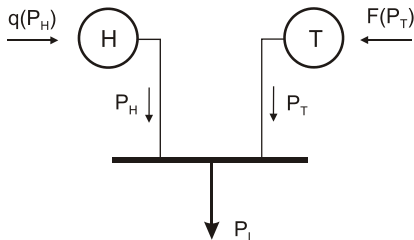


Programação Hidrotérmica com Restrição de Energia Hidráulica

Prof. Antonio Simões Costa

Universidade Federal de Santa Catarina

UHE e UTE alimentando carga:



- Vazão q em função de P_H é conhecida;
- Custo de prod. da térmica, $F(P_T)$, conhecido;
- Carga e pots. geradas variam com o tempo;
- Horizonte de duração $T_{\max}$, discretizado em $j_{\max}$ intervalos de duração h_j horas.

$$\sum_{j=1}^{j_{\max}} h_j = T_{\max}$$

Características do Problema:

- Capacidade UHE $>$ potência da carga:

$$\bar{P}_{H,j} \geq P_{L,j}, \quad j = 1, \dots, j_{\max}$$

Características do Problema:

- Capacidade UHE $>$ potência da carga:

$$\bar{P}_{H,j} \geq P_{L,j}, \quad j = 1, \dots, j_{\max}$$

- Porém, energia hidráulica $<$ demanda no horizonte:

$$\sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{H,j} h_j \leq \sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{L,j} h_j$$

Características do Problema:

- Capacidade UHE $>$ potência da carga:

$$\bar{P}_{H,j} \geq P_{L,j}, \quad j = 1, \dots, j_{\max}$$

- Porém, energia hidráulica $<$ demanda no horizonte:

$$\sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{H,j} h_j \leq \sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{L,j} h_j$$

- Objetivo: usar toda a energia hidráulica disponível de modo a minimizar o custo térmico;

Características do Problema:

- Capacidade UHE $>$ potência da carga:

$$\bar{P}_{H,j} \geq P_{L,j}, \quad j = 1, \dots, j_{\max}$$

- Porém, energia hidráulica $<$ demanda no horizonte:

$$\sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{H,j} h_j \leq \sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{L,j} h_j$$

- Objetivo: usar toda a energia hidráulica disponível de modo a minimizar o custo térmico;
- Logo, a energia E a ser gerada pela térmica durante o horizonte de tempo é

$$E = \sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{L,j} h_j - \sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{H,j} h_j$$

Características do Problema:

- Capacidade UHE $>$ potência da carga:

$$\bar{P}_{H,j} \geq P_{L,j}, \quad j = 1, \dots, j_{\max}$$

- Porém, energia hidráulica $<$ demanda no horizonte:

$$\sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{H,j} h_j \leq \sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{L,j} h_j$$

- Objetivo: usar toda a energia hidráulica disponível de modo a minimizar o custo térmico;
- Logo, a energia E a ser gerada pela térmica durante o horizonte de tempo é

$$E = \sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{L,j} h_j - \sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{H,j} h_j$$

- Não se exige que a térmica funcione durante todo o horizonte de tempo $T_{\max}$.*

Formulação do Problema:

- Se N_T é o número de intervalos de operação da térmica, então

$$\sum_{j=1}^{N_T} P_{T,j} h_j = E$$

e

$$T_T \triangleq \sum_{j=1}^{N_T} h_j \leq T_{\max}$$

Formulação do Problema:

- Se N_T é o número de intervalos de operação da térmica, então

$$\sum_{j=1}^{N_T} P_{T,j} h_j = E$$

e

$$T_T \triangleq \sum_{j=1}^{N_T} h_j \leq T_{\max}$$

- Problema de coordenação hidrotérmica com restrição de energia:

$$\min \quad F_T(\mathbf{P}_T) = \sum_{j=1}^{N_T} F(P_{T,j}) h_j$$

s.a.

$$E - \sum_{j=1}^{N_T} P_{T,j} h_j = 0$$

Solução do Problema (I)

- Função Lagrangeana:

$$\mathcal{L}(\mathbf{P}_T, \alpha) = \sum_{j=1}^{N_T} F(P_{T,j}) h_j + \alpha \left(E - \sum_{j=1}^{N_T} P_{T,j} h_j \right)$$

Solução do Problema (I)

- Função Lagrangeana:

$$\mathcal{L}(\mathbf{P}_T, \alpha) = \sum_{j=1}^{N_T} F(P_{T,j}) h_j + \alpha \left(E - \sum_{j=1}^{N_T} P_{T,j} h_j \right)$$

- Uma condição de otimalidade é:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{T,k}} = 0 \Rightarrow \frac{dF(P_{T,k})}{dP_{T,k}} = \alpha, \quad k = 1, 2, \dots, N_T$$

Solução do Problema (I)

- Função Lagrangeana:

$$\mathcal{L}(\mathbf{P}_T, \alpha) = \sum_{j=1}^{N_T} F(P_{T,j}) h_j + \alpha \left(E - \sum_{j=1}^{N_T} P_{T,j} h_j \right)$$

- Uma condição de otimalidade é:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{T,k}} = 0 \Rightarrow \frac{dF(P_{T,k})}{dP_{T,k}} = \alpha, \quad k = 1, 2, \dots, N_T$$

- α constante $\Rightarrow$ UTE deve operar a um custo incremental constante durante todo o horizonte de tempo;

Solução do Problema (I)

- Função Lagrangeana:

$$\mathcal{L}(\mathbf{P}_T, \alpha) = \sum_{j=1}^{N_T} F(P_{T,j}) h_j + \alpha \left(E - \sum_{j=1}^{N_T} P_{T,j} h_j \right)$$

- Uma condição de otimalidade é:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{T,k}} = 0 \Rightarrow \frac{dF(P_{T,k})}{dP_{T,k}} = \alpha, \quad k = 1, 2, \dots, N_T$$

- α constante $\Rightarrow$ UTE deve operar a um custo incremental constante durante todo o horizonte de tempo;
- $F(P_{T,k})$ é monotônica $\Rightarrow$ a potência gerada pela UTE deve ser constante ao longo de todo o seu intervalo de funcionamento.

Solução do Problema (II)

- Seja então P_T^* o valor ótimo constante da geração térmica:

$$P_{T,1} = P_{T,2} = \dots = P_{T,N_T} = P_T^*$$

Solução do Problema (II)

- Seja então P_T^* o valor ótimo constante da geração térmica:

$$P_{T,1} = P_{T,2} = \dots = P_{T,N_T} = P_T^*$$

- Logo,

$$E = \sum_{j=1}^{N_T} P_{T,j} h_j = \sum_{j=1}^{N_T} P_T^* h_j = P_T^* T_T$$

Solução do Problema (II)

- Seja então P_T^* o valor ótimo constante da geração térmica:

$$P_{T,1} = P_{T,2} = \dots = P_{T,N_T} = P_T^*$$

- Logo,

$$E = \sum_{j=1}^{N_T} P_{T,j} h_j = \sum_{j=1}^{N_T} P_T^* h_j = P_T^* T_T$$

- Portanto

$$T_T = \frac{E}{P_T^*}$$

Solução do Problema (II)

- Seja então P_T^* o valor ótimo constante da geração térmica:

$$P_{T,1} = P_{T,2} = \dots = P_{T,N_T} = P_T^*$$

- Logo,

$$E = \sum_{j=1}^{N_T} P_{T,j} h_j = \sum_{j=1}^{N_T} P_T^* h_j = P_T^* T_T$$

- Portanto

$$T_T = \frac{E}{P_T^*}$$

- Além disso:

$$F_T(\mathbf{P}_T) = F(P_T^*) \sum_{j=1}^{N_T} h_j = F(P_T^*) T_T$$

Solução do Problema (III)

- Considere que a função de custo de produção da térmica é quadrática:

$$F(P_T^*) = A + B P_T^* + C (P_T^*)^2$$

Solução do Problema (III)

- Considere que a função de custo de produção da térmica é quadrática:

$$F(P_T^*) = A + B P_T^* + C (P_T^*)^2$$

- Então, a função-custo total no horizonte de tempo torna-se:

$$F_T(\mathbf{P}_T) = \left[A + B P_T^* + C (P_T^*)^2 \right] T_T$$

Solução do Problema (III)

- Considere que a função de custo de produção da térmica é quadrática:

$$F(P_T^*) = A + B P_T^* + C (P_T^*)^2$$

- Então, a função-custo total no horizonte de tempo torna-se:

$$F_T(\mathbf{P}_T) = \left[A + B P_T^* + C (P_T^*)^2 \right] T_T$$

- ou, usando a relação entre T_T e P_T^* :

$$F_T(\mathbf{P}_T) = \left[\frac{A + B P_T^* + C (P_T^*)^2}{P_T^*} \right] E = \frac{A E}{P_T^*} + B E + C E P_T^*$$

Solução do Problema (III)

- Considere que a função de custo de produção da térmica é quadrática:

$$F(P_T^*) = A + B P_T^* + C (P_T^*)^2$$

- Então, a função-custo total no horizonte de tempo torna-se:

$$F_T(\mathbf{P}_T) = \left[A + B P_T^* + C (P_T^*)^2 \right] T_T$$

- ou, usando a relação entre T_T e P_T^* :

$$F_T(\mathbf{P}_T) = \left[\frac{A + B P_T^* + C (P_T^*)^2}{P_T^*} \right] E = \frac{A E}{P_T^*} + B E + C E P_T^*$$

- Temos agora um prob. de otimização *irrestrito*:

$$\min_{P_T^*} F_T(\mathbf{P}_T) = \frac{A E}{P_T^*} + B E + C E P_T^*$$

Solução do Problema Irrestrito

- Função a ser minimizada:

$$\min_{P_T^*} F_T(\mathbf{P}_T) = \frac{A E}{P_T^*} + B E + C E P_T^*$$

Solução do Problema Irrestrito

- Função a ser minimizada:

$$\min_{P_T^*} F_T(\mathbf{P}_T) = \frac{A E}{P_T^*} + B E + C E P_T^*$$

- Condição de otimalidade:

$$\frac{dF_T}{dP_T^*} = -\frac{A E}{(P_T^*)^2} + C E = 0$$

Solução do Problema Irrestrito

- Função a ser minimizada:

$$\min_{P_T^*} F_T(\mathbf{P}_T) = \frac{A E}{P_T^*} + B E + C E P_T^*$$

- Condição de otimalidade:

$$\frac{dF_T}{dP_T^*} = -\frac{A E}{(P_T^*)^2} + C E = 0$$

- ou

$$P_T^* = \sqrt{\frac{A}{C}}$$

Solução do Problema Irrestrito

- Função a ser minimizada:

$$\min_{P_T^*} F_T(\mathbf{P}_T) = \frac{A E}{P_T^*} + B E + C E P_T^*$$

- Condição de otimalidade:

$$\frac{dF_T}{dP_T^*} = -\frac{A E}{(P_T^*)^2} + C E = 0$$

- ou

$$P_T^* = \sqrt{\frac{A}{C}}$$

- Além disso:

$$T_T = \frac{E}{P_T^*}$$

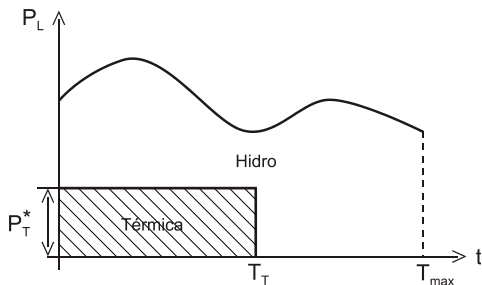
Conclusões:

- O despacho ótimo da térmica independe de E e corresponde ao ponto mais eficiente de operação da UTE;

Conclusões:

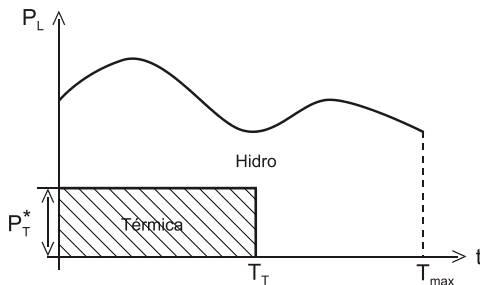
- O despacho ótimo da térmica independe de E e corresponde ao ponto mais eficiente de operação da UTE;
- Solução ótima $\Rightarrow$ térmica despachada com potência constante durante todo o seu período de funcionamento.

Ilustração da Solução



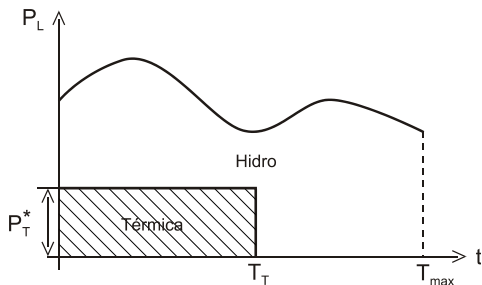
- Em princípio, a UTE pode iniciar sua operação a qualquer instante entre $t = 0$ e $t = T_{\max} - T_T$;

Ilustração da Solução



- Em princípio, a UTE pode iniciar sua operação a qualquer instante entre $t = 0$ e $t = T_{\max} - T_T$;
- Entretanto, convém que a entrada em operação seja no início do horizonte, para prevenir alterações de previsão de demanda ou disponibilidade hidrelétrica;

Ilustração da Solução



- Em princípio, a UTE pode iniciar sua operação a qualquer instante entre $t = 0$ e $t = T_{\max} - T_T$;
- Entretanto, convém que a entrada em operação seja no início do horizonte, para prevenir alterações de previsão de demanda ou disponibilidade hidrelétrica;
- Alterações de previsão podem ser atendidas estendendo-se ou reduzindo-se T_T .

Exemplo 1

Uma UHE e uma UTE devem alimentar uma carga constante de 90 MW por uma semana (168 horas). As características das unidades são dadas abaixo:

UHE:	$q(P_H) = 300 + 15 P_H \text{ dam}^3/h, 0 \leq P_H \leq 100 \text{ MW}$
UTE:	$H(P_T) = 53,25 + 11,27 P_T + 0,0213 P_T^2 \text{ MBtu/h},$
	$12,5 \leq P_H \leq 50 \text{ MW}$

Supondo que o máximo deplecionamento admissível para o reservatório é de 250000 dam^3 ao longo da semana, por quanto tempo deve gerar a UTE e qual deve ser o seu despacho?

Solução (I)

- A energia solicitada pela carga durante a semana é

$$90 \text{ MW} \times 168 \text{ h} = 15120 \text{ MWh}$$

Solução (I)

- A energia solicitada pela carga durante a semana é

$$90 \text{ MW} \times 168 \text{ h} = 15120 \text{ MWh}$$

- Se apenas a UHE for despachada para atender a carga, teremos

$$\begin{aligned} q(90) &= 300 + 15 \times 90 = 1650 \text{ dam}^3/\text{h} \\ V_{Tot} &= 1650 \times 168 = 277200 \text{ dam}^3 \end{aligned}$$

- A energia solicitada pela carga durante a semana é

$$90 \text{ MW} \times 168 \text{ h} = 15120 \text{ MWh}$$

- Se apenas a UHE for despachada para atender a carga, teremos

$$\begin{aligned} q(90) &= 300 + 15 \times 90 = 1650 \text{ dam}^3/\text{h} \\ V_{Tot} &= 1650 \times 168 = 277200 \text{ dam}^3 \end{aligned}$$

- Como

$$V_{Tot} > 250000 \text{ dam}^3$$

a térmica terá que ser despachada.

Solução (II)

- A geração térmica ótima é

$$P_T^* = \sqrt{\frac{A}{C}} = \sqrt{\frac{53,25}{0,0213}} = 50 \text{ MW}$$

Solução (II)

- A geração térmica ótima é

$$P_T^* = \sqrt{\frac{A}{C}} = \sqrt{\frac{53,25}{0,0213}} = 50 \text{ MW}$$

- No período em que a térmica estiver em operação, a UHE deverá gerar os restantes 40 MW . A vazão neste caso será:

$$q_1 = 300 + 15 \times 40 = 900 \text{ dam}^3/h$$

Solução (II)

- A geração térmica ótima é

$$P_T^* = \sqrt{\frac{A}{C}} = \sqrt{\frac{53,25}{0,0213}} = 50 \text{ MW}$$

- No período em que a térmica estiver em operação, a UHE deverá gerar os restantes 40 MW . A vazão neste caso será:

$$q_1 = 300 + 15 \times 40 = 900 \text{ dam}^3/h$$

- O deplecionamento correspondente será

$$V_1 = 900 \times T_T$$

Solução (II)

- A geração térmica ótima é

$$P_T^* = \sqrt{\frac{A}{C}} = \sqrt{\frac{53,25}{0,0213}} = 50 \text{ MW}$$

- No período em que a térmica estiver em operação, a UHE deverá gerar os restantes 40 MW . A vazão neste caso será:

$$q_1 = 300 + 15 \times 40 = 900 \text{ dam}^3/h$$

- O deplecionamento correspondente será

$$V_1 = 900 \times T_T$$

- Quando apenas a UHE estiver operando:

$$\begin{aligned} q_2 &= 300 + 15 \times 90 &= 1650 \text{ dam}^3/h \\ V_2 &= 1650 \times (168 - T_T) \end{aligned}$$

- Para que seja cumprida a meta de volume:

$$V_1 + V_2 \leq 250000$$

- Para que seja cumprida a meta de volume:

$$V_1 + V_2 \leq 250000$$

- Portanto, supondo que se deseja utilizar todo o volume disponível:

$$V_1 + V_2 = 900 \times T_T + 1650 \times (168 - T_T) = 250000$$

- Para que seja cumprida a meta de volume:

$$V_1 + V_2 \leq 250000$$

- Portanto, supondo que se deseja utilizar todo o volume disponível:

$$V_1 + V_2 = 900 \times T_T + 1650 \times (168 - T_T) = 250000$$

que fornece

$$T_T = 36,27 \text{ h}$$