EEL 6300
Despacho Econômico de Unidades Térmicas
Parte 2

Antonio Simões Costa

UFSC - LABSPOT

Despacho Econômico x Alocação de Unidades

- Em estudos de programação da operação, o problema de DE é precedido pela solução de outro problema, denominado Alocação de Unidades (*"Unit Commitment"*);

Despacho Econômico x Alocação de Unidades

- Em estudos de programação da operação, o problema de DE é precedido pela solução de outro problema, denominado Alocação de Unidades (*"Unit Commitment"*);
- O problema de Alocação de Unidades contempla horizontes de operação mais amplo (um dia, vários dias, uma semana), e busca determinar quantas e quais unidades devem estar em operação para cada condição de carregamento;

Despacho Econômico x Alocação de Unidades

- Em estudos de programação da operação, o problema de DE é precedido pela solução de outro problema, denominado Alocação de Unidades (*"Unit Commitment"*);
- O problema de Alocação de Unidades contempla horizontes de operação mais amplo (um dia, vários dias, uma semana), e busca determinar quantas e quais unidades devem estar em operação para cada condição de carregamento;
- O DE parte da solução do problema de Alocação de Unidades para determinar os despachos ótimos das unidades para cada patamar de carga do horizonte de estudo;

Despacho Econômico x Alocação de Unidades

- Em estudos de programação da operação, o problema de DE é precedido pela solução de outro problema, denominado Alocação de Unidades (*"Unit Commitment"*);
- O problema de Alocação de Unidades contempla horizontes de operação mais amplo (um dia, vários dias, uma semana), e busca determinar quantas e quais unidades devem estar em operação para cada condição de carregamento;
- O DE parte da solução do problema de Alocação de Unidades para determinar os despachos ótimos das unidades para cada patamar de carga do horizonte de estudo;
- Portanto, na solução do DE não existe a opção de se alterar as decisões tomadas na alocação de unidades, tais como:

Despacho Econômico x Alocação de Unidades

- Em estudos de programação da operação, o problema de DE é precedido pela solução de outro problema, denominado Alocação de Unidades (*"Unit Commitment"*);
- O problema de Alocação de Unidades contempla horizontes de operação mais amplo (um dia, vários dias, uma semana), e busca determinar quantas e quais unidades devem estar em operação para cada condição de carregamento;
- O DE parte da solução do problema de Alocação de Unidades para determinar os despachos ótimos das unidades para cada patamar de carga do horizonte de estudo;
- Portanto, na solução do DE não existe a opção de se alterar as decisões tomadas na alocação de unidades, tais como:
    - retirar de operação uma unidade, ou

Despacho Econômico x Alocação de Unidades

- Em estudos de programação da operação, o problema de DE é precedido pela solução de outro problema, denominado Alocação de Unidades (*"Unit Commitment"*);
- O problema de Alocação de Unidades contempla horizontes de operação mais amplo (um dia, vários dias, uma semana), e busca determinar quantas e quais unidades devem estar em operação para cada condição de carregamento;
- O DE parte da solução do problema de Alocação de Unidades para determinar os despachos ótimos das unidades para cada patamar de carga do horizonte de estudo;
- Portanto, na solução do DE não existe a opção de se alterar as decisões tomadas na alocação de unidades, tais como:
  - retirar de operação uma unidade, ou
  - colocar em operação uma nova unidade.

Interpretação do Multiplicador de Lagrange λ (1)

- Problema de despacho de N unidades geradoras desconsiderandoos limites de geração:

$$\begin{aligned} \min \quad & F_t(P) = \sum_{i=1}^{N} F_i(P_i) \\ \text{s.a.} \quad & \\ & e^T P - P_L = 0 \end{aligned}$$

onde: $e^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$ e $P^T = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 & \dots & P_N \end{bmatrix}$;

Interpretação do Multiplicador de Lagrange λ (1)

- Problema de despacho de N unidades geradoras desconsiderandoos limites de geração:

$$\begin{aligned} \min \quad & F_t(P) = \sum_{i=1}^{N} F_i(P_i) \\ \text{s.a.} \quad & \\ & e^T P - P_L = 0 \end{aligned}$$

onde: $e^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$ e $P^T = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 & \dots & P_N \end{bmatrix}$;

- Função Lagrangeana correspondente:

$$\mathcal{L} = F_T(P) + \lambda(P_L - e^T P)$$

Interpretação do Multiplicador de Lagrange λ (2)

- Condições de otimalidade

Interpretação do Multiplicador de Lagrange λ (2)

- Condições de otimalidade
  - Factibilidade dual:

$$\nabla_{\mathbf{P}}\mathcal{L} \quad = \quad 0 \quad \Longrightarrow \quad \nabla F_T(P^*) \quad = \quad \lambda^* e$$

Interpretação do Multiplicador de Lagrange λ (2)

- Condições de otimalidade
  - Factibilidade dual:

$$\nabla_{\mathbf{P}}\mathcal{L} \quad = \quad 0 \quad \Longrightarrow \quad \nabla F_T(P^*) \quad = \quad \lambda^* e$$

  - Factibilidade primal:

$$e^T P^* = P_L$$

Interpretação do Multiplicador de Lagrange λ (2)

- Condições de otimalidade
  - Factibilidade dual:

$$\nabla_{\mathbf{P}}\mathcal{L} \quad = \quad 0 \quad \Longrightarrow \quad \nabla F_T(P^*) \quad = \quad \lambda^* e$$

  - Factibilidade primal:

$$e^T P^* = P_L$$

- Supor variação de carga, de P_L para $P_L + \Delta P_L$. Em conseqüência:

Interpretação do Multiplicador de Lagrange λ (2)

- Condições de otimalidade
  - Factibilidade dual:

$$\nabla_{\mathbf{P}}\mathcal{L} \quad = \quad 0 \quad \Longrightarrow \quad \nabla F_T(P^*) \quad = \quad \lambda^* e$$

  - Factibilidade primal:

$$e^T P^* = P_L$$

- Supor variação de carga, de P_L para $P_L + \Delta P_L$. Em conseqüência:
  - despacho variará desde o valor ótimo P^* para $P^* + \Delta P$ para garantir o balanço de potência:

$$e^T(P^* + \Delta P) = P_L + \Delta P_L$$

Interpretação do Multiplicador de Lagrange λ (2)

- Condições de otimalidade
  - Factibilidade dual:

$$\nabla_{\mathbf{P}}\mathcal{L} \quad = \quad 0 \quad \Longrightarrow \quad \nabla F_T(P^*) \quad = \quad \lambda^* e$$

  - Factibilidade primal:

$$e^T P^* = P_L$$

- Supor variação de carga, de P_L para $P_L + \Delta P_L$. Em conseqüência:
  - despacho variará desde o valor ótimo P^* para $P^* + \Delta P$ para garantir o balanço de potência:

$$e^T(P^* + \Delta P) = P_L + \Delta P_L$$

  - Logo:

$$e^T \Delta P = \Delta P_L$$

Interpretação do Multiplicador de Lagrange λ (3)

- Ainda em consequência da variação de carga de P_L para $P_L + \Delta P_L$, o custo total variará de

$$\Delta F_T = F_T(P^* + \Delta P) - F_T(P^*)$$

Interpretação do Multiplicador de Lagrange λ (3)

- Ainda em consequência da variação de carga de P_L para $P_L + \Delta P_L$, o custo total variará de

$$\Delta F_T = F_T(P^* + \Delta P) - F_T(P^*)$$

- Ou, pela expansão em série de Taylor até o termo de 1a. ordem:

$$\Delta F_T \approx \nabla^T F_T(P^*)\ \Delta P$$

Interpretação do Multiplicador de Lagrange λ (3)

- Ainda em consequência da variação de carga de P_L para $P_L + \Delta P_L$, o custo total variará de

$$\Delta F_T = F_T(P^* + \Delta P) - F_T(P^*)$$

- Ou, pela expansão em série de Taylor até o termo de 1a. ordem:

$$\Delta F_T \approx \nabla^T F_T(P^*)\ \Delta P$$

- Como $\nabla F_T(P^*) = \lambda^* e$ e $e^T \Delta P = \Delta P_L$, conclui-se que

$$\Delta F_T \approx \lambda^* \Delta P_L$$

ou

$$\boxed{\lambda^* \approx \frac{\Delta F_T}{\Delta P_L}}$$

Interpretação do Multiplicador de Lagrange λ (4)

$$\boxed{\lambda^* \approx \frac{\Delta F_T}{\Delta P_L}}$$

- *Conclusão:* λ^* é o incremento de custo em relação ao despacho ótimo para se gerar o próximo MW de potência;

Interpretação do Multiplicador de Lagrange λ (4)

$$\boxed{\lambda^* \approx \frac{\Delta F_T}{\Delta P_L}}$$

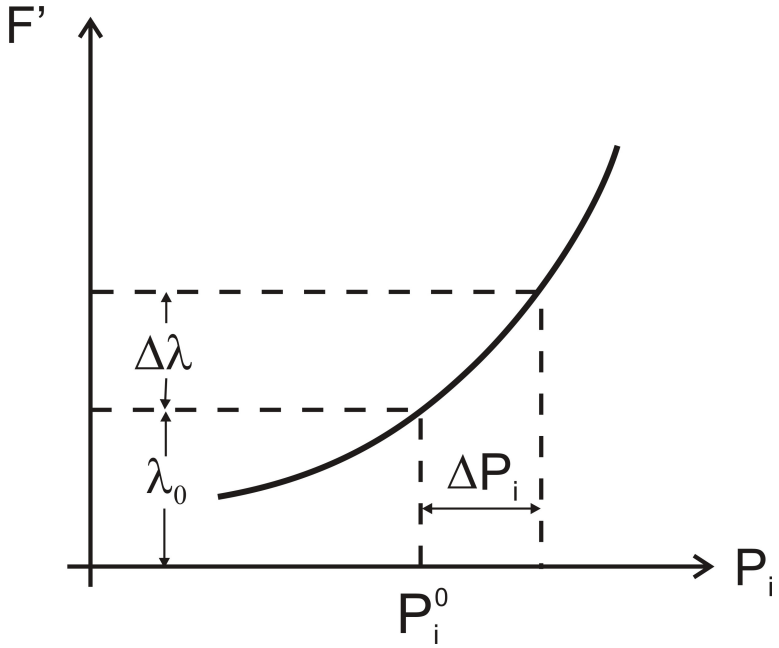
- *Conclusão:* λ^* é o incremento de custo em relação ao despacho ótimo para se gerar o próximo MW de potência;
- Portanto, λ^* é o custo marginal de operação do sistema.

Fatores de Participação (1)

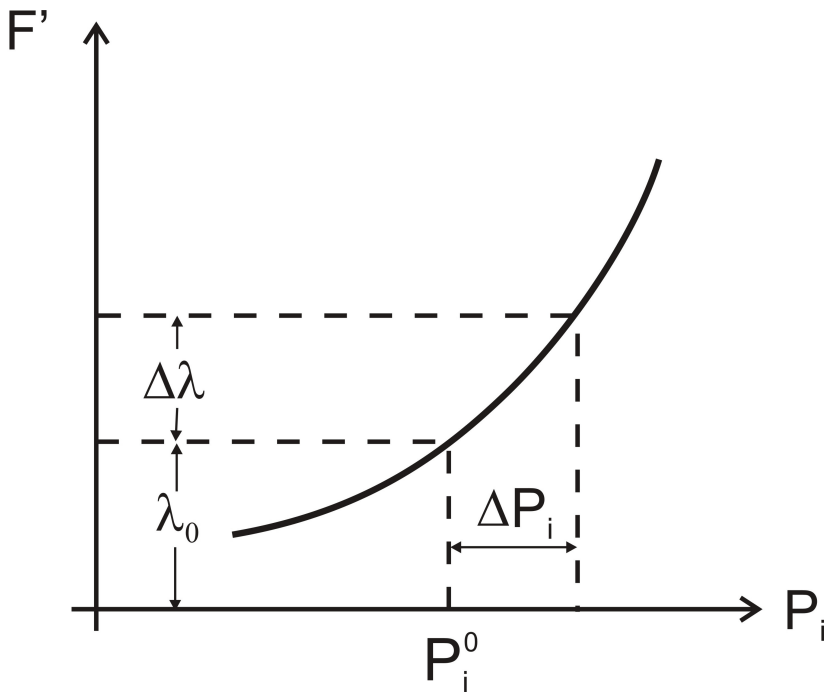
- Permitem extrapolar os resultados da solução mais recente do Despacho Econômico;

Fatores de Participação (1)

- Permitem extrapolar os resultados da solução mais recente do Despacho Econômico;
- Calculados a partir da curva de *custo incremental* de cada unidade:



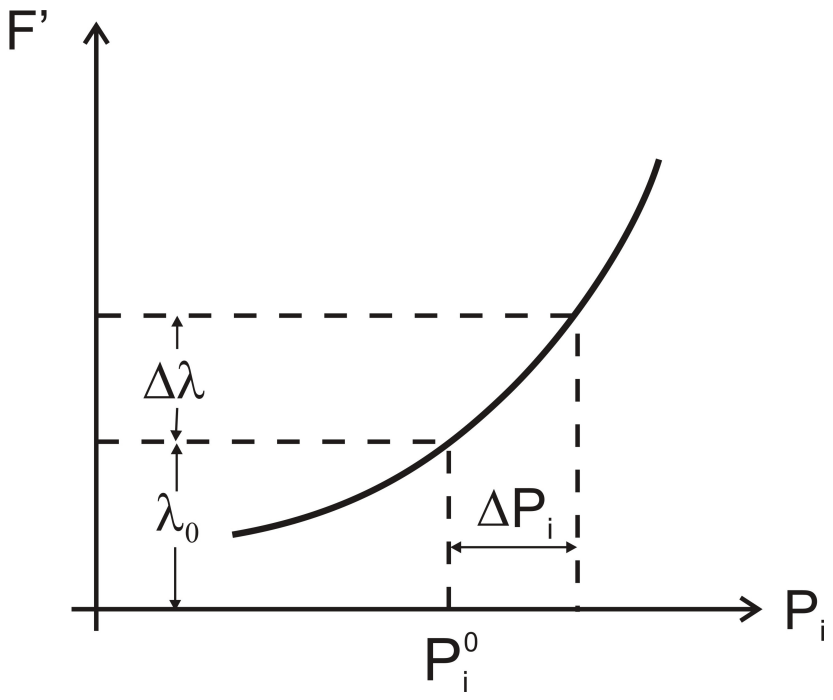
Fatores de Participação (1)



- Supondo que a variação ΔP_i é pequena, temos:

$$\Delta\lambda = F_i''(P_i^0)\ \Delta P_i \Rightarrow \Delta P_i = \Delta\lambda / F_i''(P_i^0) \qquad (\bigstar)$$

Fatores de Participação (1)



- Supondo que a variação ΔP_i é pequena, temos:

$$\Delta\lambda = F_i''(P_i^0)\ \Delta P_i \Rightarrow \Delta P_i = \Delta\lambda / F_i''(P_i^0) \qquad (\bigstar)$$

- Desprezando as perdas de transmissão:

$$\Delta P_L = \sum_{j=1}^{N} \Delta P_j = \Delta\lambda \sum_{j=1}^{N} \left(1/F_j''(P_j^0)\right)$$

Frame Title

- Partindo da expressão

$$\Delta P_L = \Delta\lambda \sum_{j=1}^{N} \left(1/F_j''(P_j^0)\right)$$

Frame Title

- Partindo da expressão

$$\Delta P_L = \Delta\lambda \sum_{j=1}^{N} \left(1/F_j''(P_j^0)\right)$$

- e usando a expressão (★), temos:

$$\Delta P_L = \left[F_i''(P_i^0) \times \sum_{j=1}^{N} \left(\frac{1}{F_j''(P_j^0)}\right)\right] \times \Delta P_i$$

Frame Title

- Partindo da expressão

$$\Delta P_L = \Delta\lambda \sum_{j=1}^{N} \left(1/F_j''(P_j^0)\right)$$

- e usando a expressão (★), temos:

$$\Delta P_L = \left[F_i''(P_i^0) \times \sum_{j=1}^{N} \left(\frac{1}{F_j''(P_j^0)}\right)\right] \times \Delta P_i$$

- Define-se então o fator de participação para a unidade i como:

$$\boxed{f_{part,i} \stackrel{\Delta}{=} \left(\frac{\Delta P_i}{\Delta P_L}\right) = \frac{\left(1 \ / \ F_i''(P_i^0)\right)}{\sum_{j=1}^{N}\left(1 \ / \ F_j''(P_j^0)\right)}}$$

Fatores de Participação - Exemplo

Reconsidere o despacho econômico determinado no Exemplo **A** para a carga de 850 MW. As características das unidades são:

Unidade 1:	$\underline{P}_1 = 150\ MW$	$\overline{P}_1 = 600\ MW$
(carvão)	$F_1(P_1) = 561 + 7,92\,P_1 + 0,001562\,P_1^2$	
Unidade 2:	$\underline{P}_2 = 100\ MW$	$\overline{P}_2 = 400\ MW$
(óleo)	$F_2(P_2) = 310 + 7,85\,P_2 + 0,00194\,P_2^2$	
Unidade 3:	$\underline{P}_3 = 50\ MW$	$\overline{P}_3 = 200\ MW$
(óleo)	$F_3(P_3) = 78 + 7,97\,P_3 + 0,00482\,P_3^2$	

- Suponha agora que a carga do sistema evolui para $P_L = 900\ MW$. Use os fatores de participação para atualizar o despacho ótimo das três unidades.

Solução

- Cálculo dos fatores de participação:

$$f_{part_1} = \frac{(1/0{,}003124)}{(1/0{,}003124)+(1/0{,}00388)+(1/0{,}00964)} = 0,47$$
$$f_{part_2} = \frac{(1/0{,}00388)}{(1/0{,}003124)+(1/0{,}00388)+(1/0{,}00964)} = 0,38$$
$$f_{part_3} = \frac{(1/0{,}00964)}{(1/0{,}003124)+(1/0{,}00388)+(1/0{,}00964)} = 0,15$$

Solução

- Cálculo dos fatores de participação:

$$f_{part_1} = \frac{(1/0{,}003124)}{(1/0{,}003124)+(1/0{,}00388)+(1/0{,}00964)} = 0,47$$
$$f_{part_2} = \frac{(1/0{,}00388)}{(1/0{,}003124)+(1/0{,}00388)+(1/0{,}00964)} = 0,38$$
$$f_{part_3} = \frac{(1/0{,}00964)}{(1/0{,}003124)+(1/0{,}00388)+(1/0{,}00964)} = 0,15$$

- As novas potências geradas serão dadas por:

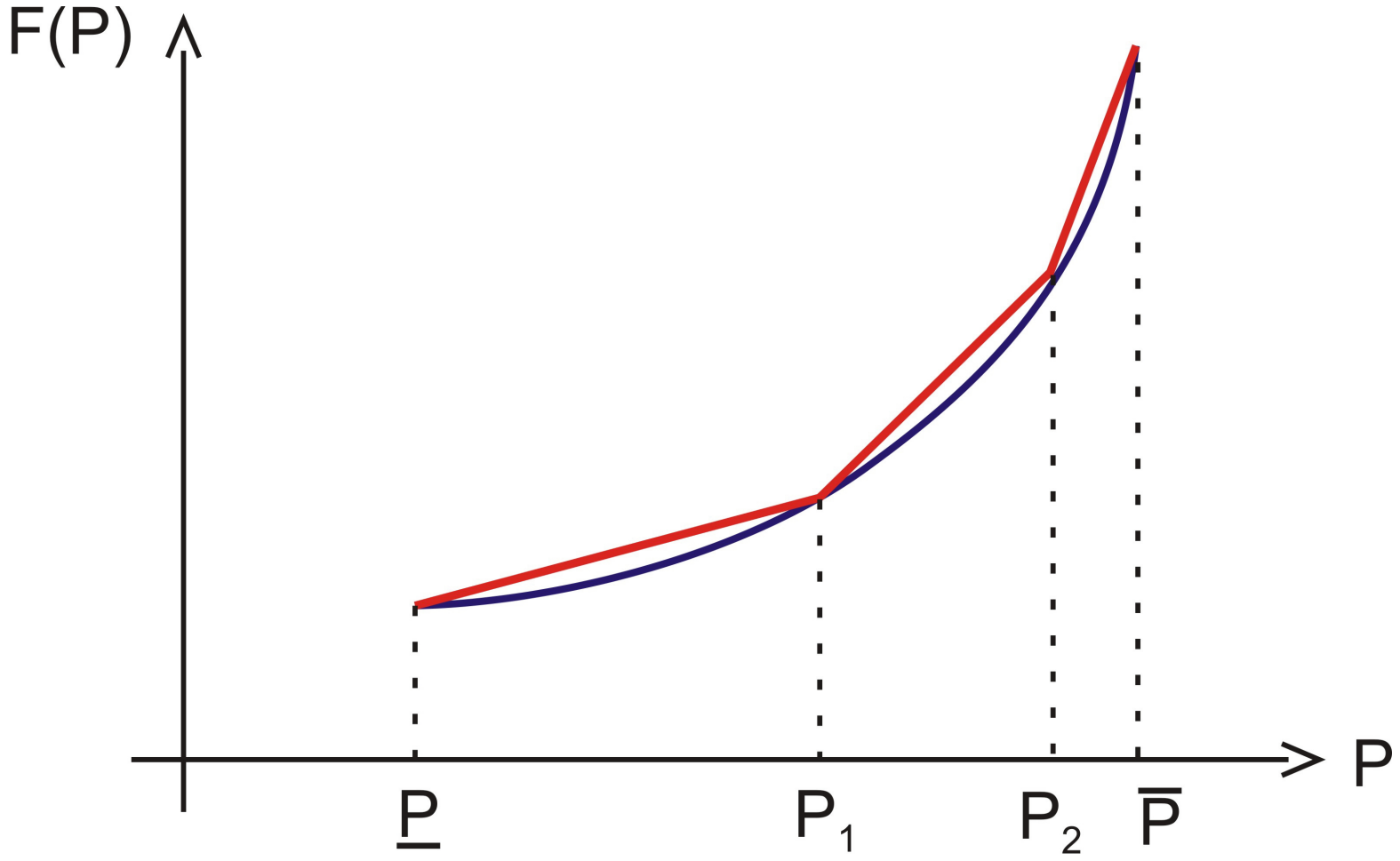
$$P_i = P_i^0 + f_{part_i} \times \Delta P_L$$

onde $P_1^0 = 393,2\ MW$; $P_2^0 = 334,6\ MW$ e $P_3^0 = 122,2\ MW$. Logo:

$$P_1 = 393,2 + 0,47 \times 50 = 416,7\ MW$$
$$P_2 = 334,6 + 0,38 \times 50 = 353,6\ MW$$
$$P_3 = 122,2 + 0,15 \times 50 = 129,7\ MW$$

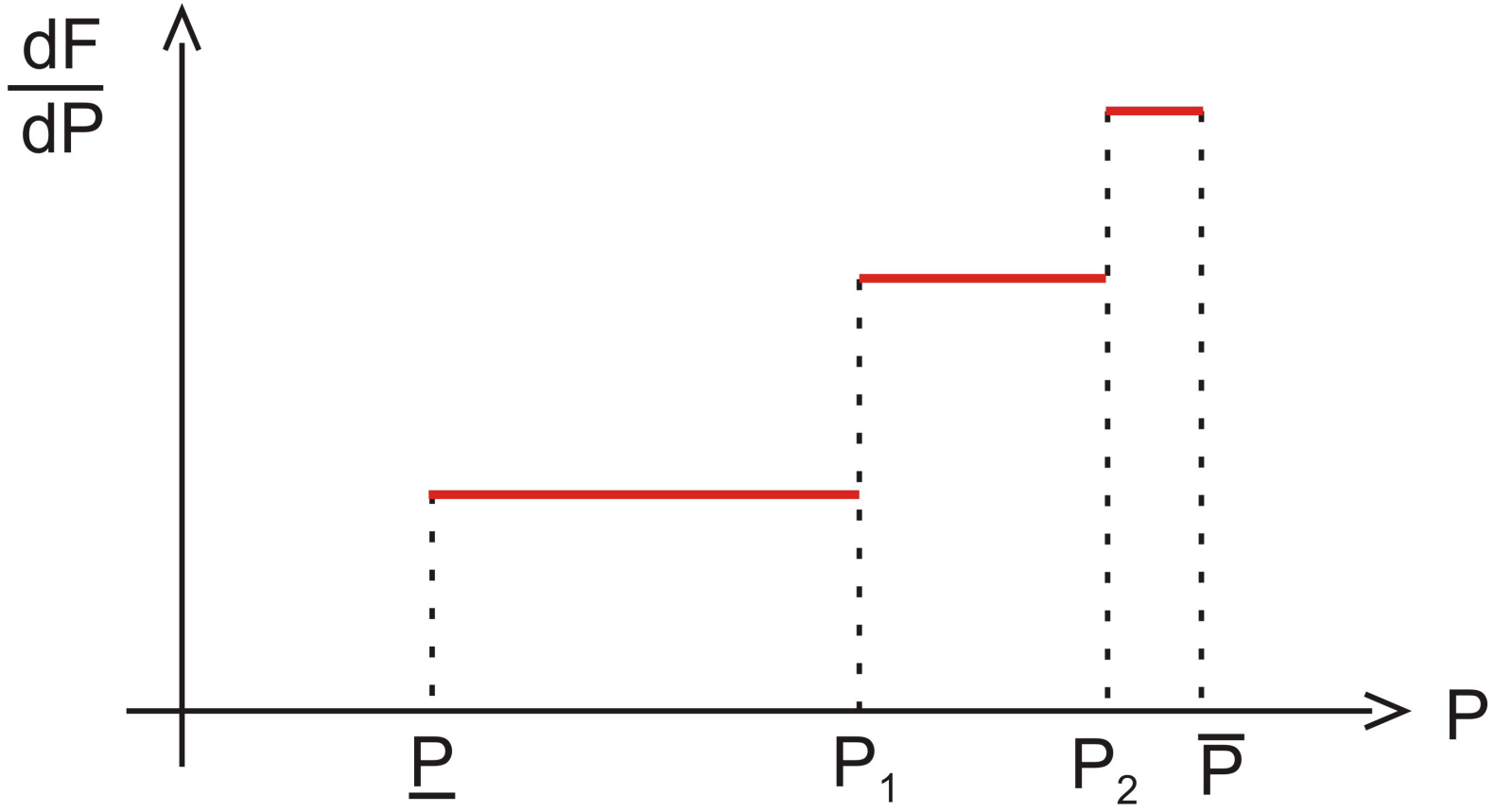
DE com funções-custo lineares por partes (1)

Em algumas situações, as funções-custo são aproximadas por funções *lineares por partes*:



DE com funções-custo lineares por partes (2)

Consequentemente, as funções de custo incremental correspondentes tornam-se *constantes por partes*:

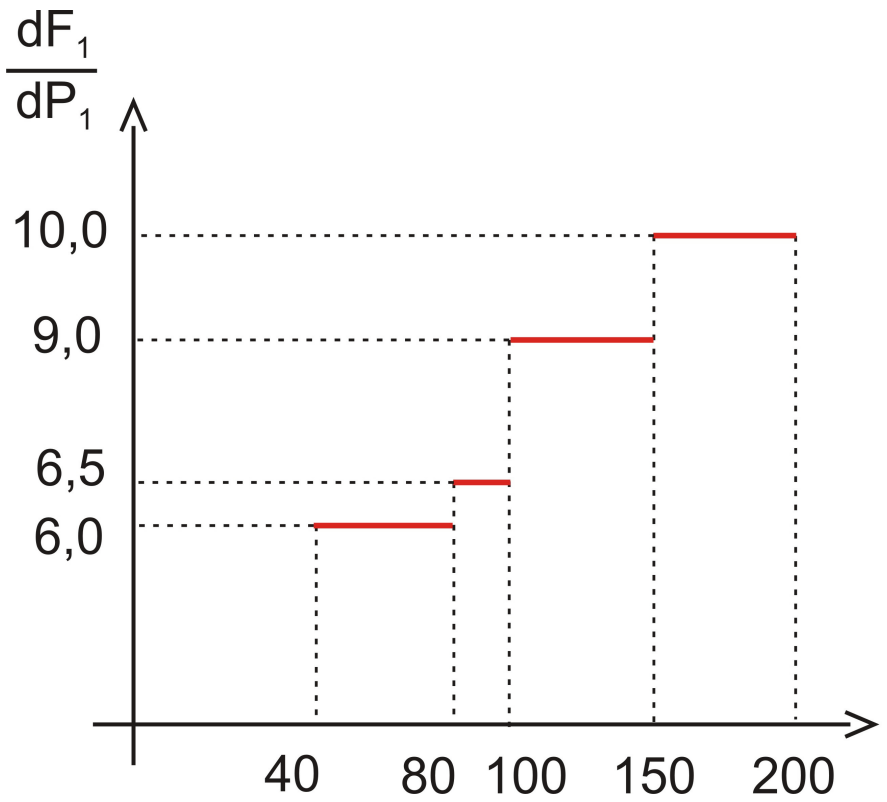


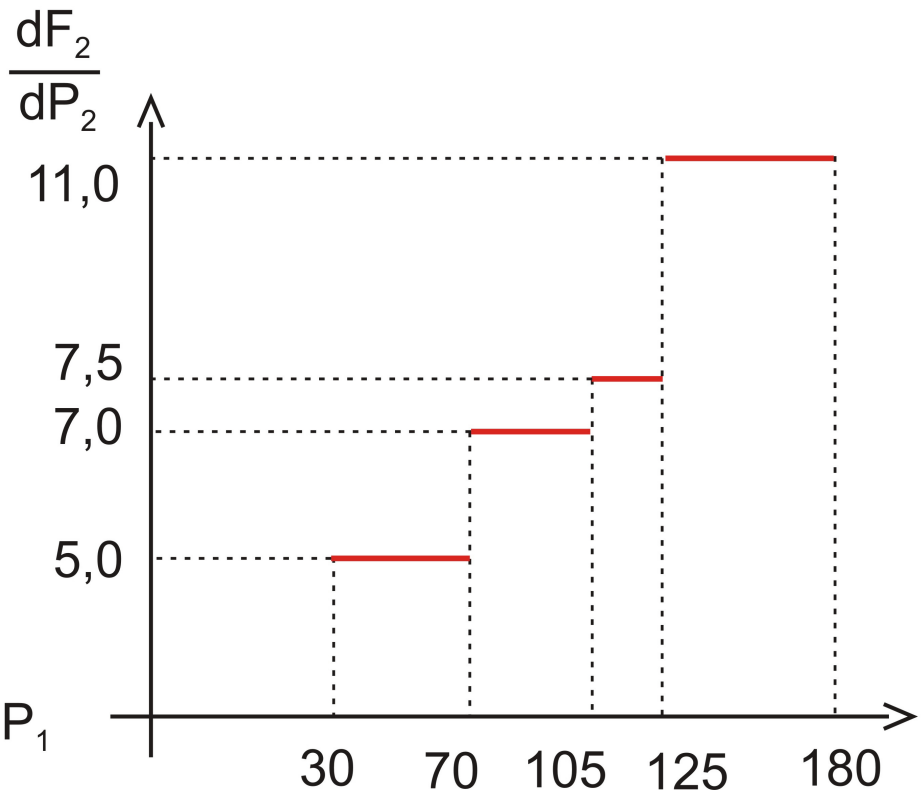
DE com funções-custo lineares por partes (3)

- Nestes casos, o cálculo do despacho econômico é facilitado, pois pode-se usar a técnica do *"empilhamento"*.

DE com funções-custo lineares por partes (3)

- Nestes casos, o cálculo do despacho econômico é facilitado, pois pode-se usar a técnica do *"empilhamento"*.
- Exemplo para duas unidades:





DE com funções-custo lineares por partes (3)

Solução do exemplo para carregamentos entre 70 e 380 MW :

λ ($\$/MWh$)	Geração (MW)	P_1 (MW)	P_2 (MW)
$5,0$	$70 - 110$	40	$30 - 70$
$6,0$	$110 - 150$	$40 - 80$	70
$6,5$	$150 - 170$	$80 - 100$	70
$7,0$	$170 - 205$	100	$70 - 105$
$8,0$	$205 - 225$	100	$105 - 125$
$9,0$	$225 - 275$	$100 - 150$	125
$10,0$	$275 - 325$	$150 - 200$	125
$11,0$	$325 - 380$	200	$125 - 180$

Métodos Computacionais para Solução do DE

- O método clássico para a solução do DE é o *método da secante;*

Métodos Computacionais para Solução do DE

- O método clássico para a solução do DE é o *método da secante;*
- O método da Secante parte de duas sugestões iniciais para λ, a partir das quais é projetado um novo valor de λ;

Métodos Computacionais para Solução do DE

- O método clássico para a solução do DE é o *método da secante;*
- O método da Secante parte de duas sugestões iniciais para λ, a partir das quais é projetado um novo valor de λ;
- Cada valor de λ gera um despacho distinto, não necessariamente viável;

Métodos Computacionais para Solução do DE

- O método clássico para a solução do DE é o *método da secante;*
- O método da Secante parte de duas sugestões iniciais para λ, a partir das quais é projetado um novo valor de λ;
- Cada valor de λ gera um despacho distinto, não necessariamente viável;
- Os valores projetados de λ são tais que os desvios no atendimento da demanda são progressivamente reduzidos;

Métodos Computacionais para Solução do DE

- O método clássico para a solução do DE é o *método da secante;*
- O método da Secante parte de duas sugestões iniciais para λ, a partir das quais é projetado um novo valor de λ;
- Cada valor de λ gera um despacho distinto, não necessariamente viável;
- Os valores projetados de λ são tais que os desvios no atendimento da demanda são progressivamente reduzidos;
- O algoritmo não permite que a solução final viole os limites de geração.

Algoritmo do método da Secante

1. Supor um λ inicial, $\lambda^{(1)}$; e fazer $k = 0$;

Algoritmo do método da Secante

1. Supor um λ inicial, $\lambda^{(1)}$; e fazer $k = 0$;
2. $k \leftarrow k + 1$;

Algoritmo do método da Secante

1. Supor um λ inicial, $\lambda^{(1)}$; e fazer $k = 0$;
2. $k \leftarrow k + 1$;
3. Com o valor de $\lambda^{(k)}$, obter $P_i^{(k)}$ das *curvas de custo incremental*, $i = 1, ..., N$. Caso P_i caia fora dos limites, fixá-lo no valor do limite ultrapassado;

Algoritmo do método da Secante

1. Supor um λ inicial, $\lambda^{(1)}$; e fazer $k = 0$;
2. $k \leftarrow k + 1$;
3. Com o valor de $\lambda^{(k)}$, obter $P_i^{(k)}$ das *curvas de custo incremental*, $i = 1, ..., N$. Caso P_i caia fora dos limites, fixá-lo no valor do limite ultrapassado;
4. Somar: $\sum_{i=1}^{N} P_i^{(k)} = P_L^{(k)}$

Algoritmo do método da Secante

1. Supor um λ inicial, $\lambda^{(1)}$; e fazer $k = 0$;
2. $k \leftarrow k + 1$;
3. Com o valor de $\lambda^{(k)}$, obter $P_i^{(k)}$ das *curvas de custo incremental*, $i = 1, ..., N$. Caso P_i caia fora dos limites, fixá-lo no valor do limite ultrapassado;
4. Somar: $\sum_{i=1}^{N} P_i^{(k)} = P_L^{(k)}$
5. Se $k = 1$, sugerir outro valor para λ, $\lambda^{(2)}$, e retornar ao passo 2;

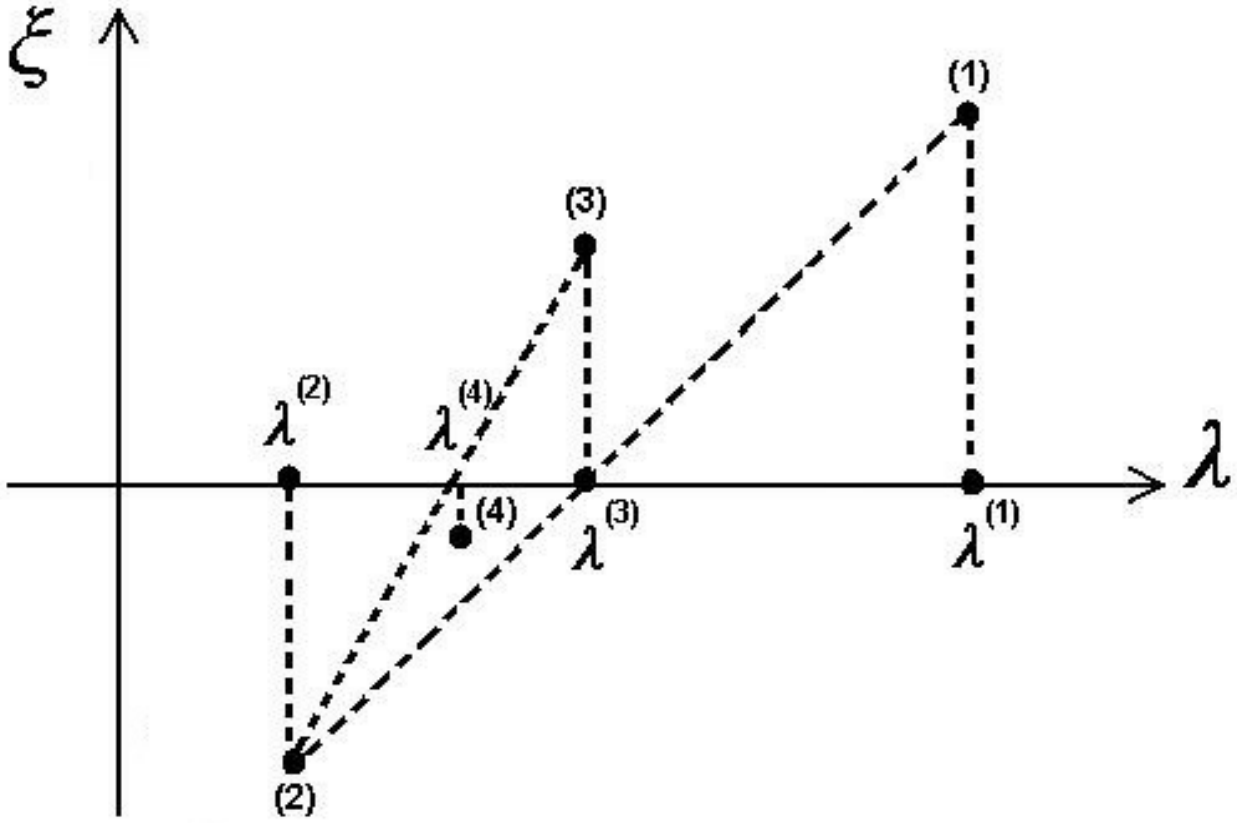
Algoritmo do método da Secante

1. Supor um λ inicial, $\lambda^{(1)}$; e fazer $k = 0$;
2. $k \leftarrow k + 1$;
3. Com o valor de $\lambda^{(k)}$, obter $P_i^{(k)}$ das *curvas de custo incremental*, $i = 1, ..., N$. Caso P_i caia fora dos limites, fixá-lo no valor do limite ultrapassado;
4. Somar: $\sum_{i=1}^{N} P_i^{(k)} = P_L^{(k)}$
5. Se $k = 1$, sugerir outro valor para λ, $\lambda^{(2)}$, e retornar ao passo 2;
6. Seja $\xi = P_L^{(k)} - P_L$. Se $\mid \xi \mid > \delta$, com δ fixado em um valor pequeno, projetar λ usando o método da secante:

$$\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} + (P_L - P_L^{(k)})[\frac{\lambda^{(k)} - \lambda^{(k-1)}}{P_L^{(k)} - P_L^{(k-1)}}]$$

e retornar ao passo 2. Por outro lado, se $\mid \xi \mid \leq \delta$ a convergência foi atingida, **FIM**.

Ilustração do Método da Secante



Exemplo de aplicação

Considere três unidades geradoras cujas funções custo F_1, F_2 e F_3 são dadas na tabela abaixo. A carga do sistema é $P_L = 100\ MW$ e a tolerância para convergência é $\delta = 1,0\ MW$. Determine o despacho econômico através do método da secante.

$$
\begin{array}{rcll}
F_1 & = & 10 + 0,10P_1 + 0,01P_1^2, & 20 \leq P_1 \leq 60 \quad MW \\
F_2 & = & 15 + 0,15P_2 + 0,015P_2^2, & 10 \leq P_2 \leq 50 \quad MW \\
F_3 & = & 20 + 0,20P_3 + 0,01P_3^2, & 10 \leq P_3 \leq 30 \quad MW
\end{array}
$$