(P_1, \dots, P_N) - \sum_{i=1}^N P_i$$

Isto é, $\Phi(P_1, \dots, P_N)$ representa o desbalanço entre a potência gerada e a potência demandada, esta última sendo igual à carga total mais perdas de transmissão. Se F_T representa os custos totais de geração térmica, o problema de minimização dos custos de geração considerando as perdas é enunciado como:

$$\begin{aligned} \min \quad & F_T & = & \sum_{i=1}^N F_i(P_i) \\ \text{s.a} \quad & & & \\ & \Phi(P_1, \dots, P_N) & = & P_L + P_{perdas}(P_1, \dots, P_N) - \sum_{i=1}^N P_i = 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

A função Lagrangeana associada é portanto dada por:

$$\mathcal{L} = F_T + \lambda \Phi(P_1, \dots, P_N) \quad (1.2)$$

e, supondo que $\underline{P}_i \leq P_i \leq \bar{P}_i$, as condições de otimalidade preconizam que:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_i} = 0, i = 1, \dots, N \quad (1.3)$$

e

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = \Phi(P_1, \dots, P_N) = 0 \quad (1.4)$$

A condição 1.4 simplesmente reafirma a necessidade do cumprimento da equação de balanço de potência na solução final. Concentremo-nos portanto na Eq. (1.3), que fornece

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_i} = \frac{dF_i}{dP_i} - \lambda \left(1 - \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_i} \right) = 0$$

Isolando λ no lado direito, temos:

$$\left(\frac{1}{1 - \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_i}} \right) \times \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} = \lambda \quad (1.5)$$

Definindo as *perdas incrementais relativas ao gerador i* e o *Fator de Penalidade associado ao gerador i* como, respectivamente:

$$\begin{aligned} \text{Perdas incrementais para gerador } i & \triangleq \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_i} \\ \text{Fator de Penalidade para gerador } i & \triangleq \frac{1}{1 - \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_i}} \end{aligned} \quad (1.6)$$

podemos re-escrever a Eq. (1.5) na forma mais compacta:

$$FP_i \times \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} = \lambda \quad (1.7)$$

Comparemos a Eq. (1.7) com a equação correspondente do caso sem perdas supondo geradores livres, dada pela primeira das Eqs. (??). Sem a consideração das perdas, lembramos que a condição de otimalidade preconiza que os custos incrementais devem ser todos iguais a λ . Na presente situação, entretanto, os custos incrementais devem ser agora *compensados através da ponderação pelos respectivos fatores de penalidade* antes de serem igualados a λ . Esta ponderação tem o objetivo de fazer refletir no despacho ótimo a influência da geração de cada gerador individual sobre as perdas.

Suponha, por exemplo, que o aumento da geração do gerador i implique em um aumento das perdas de transmissão do sistema. Isto significa que as perdas incrementais associadas são maiores que zero. Considerando que o valor numérico das perdas incrementais é sempre pequeno, verifica-se que, nesta situação, $FP_i > 1$, e portanto:

$$FP_i \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} > \frac{dF_i(P_i)}{dP_i}$$

Em termos de interpretação gráfica, tudo se passa como se a curva de custo incremental fosse ligeiramente deslocada para cima (já que FP_i , neste caso, é apenas ligeiramente maior que 1,0).

Por outro lado, supondo que o aumento da geração do gerador i provoca uma *redução* das perdas e seguindo o mesmo raciocínio, concluímos que

$$FP_i \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} < \frac{dF_i(P_i)}{dP_i}$$

e portanto tudo se passa como se a curva de custo incremental fosse ligeiramente deslocada para baixo. A Fig. 1.3 compara os despachos obtidos na ausência e na presença das perdas de transmissão para uma situação em que o fator de penalidade do gerador 1 é maior que 1,0, enquanto que $FP_2 < 1,0$. As curvas tracejadas indicam os custos incrementais compensados pelos fatores de penalidade. Observe que a consideração das perdas implicará em um valor maior de λ . Além disso, o despacho econômico preconiza que o gerador 1, cujas perdas incrementais são menores que zero, deve *umentar* sua geração em relação ao caso sem perdas, enquanto que o oposto deve valer para o gerador 2, cujas perdas incrementais são maiores que zero.

As Eqs. (1.7) são chamadas *equações de coordenação das perdas de transmissão*.

1.1.2 Fórmula Geral das Perdas

Como mencionado anteriormente, será suposto que as perdas de transmissão podem ser expressas como uma função das potências geradas. A forma mais usual de expressar esta dependência é através da *Fórmula Geral das Perdas (FGP)*, segundo a qual as perdas são consideradas como uma função quadrática das potências geradas, isto é:

$$P_{perdas} = b_o + \sum_{i=1}^N b_i P_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N B_{ij} P_i P_j \quad (1.8)$$

ou, na forma matricial,

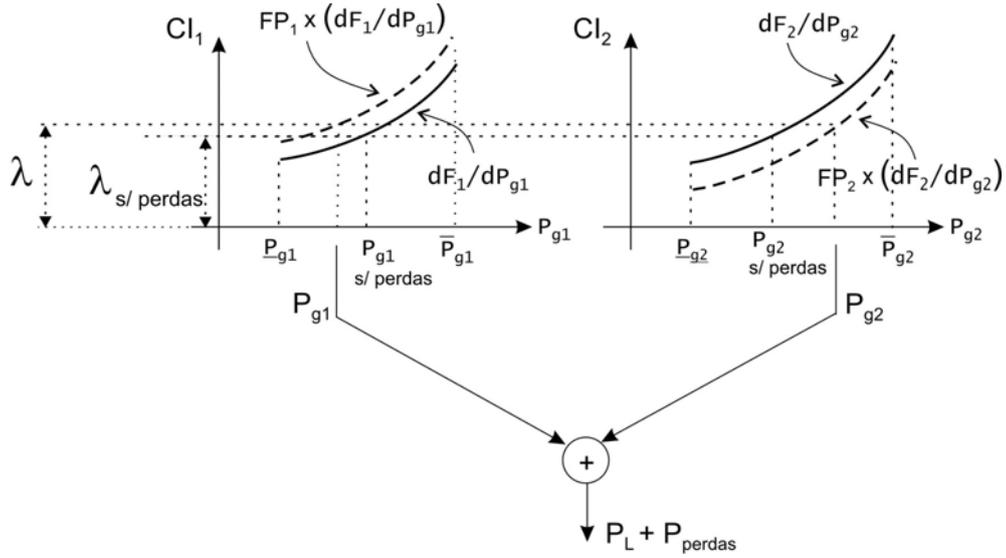


Figura 1.3: Despacho econômico considerando perdas comparado com o caso sem perdas.

$$P_{perdas} = b_o + b^T P + P^T B P \quad (1.9)$$

onde $P \triangleq [P_1 \dots P_N]^T$ e todas as potências são expressas em pu em uma base comum S_B (geralmente $S_B = 100 \text{ MVA}$). Os coeficientes b_o , b_i e B_{ij} que definem a FGP apresentam as seguintes propriedades:

1. B é simétrica, isto é, $B_{ij} = B_{ji}$;
2. $B_{ii} > 0$, porém B_{ij} pode ser ≥ 0 ou < 0 ;
3. Os coeficientes do termo linear, b_i , $i = 1, \dots, N$ podem ser ≥ 0 ou < 0 ;
4. O termo constante b_o pode ser ≥ 0 ou < 0 .

A determinação da FGP baseia-se em um conjunto de hipóteses, listadas a seguir:

- A variação da carga em cada barra é suposta ser uma porcentagem fixa da variação da carga total do sistema;
- A tensão varia linearmente com a carga total do sistema, de seu valor no pico de carga para seu valor em carga mínima;
- Existe geração de potência reativa suficiente para garantir os níveis de tensão do item anterior;
- O fator de potência varia linearmente com a carga total do sistema, de seu valor em carga mínima para seu valor no pico de carga.

A FGP pode ser levantada através de ensaios realizados com o auxílio de um programa de fluxo de potência, através do qual é gerada uma massa de dados composta pelas potências geradas para diversos carregamentos e valores das perdas de transmissão correspondentes. A partir destes dados, métodos de regressão não-linear são utilizados para se determinar os coeficientes b_0 , b_i e B_{ij} .

Se as perdas são expressas pela FGP, as perdas incrementais para o gerador i utilizadas no cálculo dos fatores de penalidade (ver Eqs. (1.6)) são dadas por:

$$\frac{dP_{perdas}}{dP_i} = b_i + 2 \sum_{j=1}^N B_{ij} P_j \quad (1.10)$$

ou, na forma matricial:

$$\frac{dP_{perdas}}{dP} = b + 2 B P \quad (1.11)$$

e portanto o fator de penalidade para o gerador i será dado por:

$$FP_i = \frac{1}{1 - \left(b_i + 2 \sum_{j=1}^N B_{ij} P_j \right)}$$

A presença das perdas incrementais em geral acopla as equações de coordenação, o que torna a solução mais difícil. O algoritmo clássico para a solução do despacho econômico na presença de perdas é apresentado a seguir.

Algoritmo 1 *Despacho econômico com perdas de transmissão supondo funções-custo quadráticas.*

1. Fornecer valores iniciais p_i^0 , $i = 1, \dots, N$;
2. $k = 0$;
3. Calcular P_{perdas}^k usando a FGP;
4. Calcular os fatores de penalidade:

$$FP_i^k = \frac{1}{1 - 2 \sum B_{ij} p_j^k - b_i}, \quad i = 1, \dots, N$$

5. $k \leftarrow k + 1$;
6. Resolver o sist. de eqs. lineares de coordenação e obter p_i^{k+1} , $i = 1, \dots, N$ e λ^{k+1} :

$$\begin{aligned} FP_i^k \frac{dF_i(p_i^{k+1})}{dP_i} &= \lambda^{k+1}, \quad i = 1, \dots, N \\ \sum_{i=1}^N p_i^{k+1} &= P_L + P_{perdas}^k \end{aligned}$$

7. Calcular

$$\|\Delta p\| = \max \left| p_i^{(k-1)} - p_i^{(k)} \right|, \quad i = 1, \dots, N.$$

8. Se $\|\Delta p\| < \delta$, **Fim**. Se não, retornar ao passo 3.

Observação 1 O algoritmo baseia-se no uso de funções-custo quadráticas. Como os fatores de penalidades e as perdas são supostos temporariamente constantes, o conjunto das equações de coordenação e da equação de balanço de carga forma um sistema linear, que pode ser prontamente resolvido para p_i , $i = 1, \dots, N$, e para λ .

Observação 2 No caso de funções-custo não-quadráticas, as equações do passo 6 do Algoritmo 1 não serão mais lineares, e portanto um método iterativo tem que ser usado para resolvê-las.

Exemplo 2 Retornemos ao Exemplo ??, mas agora incluindo uma expressão simplificada para as perdas de transmissão, que são dadas por:

$$P_{perdas} = 3 \times 10^{-5} P_1^2 + 9 \times 10^{-5} P_2^2 + 12 \times 10^{-5} P_3^2$$

Note que esta expressão corresponde a um caso particular da FGP, em que

$$b_o = 0, \quad b = 0, \quad B = \text{diag}\{3, 9, 12\} \times 10^{-5}$$

Solução:

$$\frac{dF_i}{dP_i} = \lambda \left(1 - \frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_i} \right)$$

$$\begin{aligned} i = 1 &\implies FP_1 \times (7,92 + 0,003124P_1) = \lambda, & FP_1 &= (1 - 6 \times 10^{-5} P_1)^{-1} \\ i = 2 &\implies FP_2 \times (7,85 + 0,00388P_2) = \lambda, & FP_2 &= (1 - 18 \times 10^{-6} P_2)^{-1} \\ i = 3 &\implies FP_3 \times (7,97 + 0,00964P_3) = \lambda, & FP_3 &= (1 - 24 \times 10^{-6} P_3)^{-1} \end{aligned}$$

e

$$P_1 + P_2 + P_3 - 850 - P_{perdas} = 0$$

Trata-se portanto de um conjunto de 4 equações *não-lineares* a 4 incógnitas. A aplicação do algoritmo para DE considerando as perdas é vista abaixo.

1. $P_1 = 400; P_2 = 300; P_3 = 150; k = 0;$
2. $\frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_1} = 2 \times 3 \times 10^{-5} \times 400 = 0.024$
 $\frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_2} = 2 \times 9 \times 10^{-5} \times 300 = 0.054$
 $\frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_3} = 2 \times 12 \times 10^{-5} \times 150 = 0.036$
 $P_{perdas} = (3 \times 400^2 + 9 \times 300^2 + 12 \times 150^2) \times 10^{-5} = 15.6 MW$
3. $k = 1$
4. $FP_1 \times (7,92 + 0,003124P_1) = \lambda; FP_1 = (1 - 0,024)^{-1} = 1.0246$
 $FP_2 \times (7,85 + 0,00388P_2) = \lambda; FP_2 = (1 - 0,054)^{-1} = 1.0571$
 $FP_3 \times (7,97 + 0,00964P_3) = \lambda; FP_3 = (1 - 0,036)^{-1} = 1.0373$

$$P_1 + P_2 + P_3 = 850 + 15,6 = 865,6$$

Solução: $P_1^{(1)} = 440,68; P_2^{(1)} = 299,12; P_3^{(1)} = 125,77$ e $\lambda^{(1)} = 9.5252$

5. $\| P^{(1)} - P^{(0)} \|$ é grande \rightarrow retornar ao passo 2 do algoritmo, etc.
 Na convergência, os resultados obtidos são dados abaixo e comparados com o caso sem perdas obtido no Exemplo ??.

Solução na convergência ($\varepsilon = 1 \times 10^{-4}$)	Sem Perdas
$P_1 = 435,2$	$P_1 = 393,2$
$P_2 = 300,0$	$P_2 = 334,6$
$P_3 = 130,7$	$P_3 = 122,2$
$P_{perdas} = 15,83$	$P_{perdas} = 0$
$\lambda = 9,52 \text{ \$/MWh}$	$\lambda = 9,148 \text{ \$/MWh}$

Verifique que, apesar das perdas corresponderem a menos de 2% da carga, o despacho obtido é significativamente diferente do despacho do caso sem perdas. ■