

Estabilidade de Sistemas de Potência a Pequenas Perturbações

Prof. Antonio Simões Costa

Grupo Sist. Potência - UFSC

Equação de Oscilação para o Caso Máquina-Barra Infinita

Pequenas Perturbações

- A equação de oscilação para o caso máquina-barra infinita com δ em radianos é

$$\frac{2H}{\omega_s} \ddot{\delta} = P_m - \frac{E V}{x_{eq}} \sin \delta$$

Equação de Oscilação para o Caso Máquina-Barra Infinita

Pequenas Perturbações

- A equação de oscilação para o caso máquina-barras infinita com δ em radianos é

$$\frac{2H}{\omega_s} \ddot{\delta} = P_m - \frac{E V}{x_{eq}} \sin \delta$$

- Supondo que P_m sofre uma pequena perturbação ΔP_m em relação ao valor de regime P_m^0 , ou seja:

$$P_m = P_m^0 + \Delta P_m,$$

Equação de Oscilação para o Caso Máquina-Barra Infinita

Pequenas Perturbações

- A equação de oscilação para o caso máquina-barras infinita com δ em radianos é

$$\frac{2H}{\omega_s} \ddot{\delta} = P_m - \frac{E V}{x_{eq}} \sin \delta$$

- Supondo que P_m sofre uma pequena perturbação ΔP_m em relação ao valor de regime P_m^0 , ou seja:

$$P_m = P_m^0 + \Delta P_m,$$

- o ângulo do rotor sofrerá uma perturbação $\Delta\delta$, o que provocará por sua vez uma variação em P_e em relação ao seu valor de regime P_e^0 .

Linearização da Equação de Oscilação

- Face à pequena perturbação, a variação de P_e pode ser determinada via expansão em série de Taylor truncada no termo de 1a. ordem:

$$P_e \approx P_e^0 + \left. \frac{\partial P_e}{\partial \delta} \right|_{\delta=\delta_0} \Delta\delta = P_e^0 + \left(\frac{EV}{x_{eq}} \cos \delta_0 \right) \Delta\delta$$

Linearização da Equação de Oscilação

- Face à pequena perturbação, a variação de P_e pode ser determinada via expansão em série de Taylor truncada no termo de 1a. ordem:

$$P_e \approx P_e^0 + \left. \frac{\partial P_e}{\partial \delta} \right|_{\delta=\delta_0} \Delta\delta = P_e^0 + \left(\frac{EV}{x_{eq}} \cos \delta_0 \right) \Delta\delta$$

- O coeficiente entre parênteses é o *Coeficiente de Potência Sincronizante*, K_s :

$$K_s = \frac{EV}{x_{eq}} \cos \delta_0$$

Linearização da Equação de Oscilação

- Face à pequena perturbação, a variação de P_e pode ser determinada via expansão em série de Taylor truncada no termo de 1a. ordem:

$$P_e \approx P_e^0 + \left. \frac{\partial P_e}{\partial \delta} \right|_{\delta=\delta_0} \Delta\delta = P_e^0 + \left(\frac{EV}{x_{eq}} \cos \delta_0 \right) \Delta\delta$$

- O coeficiente entre parênteses é o *Coeficiente de Potência Sincronizante*, K_s :

$$K_s = \frac{EV}{x_{eq}} \cos \delta_0$$

- Logo:

$$P_e = P_e^0 + K_s \Delta\delta$$

Linearização da Equação de Oscilação

- Face à pequena perturbação, a variação de P_e pode ser determinada via expansão em série de Taylor truncada no termo de 1a. ordem:

$$P_e \approx P_e^0 + \left. \frac{\partial P_e}{\partial \delta} \right|_{\delta=\delta_0} \Delta\delta = P_e^0 + \left(\frac{EV}{x_{eq}} \cos \delta_0 \right) \Delta\delta$$

- O coeficiente entre parênteses é o *Coeficiente de Potência Sincronizante*, K_s :

$$K_s = \frac{EV}{x_{eq}} \cos \delta_0$$

- Logo:

$$P_e = P_e^0 + K_s \Delta\delta$$

- e a equação de balanço de torques para pequenas perturbações torna-se:

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d^2}{dt^2} (\Delta\delta) + K_s \Delta\delta = \Delta P_m$$

Equação Característica

- Considerando $M = 2H/\omega_s$, temos:

$$M \frac{d^2}{dt^2} (\Delta\delta) + K_s \Delta\delta = \Delta P_m$$

Equação Característica

- Considerando $M = 2H/\omega_s$, temos:

$$M \frac{d^2}{dt^2} (\Delta\delta) + K_s \Delta\delta = \Delta P_m$$

- Aplicando a transformada de Laplace, obtemos:

$$(M s^2 + K_s) \Delta\delta(s) = \Delta P_m(s) + M s \Delta\delta(0^+) + M \Delta\delta'(0^+)$$

Equação Característica

- Considerando $M = 2H/\omega_s$, temos:

$$M \frac{d^2}{dt^2} (\Delta\delta) + K_s \Delta\delta = \Delta P_m$$

- Aplicando a transformada de Laplace, obtemos:

$$(M s^2 + K_s) \Delta\delta(s) = \Delta P_m(s) + M s \Delta\delta(0^+) + M \Delta\delta'(0^+)$$

- As raízes da equação característica $M s^2 + K_s = 0$ são:

$$s_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{K_s}{M}}$$

Equação Característica

- Considerando $M = 2H/\omega_s$, temos:

$$M \frac{d^2}{dt^2} (\Delta\delta) + K_s \Delta\delta = \Delta P_m$$

- Aplicando a transformada de Laplace, obtemos:

$$(M s^2 + K_s) \Delta\delta(s) = \Delta P_m(s) + M s \Delta\delta(0^+) + M \Delta\delta'(0^+)$$

- As raízes da equação característica $M s^2 + K_s = 0$ são:

$$s_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{K_s}{M}}$$

- $K_s < 0 \Rightarrow$ pólos reais e simétricos em relação à origem. $\Rightarrow$ sistema monotonicamente instável;

Equação Característica

- Considerando $M = 2H/\omega_s$, temos:

$$M \frac{d^2}{dt^2} (\Delta\delta) + K_s \Delta\delta = \Delta P_m$$

- Aplicando a transformada de Laplace, obtemos:

$$(M s^2 + K_s) \Delta\delta(s) = \Delta P_m(s) + M s \Delta\delta(0^+) + M \Delta\delta'(0^+)$$

- As raízes da equação característica $M s^2 + K_s = 0$ são:

$$s_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{K_s}{M}}$$

- $K_s < 0 \Rightarrow$ pólos reais e simétricos em relação à origem. $\Rightarrow$ sistema monotonicamente instável;
- $K_s > 0 \Rightarrow$ ambas as raízes imaginárias $\Rightarrow$ sistema oscilatório sem amortecimento, com frequência natural igual a:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_s}{M}} = \sqrt{\frac{EV \cos \delta_0}{x_{eq} M}} \text{ rad/s}$$

Efeito do Amortecimento

- Efeitos amortecedores devido à variação dos enlaces de fluxo com o rotor do gerador e às cargas foram até agora ignorados;

Efeito do Amortecimento

- Efeitos amortecedores devido à variação dos enlaces de fluxo com o rotor do gerador e às cargas foram até agora ignorados;
- Cargas reais são normalmente sensíveis à frequência:

Efeito do Amortecimento

- Efeitos amortecedores devido à variação dos enlaces de fluxo com o rotor do gerador e às cargas foram até agora ignorados;
- Cargas reais são normalmente sensíveis à frequência:
 - quando a frequência aumenta ($d\delta / dt > 0$), a potência exigida pela carga aumenta proporcionalmente;

Efeito do Amortecimento

- Efeitos amortecedores devido à variação dos enlaces de fluxo com o rotor do gerador e às cargas foram até agora ignorados;
- Cargas reais são normalmente sensíveis à frequência:
 - quando a frequência aumenta ($d\delta / dt > 0$), a potência exigida pela carga aumenta proporcionalmente;
 - Se $d\delta / dt < 0$, a potência da carga se reduz na mesma proporção;

Efeito do Amortecimento

- Efeitos amortecedores devido à variação dos enlaces de fluxo com o rotor do gerador e às cargas foram até agora ignorados;
- Cargas reais são normalmente sensíveis à frequência:
 - quando a frequência aumenta ($d\delta / dt > 0$), a potência exigida pela carga aumenta proporcionalmente;
 - Se $d\delta / dt < 0$, a potência da carga se reduz na mesma proporção;
- Para pequenas perturbações, esta sensibilidade pode ser aproximadamente representada por um efeito linear:

$$P_d = K_d \frac{d(\Delta\delta)}{dt}$$

Efeito do Amortecimento

- Efeitos amortecedores devido à variação dos enlaces de fluxo com o rotor do gerador e às cargas foram até agora ignorados;
- Cargas reais são normalmente sensíveis à frequência:
 - quando a frequência aumenta ($d\delta / dt > 0$), a potência exigida pela carga aumenta proporcionalmente;
 - Se $d\delta / dt < 0$, a potência da carga se reduz na mesma proporção;
- Para pequenas perturbações, esta sensibilidade pode ser aproximadamente representada por um efeito linear:

$$P_d = K_d \frac{d(\Delta\delta)}{dt}$$

- Considerando o amortecimento, a equação de balanço de torques linearizada torna-se:

$$M \frac{d^2}{dt^2} (\Delta\delta) + K_d \frac{d(\Delta\delta)}{dt} + K_s \Delta\delta = \Delta P_m$$

Equação Característica Considerando o Amortecimento

- Equação de balanço de torques linearizada na presença do amortecimento:

$$M \frac{d^2}{dt^2} (\Delta\delta) + K_d \frac{d(\Delta\delta)}{dt} + K_s \Delta\delta = \Delta P_m$$

Equação Característica Considerando o Amortecimento

- Equação de balanço de torques linearizada na presença do amortecimento:

$$M \frac{d^2}{dt^2} (\Delta\delta) + K_d \frac{d(\Delta\delta)}{dt} + K_s \Delta\delta = \Delta P_m$$

- Equação característica correspondente:

$$M s^2 + K_d s + K_s = 0$$

Equação Característica Considerando o Amortecimento

- Equação de balanço de torques linearizada na presença do amortecimento:

$$M \frac{d^2}{dt^2} (\Delta\delta) + K_d \frac{d(\Delta\delta)}{dt} + K_s \Delta\delta = \Delta P_m$$

- Equação característica correspondente:

$$M s^2 + K_d s + K_s = 0$$

- Para estabilidade, *todos* os coeficientes da equação característica devem ser positivos $\Rightarrow$ K_s e K_d têm que ser ambos > 0 ;

Equação Característica Considerando o Amortecimento

- Equação de balanço de torques linearizada na presença do amortecimento:

$$M \frac{d^2}{dt^2} (\Delta\delta) + K_d \frac{d(\Delta\delta)}{dt} + K_s \Delta\delta = \Delta P_m$$

- Equação característica correspondente:

$$M s^2 + K_d s + K_s = 0$$

- Para estabilidade, *todos* os coeficientes da equação característica devem ser positivos $\Rightarrow$ K_s e K_d têm que ser ambos > 0 ;
- Sistema estável: resposta no tempo a degrau de pot. mecânica Δp :

$$\Delta\delta(t) = \Delta p \left[1 - \frac{1}{\beta} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_n \beta t + \theta) \right]$$

Equação Característica Considerando o Amortecimento

- Equação de balanço de torques linearizada na presença do amortecimento:

$$M \frac{d^2}{dt^2} (\Delta\delta) + K_d \frac{d(\Delta\delta)}{dt} + K_s \Delta\delta = \Delta P_m$$

- Equação característica correspondente:

$$M s^2 + K_d s + K_s = 0$$

- Para estabilidade, *todos* os coeficientes da equação característica devem ser positivos $\Rightarrow$ K_s e K_d têm que ser ambos > 0 ;
- Sistema estável: resposta no tempo a degrau de pot. mecânica Δp :

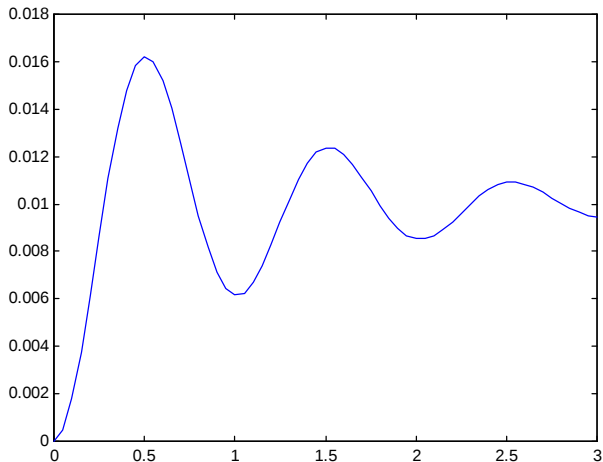
$$\Delta\delta(t) = \Delta p \left[1 - \frac{1}{\beta} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_n \beta t + \theta) \right]$$

- onde ζ (*razão de amortecimento*), β e θ são dados por:

$$\zeta = \frac{K_d}{2\sqrt{K_s M}}; \quad \beta = \sqrt{1 - \zeta^2}; \quad \theta = \text{tg}^{-1}(\beta/\zeta).$$

Resposta no Tempo

- Resposta de um gerador ligado a barra infinita a um degrau de 0,01 pu, com $\omega_n = 1,0 \text{ Hz}$ e $\zeta = 0,15$:



- Em sistemas de potência, a razão de amortecimento costuma ter valor baixo $\Rightarrow$ frequência não-amortecida $\omega_p = \omega_n \beta = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ é muito aproximadamente igual à frequência natural ω_n ;

- Em sistemas de potência, a razão de amortecimento costuma ter valor baixo $\Rightarrow$ frequência não-amortecida $\omega_p = \omega_n \beta = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ é muito aproximadamente igual à frequência natural ω_n ;
- Valores típicos de ω_n para o caso máquina-barra infinita situam-se no entorno de 1 Hz;

- Em sistemas de potência, a razão de amortecimento costuma ter valor baixo $\Rightarrow$ frequência não-amortecida $\omega_p = \omega_n \beta = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ é muito aproximadamente igual à frequência natural ω_n ;
- Valores típicos de ω_n para o caso máquina-barra infinita situam-se no entorno de 1 Hz;
- Esta frequência caracteriza o chamado *modo local de oscilação*: máquina oscilando contra o resto do sistema elétrico;

- Em sistemas de potência, a razão de amortecimento costuma ter valor baixo $\Rightarrow$ frequência não-amortecida $\omega_p = \omega_n \beta = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ é muito aproximadamente igual à frequência natural ω_n ;
- Valores típicos de ω_n para o caso máquina-barra infinita situam-se no entorno de 1 Hz;
- Esta frequência caracteriza o chamado *modo local de oscilação*: máquina oscilando contra o resto do sistema elétrico;
- No caso de oscilações de um grande sistema contra outro ao qual está conectado (por exemplo, Sistema Sul contra Sistema SE), temos o chamado *modo inter-área*;

- Em sistemas de potência, a razão de amortecimento costuma ter valor baixo $\Rightarrow$ frequência não-amortecida $\omega_p = \omega_n \beta = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ é muito aproximadamente igual à frequência natural ω_n ;
- Valores típicos de ω_n para o caso máquina-barra infinita situam-se no entorno de 1 Hz;
- Esta frequência caracteriza o chamado *modo local de oscilação*: máquina oscilando contra o resto do sistema elétrico;
- No caso de oscilações de um grande sistema contra outro ao qual está conectado (por exemplo, Sistema Sul contra Sistema SE), temos o chamado *modo inter-área*;
- Frequência característica do modo inter-área: substancialmente menor que a do modo local, na faixa de 0,5 Hz (observe que ω_n é inversamente proporcional a $\sqrt{M}$!).

Interpretação do Coeficiente de Potência Sincronizante

- Requisito para a estabilidade em regime permanente:

$$K_s = \frac{EV}{x_{eq}} \cos \delta_0 > 0$$

Interpretação do Coeficiente de Potência Sincronizante

- Requisito para a estabilidade em regime permanente:

$$K_s = \frac{EV}{x_{eq}} \cos \delta_0 > 0$$

- Isto significa que:

Interpretação do Coeficiente de Potência Sincronizante

- Requisito para a estabilidade em regime permanente:

$$K_s = \frac{EV}{x_{eq}} \cos \delta_0 > 0$$

- Isto significa que:
 - se δ sofre uma perturbação *positiva* $\Delta\delta$ (aumento de δ !) $\Rightarrow$ potência elétrica aumenta $\Rightarrow$ rotor da máquina desacelera $\Rightarrow \delta$ tende a diminuir;

Interpretação do Coeficiente de Potência Sincronizante

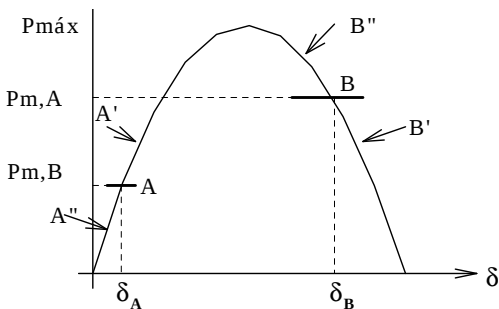
- Requisito para a estabilidade em regime permanente:

$$K_s = \frac{EV}{x_{eq}} \cos \delta_0 > 0$$

- Isto significa que:

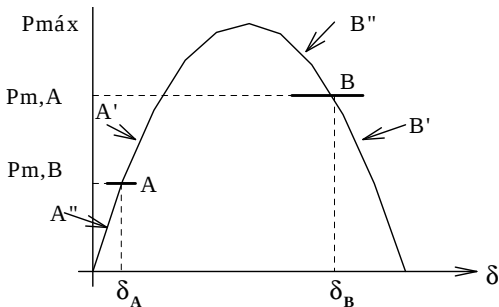
- se δ sofre uma perturbação *positiva* $\Delta\delta$ (aumento de δ !) $\Rightarrow$ potência elétrica aumenta $\Rightarrow$ rotor da máquina desacelera $\Rightarrow \delta$ tende a diminuir;
- se a $\Delta\delta$ for *negativo* (no sentido da redução de δ) $\Rightarrow P_e$ diminui $\Rightarrow$ rotor acelera $\Rightarrow \delta$ tende a aumentar.

Interpretação na Curva Potência-Ângulo



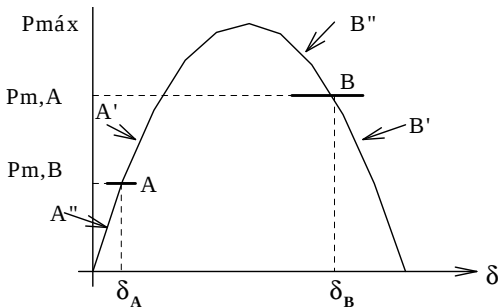
- Variações de δ : positivas (A' e B') ou negativas (A'' e B'');

Interpretação na Curva Potência-Ângulo



- Variações de δ : positivas (A' e B') ou negativas (A'' e B'');
- Ponto de operação A : *estável* (pois $K_s > 0$);

Interpretação na Curva Potência-Ângulo



- Variações de δ : positivas (A' e B') ou negativas (A'' e B'');
- Ponto de operação A : *estável* (pois $K_s > 0$);
- Ponto B é *instável*.

O Torque de Amortecimento (I)

- Métodos clássicos de avaliação da estabilidade em regime permanente concentram-se na análise dos *torques de sincronização* (*proporcionais ao ângulo de torque δ*);

O Torque de Amortecimento (I)

- Métodos clássicos de avaliação da estabilidade em regime permanente concentram-se na análise dos *torques de sincronização* (*proporcionais ao ângulo de torque δ*);
- Entretanto, os *torques de amortecimento* (*proporcionais à velocidade $\dot{\delta}$*) são igualmente importantes: K_d deve ser também > 0 para estabilidade!;

O Torque de Amortecimento (I)

- Métodos clássicos de avaliação da estabilidade em regime permanente concentram-se na análise dos *torques de sincronização* (*proporcionais ao ângulo de torque δ*);
- Entretanto, os *torques de amortecimento* (*proporcionais à velocidade $\dot{\delta}$*) são igualmente importantes: K_d deve ser também > 0 para estabilidade!;
- Tecnologia de eletrônica de potência nos sistemas de excitação $\Rightarrow$ redução acentuada dos tempos de resposta das excitatrizes:

O Torque de Amortecimento (I)

- Métodos clássicos de avaliação da estabilidade em regime permanente concentram-se na análise dos *torques de sincronização* (*proporcionais ao ângulo de torque δ*);
- Entretanto, os *torques de amortecimento* (*proporcionais à velocidade $\dot{\delta}$*) são igualmente importantes: K_d deve ser também > 0 para estabilidade!;
- Tecnologia de eletrônica de potência nos sistemas de excitação $\Rightarrow$ redução acentuada dos tempos de resposta das excitatrizes:
 - Benefício quanto à manutenção da estabilidade transitória;

O Torque de Amortecimento (I)

- Métodos clássicos de avaliação da estabilidade em regime permanente concentram-se na análise dos *torques de sincronização* (*proporcionais ao ângulo de torque δ*);
- Entretanto, os *torques de amortecimento* (*proporcionais à velocidade $\dot{\delta}$*) são igualmente importantes: K_d deve ser também > 0 para estabilidade!;
- Tecnologia de eletrônica de potência nos sistemas de excitação $\Rightarrow$ redução acentuada dos tempos de resposta das excitatrizes:
 - Benefício quanto à manutenção da estabilidade transitória;
 - Por outro lado, surge como efeito colateral a *redução dos torques de amortecimento* do sistema;

O Torque de Amortecimento (I)

- Métodos clássicos de avaliação da estabilidade em regime permanente concentram-se na análise dos *torques de sincronização* (*proporcionais ao ângulo de torque δ*);
- Entretanto, os *torques de amortecimento* (*proporcionais à velocidade $\dot{\delta}$*) são igualmente importantes: K_d deve ser também > 0 para estabilidade!;
- Tecnologia de eletrônica de potência nos sistemas de excitação $\Rightarrow$ redução acentuada dos tempos de resposta das excitatrizes:
 - Benefício quanto à manutenção da estabilidade transitória;
 - Por outro lado, surge como efeito colateral a *redução dos torques de amortecimento* do sistema;
- Em sistemas com linhas de transmissão longas, situações de baixo amortecimento tendem a se manifestar em condições de carga pesada;

O Torque de Amortecimento (I)

- Métodos clássicos de avaliação da estabilidade em regime permanente concentram-se na análise dos *torques de sincronização* (*proporcionais ao ângulo de torque δ*);
- Entretanto, os *torques de amortecimento* (*proporcionais à velocidade $\dot{\delta}$*) são igualmente importantes: K_d deve ser também > 0 para estabilidade!;
- Tecnologia de eletrônica de potência nos sistemas de excitação $\Rightarrow$ redução acentuada dos tempos de resposta das excitatrizes:
 - Benefício quanto à manutenção da estabilidade transitória;
 - Por outro lado, surge como efeito colateral a *redução dos torques de amortecimento* do sistema;
- Em sistemas com linhas de transmissão longas, situações de baixo amortecimento tendem a se manifestar em condições de carga pesada;
- Oscilações sustentadas dos fluxos de potência nas linhas $\Rightarrow$ possível atuação da proteção $\Rightarrow$ saída de operação de linhas de transmissão importantes.

O Torque de Amortecimento (II)

- *Dilema*: como manter os benefícios dos sistemas de excitação rápidos e ainda dispor de amortecimento suficiente para operação segura em regime permanente?

O Torque de Amortecimento (II)

- *Dilema*: como manter os benefícios dos sistemas de excitação rápidos e ainda dispor de amortecimento suficiente para operação segura em regime permanente?
- *Solução*: sofisticação dos controles ligados ao sistema de excitação.

O Torque de Amortecimento (II)

- *Dilema*: como manter os benefícios dos sistemas de excitação rápidos e ainda dispor de amortecimento suficiente para operação segura em regime permanente?
- *Solução*: sofisticação dos controles ligados ao sistema de excitação.
- Introdução de malhas de controle e dispositivos adicionais para produção de torque de amortecimento capaz de assegurar rápida absorção das oscilações de ângulo que sucedem às variações normais de carga;

O Torque de Amortecimento (II)

- *Dilema*: como manter os benefícios dos sistemas de excitação rápidos e ainda dispor de amortecimento suficiente para operação segura em regime permanente?
- *Solução*: sofisticação dos controles ligados ao sistema de excitação.
- Introdução de malhas de controle e dispositivos adicionais para produção de torque de amortecimento capaz de assegurar rápida absorção das oscilações de ângulo que sucedem às variações normais de carga;
- Tais dispositivos são chamados *Estabilizadores de Sistemas de Potência (ESPs)*;

O Torque de Amortecimento (II)

- *Dilema*: como manter os benefícios dos sistemas de excitação rápidos e ainda dispor de amortecimento suficiente para operação segura em regime permanente?
- *Solução*: sofisticação dos controles ligados ao sistema de excitação.
- Introdução de malhas de controle e dispositivos adicionais para produção de torque de amortecimento capaz de assegurar rápida absorção das oscilações de ângulo que sucedem às variações normais de carga;
- Tais dispositivos são chamados *Estabilizadores de Sistemas de Potência (ESPs)*;
- O projeto integrado de ESPs em sistemas de grande porte é problema importante e atual para os engenheiros de controle das empresas geradoras de energia elétrica