Levantamento Experimental da Fórmula Geral das Perdas Utilizando Estudos de Fluxo de Potência

Parâmetros da Fórmula Geral das Perdas

A Fórmula Geral das Perdas é dada por

$$P_{perdas} = b_0 + b^T \; P + P^T \; B \; P \tag{1}$$

Considerando que a matriz B é simétrica ($B_{ij} = B_{ji}$),então o número de parâmetros a determinar é dado por

$$N_b = 1 + N + \frac{1}{2} \; N \; (N+1)$$

Perdas para uma Condição de Operação Genérica em Função das Perdas do Caso Base

Considere que a solução do caso base acima referido está disponível. As grandezas associadas ao caso base serão denotadas pelo superescrito "0". Suponha que queiramos determinar as perdas para um novo caso k, obtido do caso base através de uma perturbação introduzida na geração do sistema de potência em estudo. Adicionalmente, suponha temporariamente que a função *exata* das perdas seja conhecida. Usando a expansão em série de Taylor até os termos de 2a. ordem, as perdas correspondentes ao caso k podem ser aproximadamente calculadas como:

$$P^k_{perdas} \approx P^0_{perdas} + \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_i} \right)_0 \; \Delta P^k_i + \frac{1}{2} \; \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \left(\frac{\partial^2 P_{perdas}}{\partial P_i \; \partial P_j} \right)_0 \; \Delta P^k_i \; \Delta P^k_j \tag{2}$$

onde $\Delta P^k_i \triangleq P^k_i - P^0_i$. Se definirmos

$$\begin{aligned} g_i \; &\triangleq \; \left(\frac{\partial P_{perdas}}{\partial P_i} \right)_0 \\ H_{ij} \; &\triangleq \; \left(\frac{\partial^2 P_{perdas}}{\partial P_i \; \partial P_j} \right)_0 \end{aligned}$$

podemos expressar a Eq. (2) como:

$$P^k_{perdas} = P^0_{perdas} + \sum_{i=1}^{N} g_i \; \Delta P^k_i + \frac{1}{2} \; \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} H_{ij} \; \Delta P^k_i \; \Delta P^k_j \tag{3}$$

Note que, por construção dos casos de fluxo de potência, as quantidades P^k_{perdas}, P^0_{perdas} ΔP^k_i e ΔP^k_j são conhecidas, enquanto que as incógnitas são as derivadas parciais g_i e H_{ij}. Para simplicar adicionalmente a notação, defina

$$\begin{aligned} \delta^k_i \; &\triangleq \; \Delta P^k_i \\ \Delta^k_{ij} \; &\triangleq \; \Delta P^k_i \; \Delta P^k_j \end{aligned}$$

e

$$y_k \triangleq P^k_{perdas} - P^0_{perdas}$$

Note que os valores de δ_i^k, Δ_{ij}^k e y^k são todos conhecidos. Considerando as definições acima, a Eq. (3) torna-se

$$y_k = \sum_{i=1}^{N} g_i \ \delta_i^k + \frac{1}{2} \ \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} H_{ij} \ \Delta_{ij}^k \tag{4}$$

que, na forma matricial pode ser escrita como

$$y_k = \mathbf{a}_k \ \mathbf{x} \tag{5}$$

onde o vetor-linha de quantidades conhecidas $\mathbf{a}_k$ é definido como:

$$\mathbf{a}_k \triangleq \left[\ \delta_1^k \ \ \delta_2^k \ \ \ldots \ \ \delta_N^k \ \ \Delta_{11}^k \ \ \Delta_{12}^k \ \ \ldots \ \ \Delta_{NN}^k \ \right]$$

e o vetor-coluna das incógnitas é dado por

$$\mathbf{x} \triangleq \left[\ g_1 \ \ g_2 \ \ \ldots \ \ g_N \ \ H_{11} \ \ H_{12} \ \ \ldots \ \ H_{NN} \ \right]^T$$

Método para Determinação do Vetor x

O procedimento acima indica como obter uma relação linear entre os incrementos de perdas de um caso genérico k em relação ao caso base e as incógnitas (derivadas parciais da função de perdas) contidas no vetor $\mathbf{x}$. Podemos portanto gerar diversos casos de fluxo de potência alterando as condições de operação do sistema conforme as diretrizes indicadas abaixo, sendo que cada novo caso gerará uma equação do tipo da Eq. (5).

Supondo que tenham sido gerados N_c casos, $N_c > N_b$, podemos estender a Eq. (5) da seguinte forma:

$$\mathbf{y} = \mathbf{A} \ \mathbf{x} \tag{6}$$

onde o vetor $\mathbf{y}$ $(N_c \times 1)$ e a matriz $\mathbf{A}$ $(N_c \times N_b)$ são definidos como:

$$\mathbf{y} \triangleq \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{N_c} \end{bmatrix} \ \text{e} \ \mathbf{A} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{N_c} \end{bmatrix}$$

O sistema de equações (6) é redundante (sobredeterminado). Para determinar uma estimativa para $\mathbf{x}$, podemos então usar o método de regressão linear baseado na técnica dos mínimos quadrados, o que fornece como resultado:

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \ \mathbf{A}^T \ \mathbf{y} \tag{7}$$

As diretrizes a serem seguidas na geração dos novos casos são as seguintes:

- Fazer variar aleatoriamente as gerações (usando distribuição uniforme, por exemplo) em relação às do caso base;
- Verificar se a carga resultante é coerente com carregamentos reais do sistema;
- A partir das duas observações acima, selecionar casos em número suficiente, N_c, isto é, $N_c > N_b$;
- Executar os fluxos de potência correspondentes aos casos selecionados e calcular as perdas respectivas;
- Aplicar uma técnica de regressão linear para calcular as derivadas parciais da expansão em série de Taylor.

Determinação dos Parâmetros da Fórmula Geral das Perdas

Para determinaros os parâmetros da FGP, re-examinemos a Eq. (3) agora escrita na forma matricial:

$$P^k_{perdas} = P^0_{perdas} + \mathbf{g}^T \; (\; \mathbf{P} - \; \mathbf{P}^0) + \frac{1}{2} \; (\; \mathbf{P} - \; \mathbf{P}^0)^T \; \mathbf{H} \; (\; \mathbf{P} - \; \mathbf{P}^0)$$

a qual pode ser re-escrita como:

$$P^k_{perdas} = \left(P^0_{perdas} - \mathbf{g}^T \; \mathbf{P}^0 + \frac{1}{2} \; \mathbf{P}^{0T} \; \mathbf{H} \; \mathbf{P}^0 \right) + \left(\mathbf{g}^T - \left(\mathbf{P}^0 \right)^T \; \mathbf{H} \right) \; \mathbf{P} + \mathbf{P}^T \; \left(\frac{1}{2} \, \mathbf{H} \right) \; \mathbf{P} \quad (8)$$

Comparando as equações (1) com (8), verificamos que os parâmetros da FGP podem agora ser facilmente determinados como:

$$b_0 \; = \; P^0_{perdas} - \mathbf{g}^T \; \mathbf{P}^0 + \tfrac{1}{2} \; \mathbf{P}^{0T} \; \mathbf{H} \; \mathbf{P}^0$$

$$b^T \; = \; \mathbf{g}^T - \left(\mathbf{P}^0 \right)^T \; \mathbf{H}$$

$$B \; = \; \tfrac{1}{2} \, \mathbf{H}$$