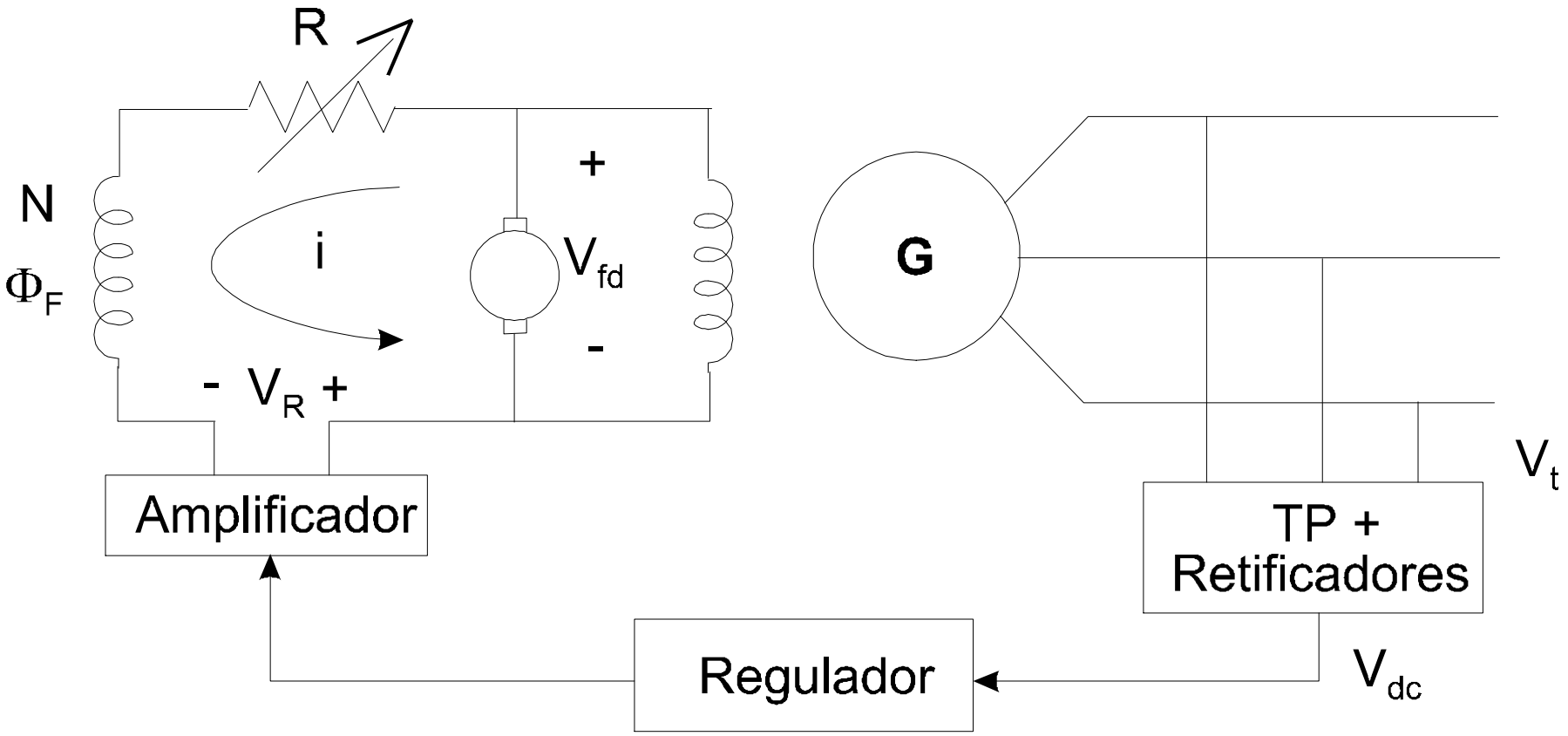
Modelagem e Análise de um Sistema de Excitação Convencional

Prof. Antonio Simões Costa

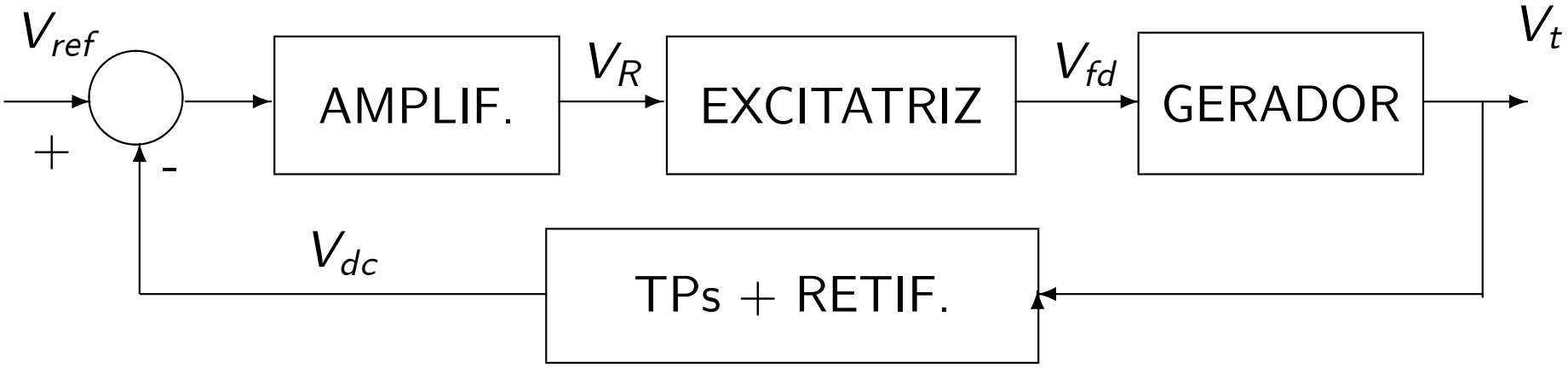
Grupo Sist. Potência - UFSC

Sistema de excitação com amplificador rotativo



- Componentes: TPs+Retificadores, Amplificador Rotativo, Excitatriz, Gerador.

Diagrama de Blocos



Transformadores de Potencial e Retificadores

- Filtro modelado como função de transferência de primeira ordem (ganho e constante de tempo);

Transformadores de Potencial e Retificadores

- Filtro modelado como função de transferência de primeira ordem (ganho e constante de tempo);
- Saída do filtro: tensão contínua proporcional à tensão terminal do gerador;

Transformadores de Potencial e Retificadores

- Filtro modelado como função de transferência de primeira ordem (ganho e constante de tempo);
- Saída do filtro: tensão contínua proporcional à tensão terminal do gerador;
- Entrada: tensão terminal do gerador;

Transformadores de Potencial e Retificadores

- Filtro modelado como função de transferência de primeira ordem (ganho e constante de tempo);
- Saída do filtro: tensão contínua proporcional à tensão terminal do gerador;
- Entrada: tensão terminal do gerador;
- Função de transferência:

$$\frac{v_{dc}(s)}{v_t(s)} = \frac{K_R}{1 + sT_R}$$

Transformadores de Potencial e Retificadores

- Filtro modelado como função de transferência de primeira ordem (ganho e constante de tempo);
- Saída do filtro: tensão contínua proporcional à tensão terminal do gerador;
- Entrada: tensão terminal do gerador;
- Função de transferência:

$$\frac{v_{dc}(s)}{v_t(s)} = \frac{K_R}{1 + sT_R}$$

- Parâmetros:

Transformadores de Potencial e Retificadores

- Filtro modelado como função de transferência de primeira ordem (ganho e constante de tempo);
- Saída do filtro: tensão contínua proporcional à tensão terminal do gerador;
- Entrada: tensão terminal do gerador;
- Função de transferência:

$$\frac{v_{dc}(s)}{v_t(s)} = \frac{K_R}{1 + sT_R}$$

- Parâmetros:
  - K_R : ganho unitário;

Transformadores de Potencial e Retificadores

- Filtro modelado como função de transferência de primeira ordem (ganho e constante de tempo);
- Saída do filtro: tensão contínua proporcional à tensão terminal do gerador;
- Entrada: tensão terminal do gerador;
- Função de transferência:

$$\frac{v_{dc}(s)}{v_t(s)} = \frac{K_R}{1 + sT_R}$$

- Parâmetros:
  - K_R : ganho unitário;
  - T_R : pequena constante de tempo $(0 \leq T_R \leq 0,06)$.

Amplificador Rotativo

- Representado por função de transferência de primeira ordem, com ganho K_A e constante de tempo T_A;

Amplificador Rotativo

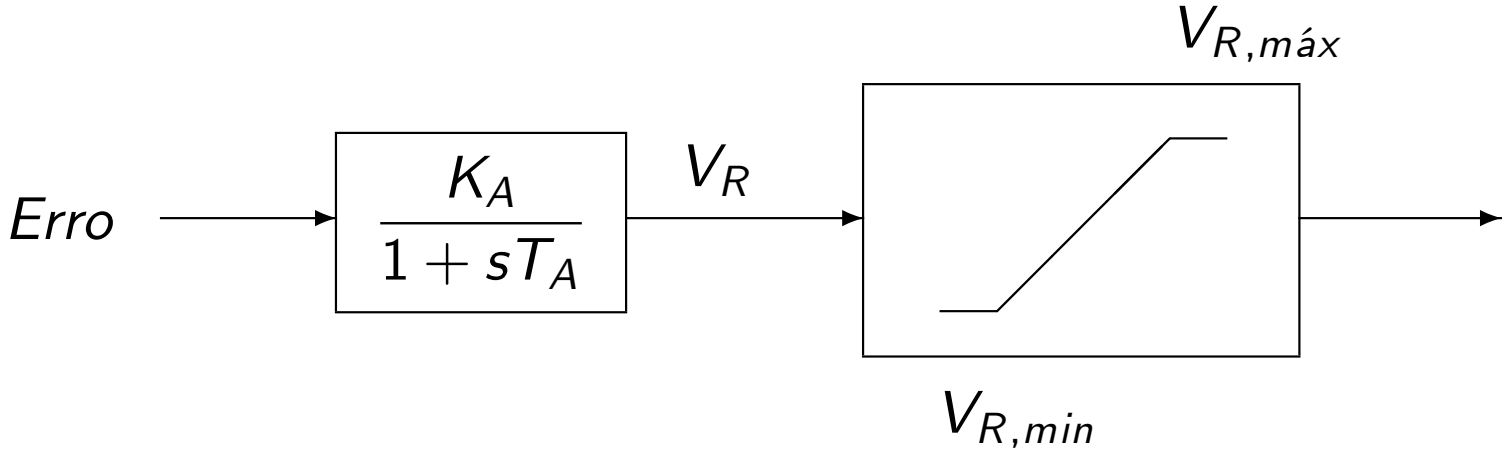
- Representado por função de transferência de primeira ordem, com ganho K_A e constante de tempo T_A;
- Em geral, $25 \leq K_A \leq 50$, e $0,06 \leq T_A \leq 0,20$;

Amplificador Rotativo

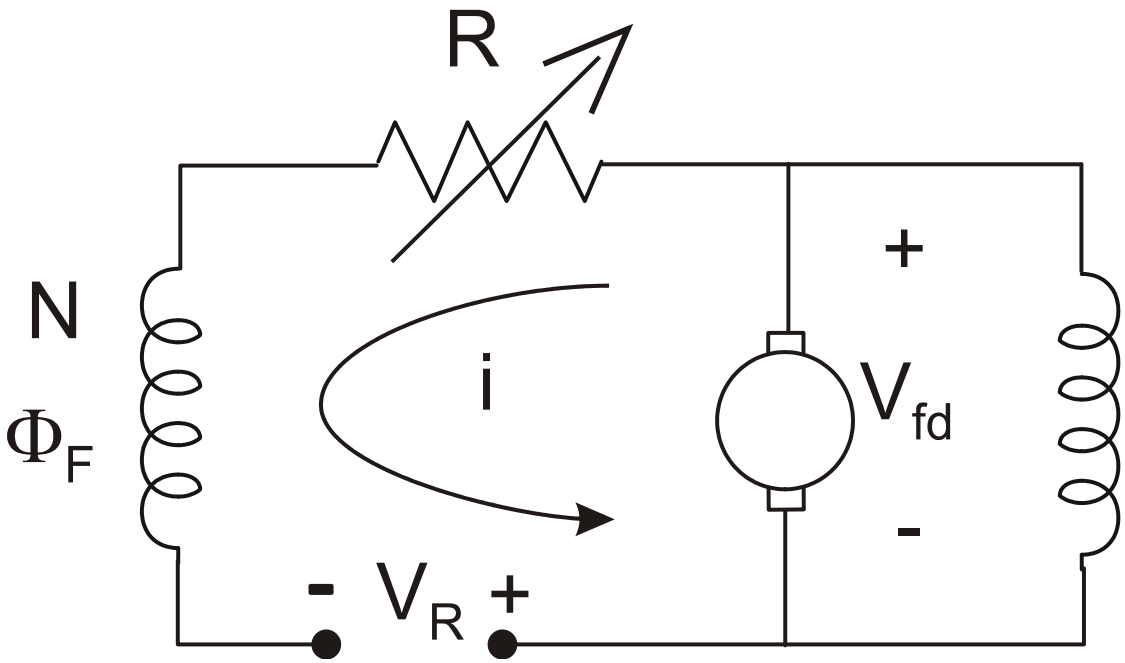
- Representado por função de transferência de primeira ordem, com ganho K_A e constante de tempo T_A;
- Em geral, $25 \leq K_A \leq 50$, e $0,06 \leq T_A \leq 0,20$;
- É também importante impor *limites máximo e mínimo* sobre a saída do amplificador, para que o modelo não produza saídas que excedam limitações práticas;

Amplificador Rotativo

- Representado por função de transferência de primeira ordem, com ganho K_A e constante de tempo T_A;
- Em geral, $25 \leq K_A \leq 50$, e $0,06 \leq T_A \leq 0,20$;
- É também importante impor *limites máximo e mínimo* sobre a saída do amplificador, para que o modelo não produza saídas que excedam limitações práticas;
- Modelo do amplificador:



Modelagem da Excitatriz: Equação do circuito de campo



- Aplicando a 2a. lei de Kirchhoff ao circuito de campo da excitatriz:

$$N\frac{d\phi_F}{dt} + Ri = v_{fd} + v_R$$

onde ϕ_F é o fluxo magnético que enlaça o enrolamento de campo.

Modelagem da Excitatriz DC: fluxos magnéticos

- Modelo contém 4 variáveis, mas deseja-se relacionar apenas v_R e v_{fd};

$$N\frac{d\phi_F}{dt} + Ri = v_{fd} + v_R$$

Modelagem da Excitatriz DC: fluxos magnéticos

- Modelo contém 4 variáveis, mas deseja-se relacionar apenas v_R e v_{fd};

$$N\frac{d\phi_F}{dt} + Ri = v_{fd} + v_R$$

- Supondo ω constante, v_{fd} é função linear do fluxo no entreferro, ϕ_{ef}:

$$v_{fd} = k\ \phi_{ef}$$

Modelagem da Excitatriz DC: fluxos magnéticos

- Modelo contém 4 variáveis, mas deseja-se relacionar apenas v_R e v_{fd};

$$N\frac{d\phi_F}{dt} + Ri = v_{fd} + v_R$$

- Supondo ω constante, v_{fd} é função linear do fluxo no entreferro, ϕ_{ef}:

$$v_{fd} = k\ \phi_{ef}$$

- Se ϕ_{disp} é o fluxo de dispersão, pode-se escrever:

$$\phi_F = \phi_{ef} + \phi_{disp}$$

Modelagem da Excitatriz DC: fluxos magnéticos

- Modelo contém 4 variáveis, mas deseja-se relacionar apenas v_R e v_{fd};

$$N\frac{d\phi_F}{dt} + Ri = v_{fd} + v_R$$

- Supondo ω constante, v_{fd} é função linear do fluxo no entreferro, ϕ_{ef}:

$$v_{fd} = k\ \phi_{ef}$$

- Se ϕ_{disp} é o fluxo de dispersão, pode-se escrever:

$$\phi_F = \phi_{ef} + \phi_{disp}$$

- ϕ_{disp} é uma pequena fração, *considerada fixa*, do fluxo de campo $\Rightarrow$ ϕ_{ef} é fração fixa $1/\sigma$ de ϕ_F :

$$\phi_F = \sigma\ \phi_{ef} \Longrightarrow \phi_F = (\frac{\sigma}{k}) \times v_{fd}$$

Modelagem da Excitatriz DC: fluxos magnéticos

- Modelo contém 4 variáveis, mas deseja-se relacionar apenas v_R e v_{fd};

$$N\frac{d\phi_F}{dt} + Ri = v_{fd} + v_R$$

- Supondo ω constante, v_{fd} é função linear do fluxo no entreferro, ϕ_{ef}:

$$v_{fd} = k\ \phi_{ef}$$

- Se ϕ_{disp} é o fluxo de dispersão, pode-se escrever:

$$\phi_F = \phi_{ef} + \phi_{disp}$$

- ϕ_{disp} é uma pequena fração, *considerada fixa*, do fluxo de campo $\Rightarrow$ ϕ_{ef} é fração fixa $1/\sigma$ de ϕ_F :

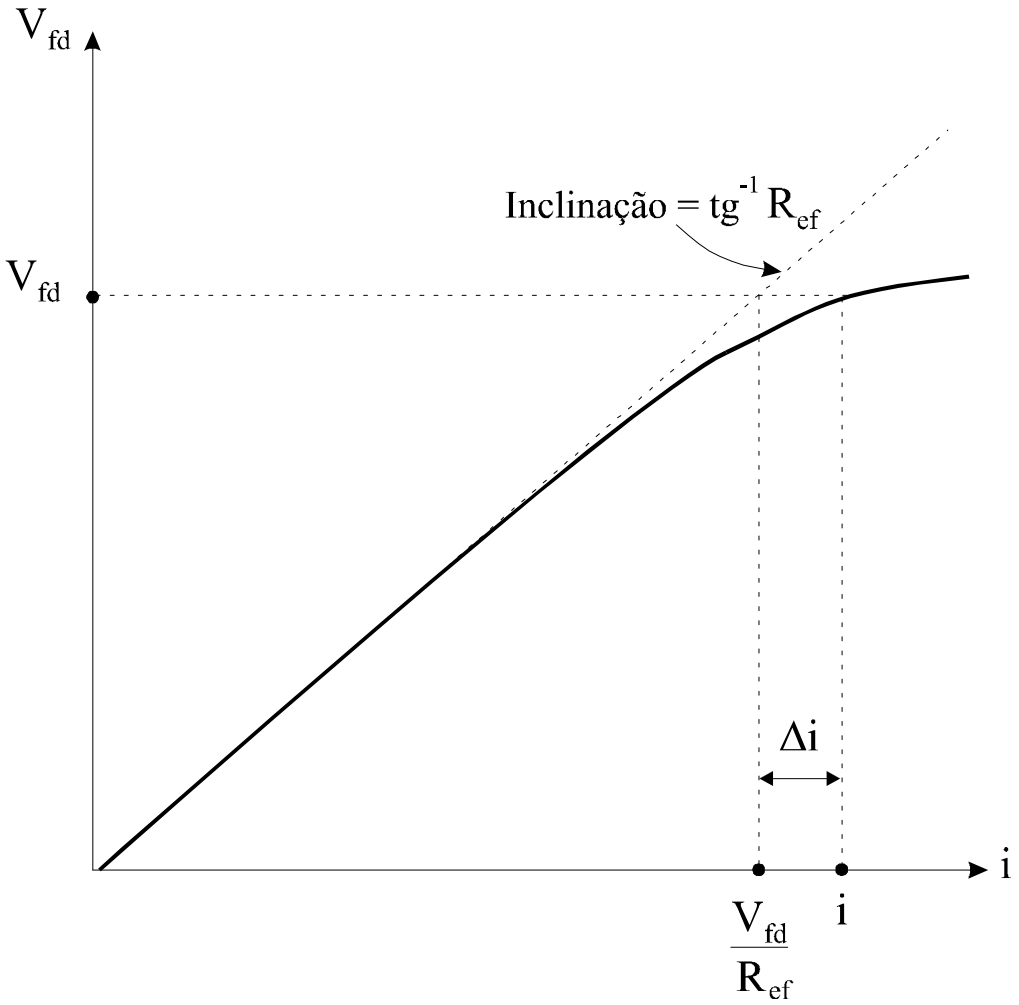
$$\phi_F = \sigma\ \phi_{ef} \Longrightarrow \phi_F = (\frac{\sigma}{k}) \times v_{fd}$$

- Definindo $T_E \stackrel{\Delta}{=} (N\ \sigma)/k$:

$$T_E\frac{dv_{fd}}{dt} + R\ i = v_{fd} + v_R$$

Modelagem da Excitatriz DC: efeito da saturação (I)

- Relação entre a corrente i e v_{fd} é afetada pela saturação magnética do núcleo da armadura:



Modelagem da Excitatriz DC: efeito da saturação (II)

- $S_E^{'}(v_{fd})$: função não-linear que representa o acréscimo de corrente de campo exigido pela saturação para uma dada tensão v_{fd} :

$$\Delta i = S_E'(v_{fd}) \times v_{fd}$$

Modelagem da Excitatriz DC: efeito da saturação (II)

- $S_E^{'}(v_{fd})$: função não-linear que representa o acréscimo de corrente de campo exigido pela saturação para uma dada tensão v_{fd} :

$$\Delta i = S_E'(v_{fd}) \times v_{fd}$$

- Se R_{ef} é a inclinação da linha do entreferro da máquina, a corrente total necessária para produzir v_{fd} será dada por:

$$i = \frac{1}{R_{ef}} \times v_{fd} + S_E'(v_{fd}) \times v_{fd}$$

Modelagem da Excitatriz DC: efeito da saturação (II)

- $S_E^{'}(v_{fd})$: função não-linear que representa o acréscimo de corrente de campo exigido pela saturação para uma dada tensão v_{fd} :

$$\Delta i = S_E'(v_{fd}) \times v_{fd}$$

- Se R_{ef} é a inclinação da linha do entreferro da máquina, a corrente total necessária para produzir v_{fd} será dada por:

$$i = \frac{1}{R_{ef}} \times v_{fd} + S_E'(v_{fd}) \times v_{fd}$$

- Logo a equação:

$$T_E \frac{dv_{fd}}{dt} + R\ i = v_{fd} + v_R$$

Modelagem da Excitatriz DC: efeito da saturação (II)

- $S_E^{'}(v_{fd})$: função não-linear que representa o acréscimo de corrente de campo exigido pela saturação para uma dada tensão v_{fd} :

$$\Delta i = S_E'(v_{fd}) \times v_{fd}$$

- Se R_{ef} é a inclinação da linha do entreferro da máquina, a corrente total necessária para produzir v_{fd} será dada por:

$$i = \frac{1}{R_{ef}} \times v_{fd} + S_E'(v_{fd}) \times v_{fd}$$

- Logo a equação:

$$T_E \frac{dv_{fd}}{dt} + R\ i = v_{fd} + v_R$$

torna-se

$$T_E \frac{dv_{fd}}{dt} + \underbrace{\left(\frac{R}{R_{ef}} - 1\right)}_{K_E} v_{fd} = v_R - \underbrace{R\ S_E'(v_{fd})}_{S_E(v_{fd})}\ v_{fd}$$

Função de Transferência da Excitatriz

- Modelo no domínio do tempo:

$$T_E \frac{dv_{fd}}{dt} + K_E v_{fd} = v_R - S_E(v_{fd}) v_{fd}$$

Função de Transferência da Excitatriz

- Modelo no domínio do tempo:

$$T_E \frac{dv_{fd}}{dt} + K_E v_{fd} = v_R - S_E(v_{fd}) v_{fd}$$

- Aplicando transformada de Laplace com condiçoes iniciais = 0:

$$(sT_E + K_E)\, v_{fd}(s) = v_R(s) - S_E(v_{fd})\; v_{fd}(s)$$

Função de Transferência da Excitatriz

- Modelo no domínio do tempo:

$$T_E \frac{dv_{fd}}{dt} + K_E v_{fd} = v_R - S_E(v_{fd}) v_{fd}$$

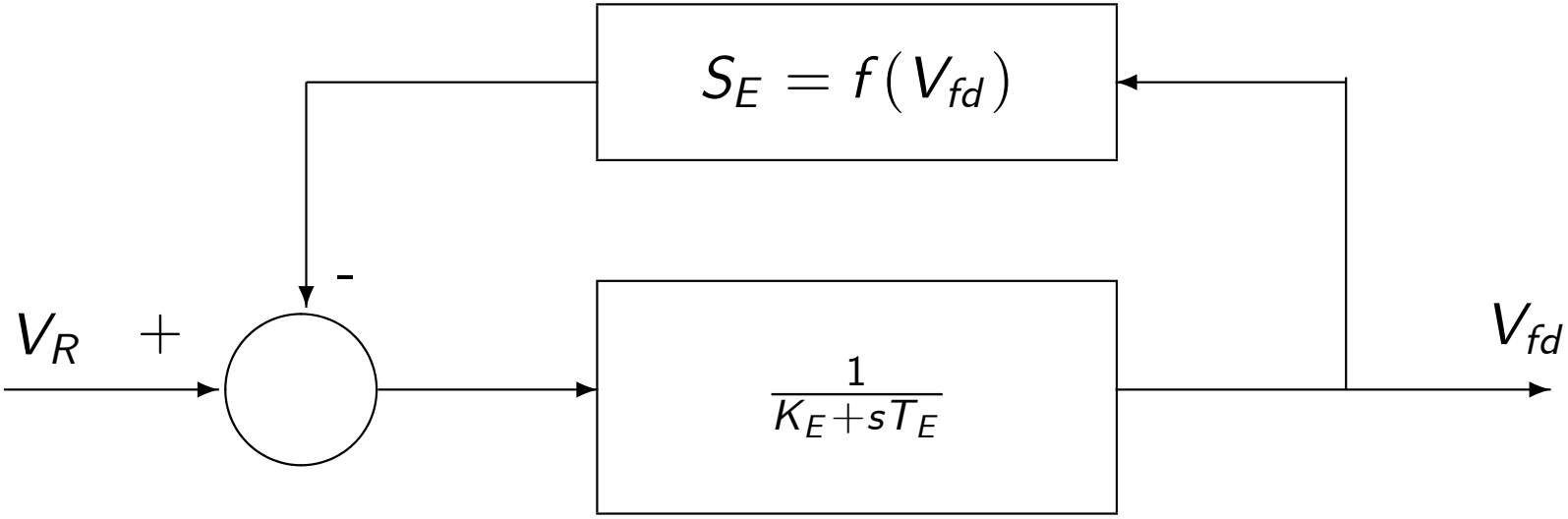
- Aplicando transformada de Laplace com condiçoes iniciais = 0:

$$(sT_E + K_E)\, v_{fd}(s) = v_R(s) - S_E(v_{fd})\; v_{fd}(s)$$

ou

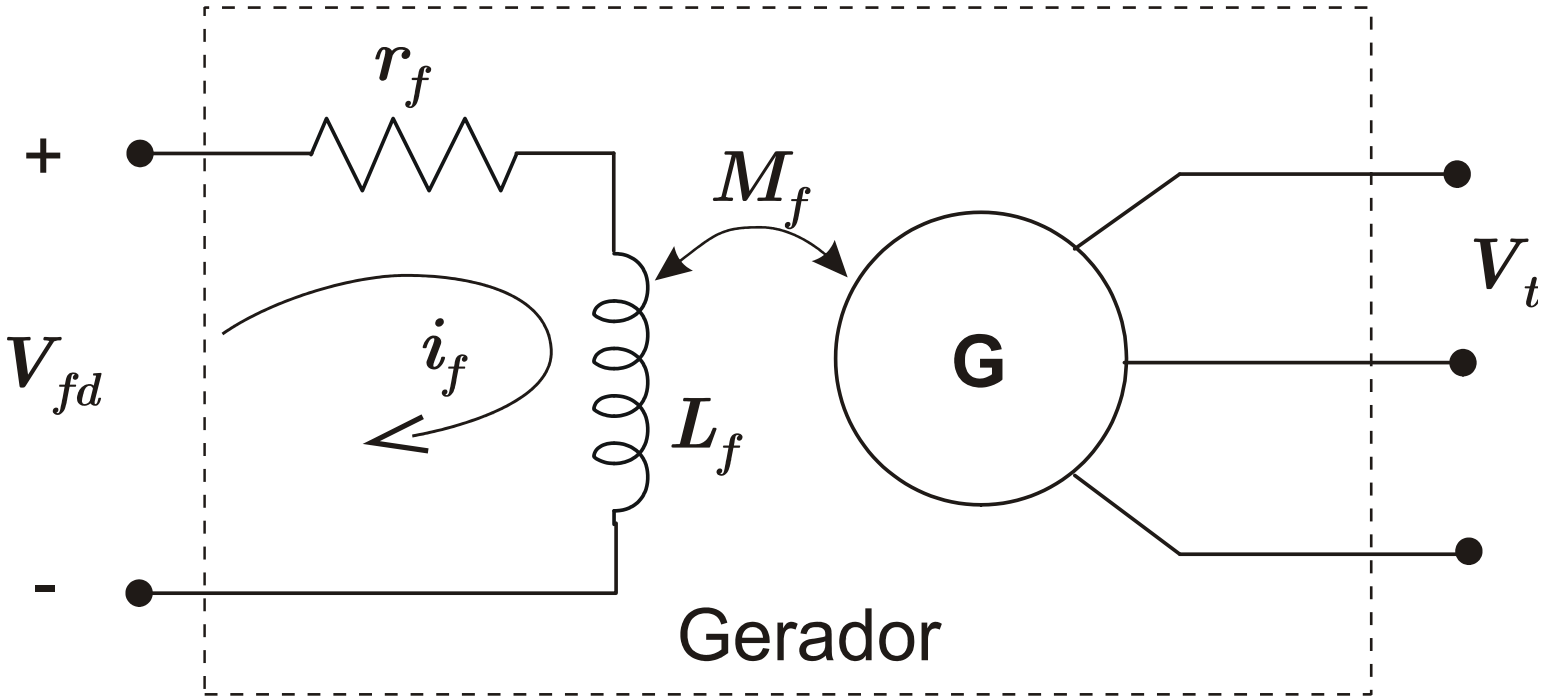
$$v_{fd}(s) = \frac{v_R(s)}{K_E \;+\; s\; T_E} - \frac{S_E(v_{fd})\; v_{fd}(s)}{K_E \;+\; s\; T_E}$$

Diagrama de Blocos da Excitatriz



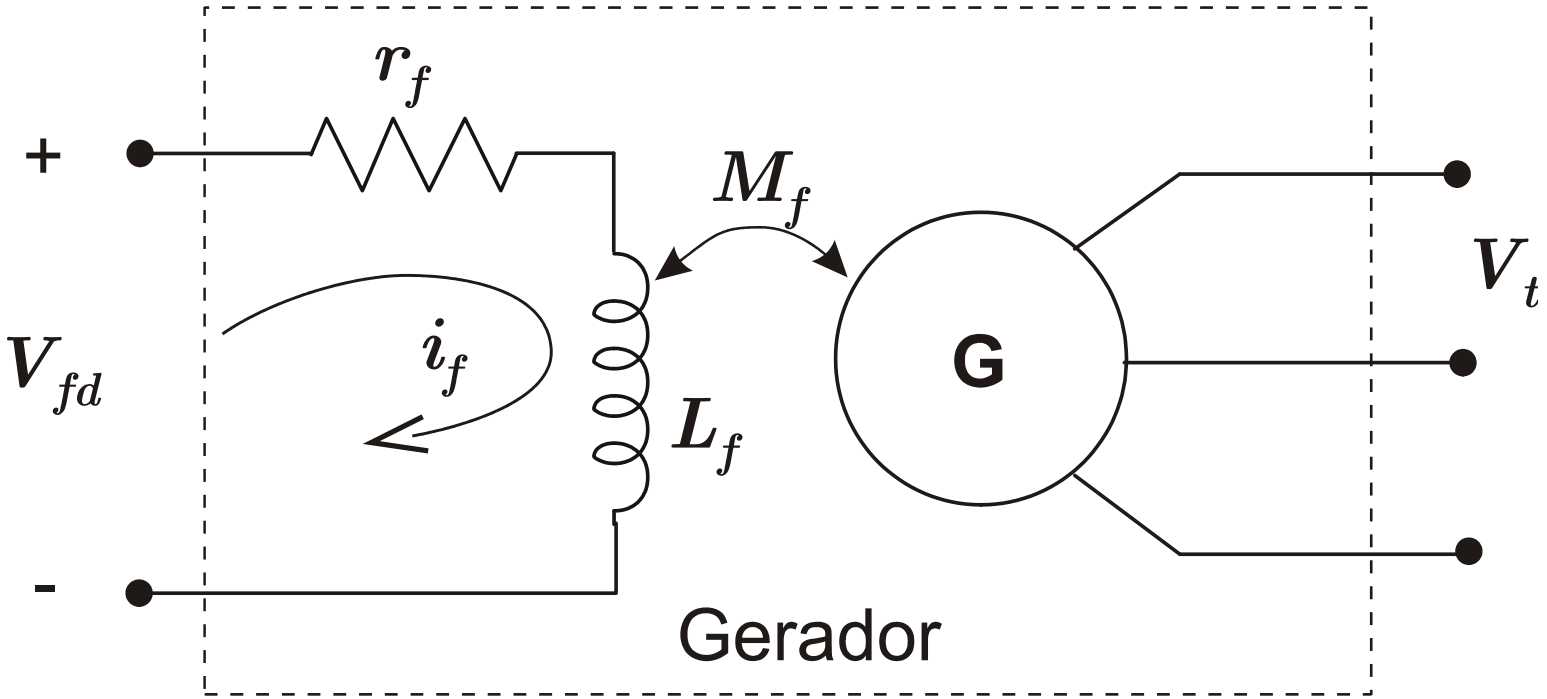
Modelo do Gerador (I)

- Considera-se inicialmente máquina operando a vazio:



Modelo do Gerador (I)

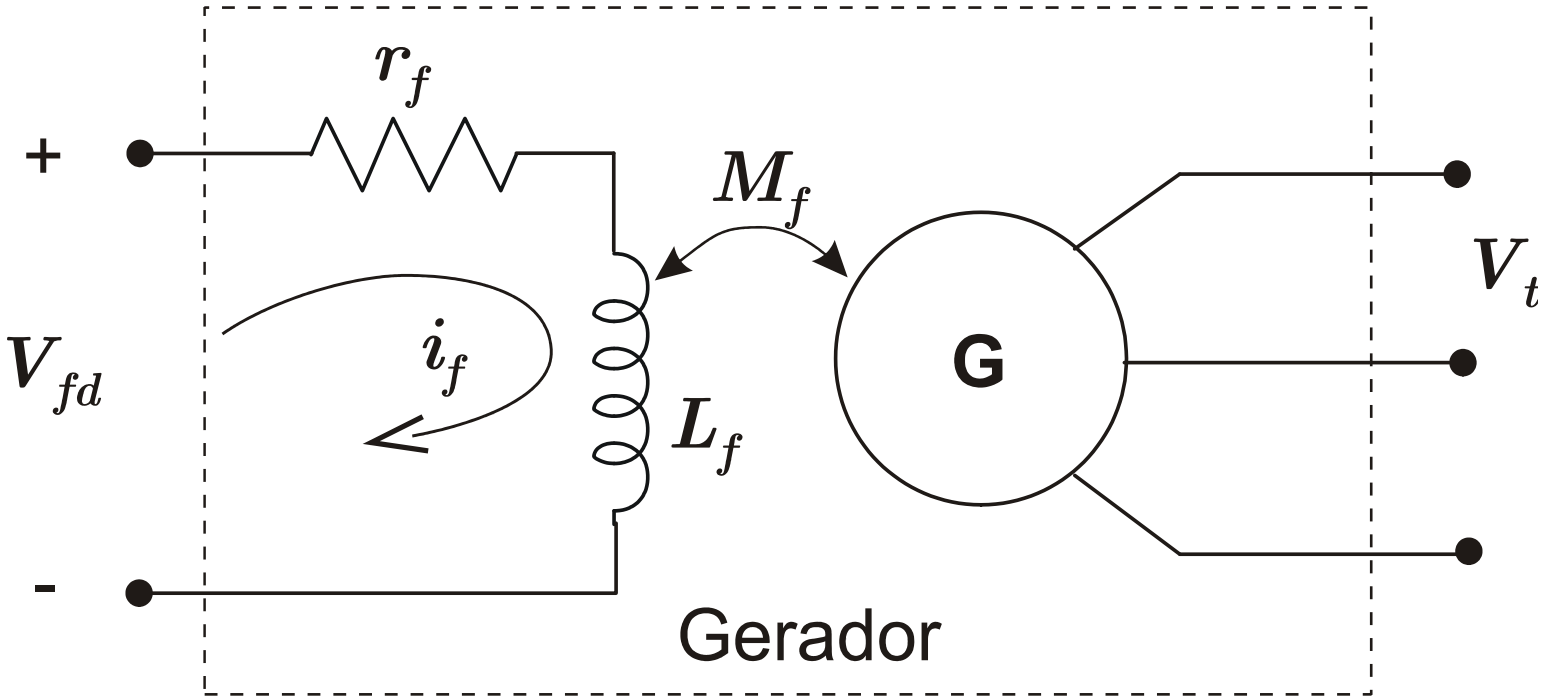
- Considera-se inicialmente máquina operando a vazio:



- r_f, L_f, M_f : resistência, indutância própria do campo e indutância mútua campo-armadura;

Modelo do Gerador (I)

- Considera-se inicialmente máquina operando a vazio:



- r_f, L_f, M_f : resistência, indutância própria do campo e indutância mútua campo-armadura;
- Equações do modelo:

$$L_f \ \frac{di_f}{dt} + r_f \ i_f = v_{fd} \qquad v_t = E_q = \omega \ M_f \ i_f$$

Modelo do Gerador (II)

- Substituindo $i_f = v_t/\omega\ M_f$ na equação do campo do gerador:

$$\frac{L_f}{r_f}\ \frac{di_f}{dt} + i_f = \frac{1}{r_f} v_{fd} \quad \Rightarrow \quad \underbrace{\frac{L_f}{r_f}}_{T_G}\ \frac{dv_t}{dt} \quad + \quad v_t \quad = \quad \underbrace{\frac{\omega\ M_f}{r_f}}_{K_G} v_{fd}$$

Modelo do Gerador (II)

- Substituindo $i_f = v_t/\omega\ M_f$ na equação do campo do gerador:

$$\frac{L_f}{r_f}\ \frac{di_f}{dt} + i_f = \frac{1}{r_f} v_{fd} \quad \Rightarrow \quad \underbrace{\frac{L_f}{r_f}}_{T_G}\ \frac{dv_t}{dt} \quad + \quad v_t \quad = \quad \underbrace{\frac{\omega\ M_f}{r_f}}_{K_G} v_{fd}$$

- Aplicando transformada de Laplace com condiçoes iniciais = 0:

$$(sT_G + 1)\, v_t(s) = K_G\ v_{fd}(s)) \Rightarrow \boxed{\frac{v_t(s)}{v_{fd}(s)} = \frac{K_G}{1+sT_G}}$$

Modelo do Gerador (II)

- Substituindo $i_f = v_t/\omega\ M_f$ na equação do campo do gerador:

$$\frac{L_f}{r_f}\ \frac{di_f}{dt} + i_f = \frac{1}{r_f} v_{fd} \quad \Rightarrow \quad \underbrace{\frac{L_f}{r_f}}_{T_G}\ \frac{dv_t}{dt} \quad + \quad v_t \quad = \quad \underbrace{\frac{\omega\ M_f}{r_f}}_{K_G} v_{fd}$$

- Aplicando transformada de Laplace com condiçoes iniciais = 0:

$$(sT_G + 1)\, v_t(s) = K_G\ v_{fd}(s)) \Rightarrow \boxed{\frac{v_t(s)}{v_{fd}(s)} = \frac{K_G}{1+sT_G}}$$

- Na condição de máquina a vazio, T_G é a *constante de tempo transitória de eixo direto em circuito aberto*, T'_{do};

Modelo do Gerador (II)

- Substituindo $i_f = v_t/\omega\ M_f$ na equação do campo do gerador:

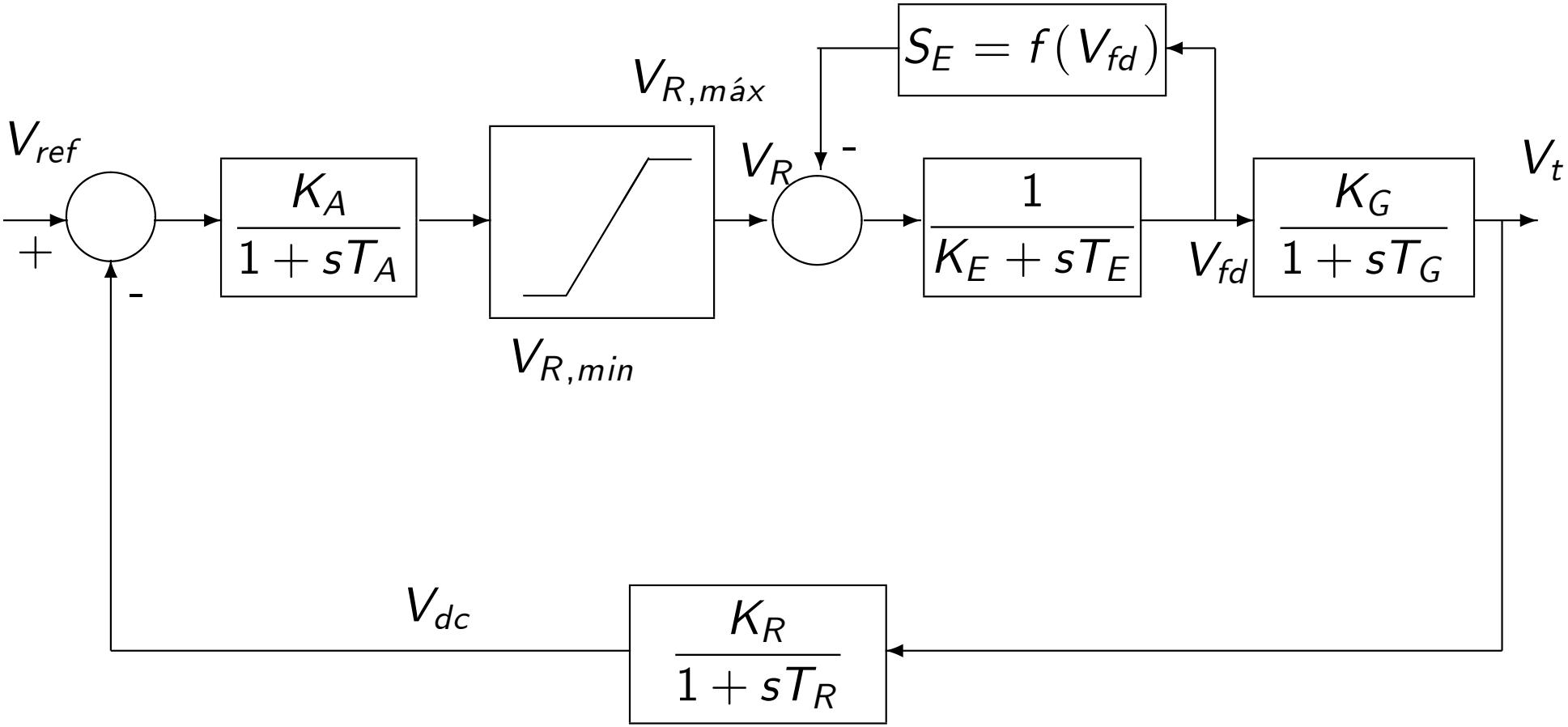
$$\frac{L_f}{r_f}\ \frac{di_f}{dt} + i_f = \frac{1}{r_f} v_{fd} \quad \Rightarrow \quad \underbrace{\frac{L_f}{r_f}}_{T_G}\ \frac{dv_t}{dt} \quad + \quad v_t \quad = \quad \underbrace{\frac{\omega\ M_f}{r_f}}_{K_G} v_{fd}$$

- Aplicando transformada de Laplace com condiçoes iniciais = 0:

$$(sT_G + 1)\, v_t(s) = K_G\ v_{fd}(s)) \Rightarrow \boxed{\frac{v_t(s)}{v_{fd}(s)} = \frac{K_G}{1+sT_G}}$$

- Na condição de máquina a vazio, T_G é a *constante de tempo transitória de eixo direto em circuito aberto*, T'_{do};
- Se o modelo for aplicado como uma aproximação para o caso de máquina sob carga, $T_G < T'_{do}$.

Diagrama de Blocos Completo do Sistema de Excitação



Análise da Estabilidade do Sistema de Excitação (I)

Função de Transferência em Malha Aberta

- Desprezando os blocos não-lineares, a função de transferência *em malha aberta* é:

$$KGH(s) = \frac{K_A \; K_G \; K_R}{(1 \; + \; s \; T_A)(K_E \; + \; s \; T_E)(1 \; + \; s \; T_G)(1 \; + \; s \; T_R)}$$

Análise da Estabilidade do Sistema de Excitação (I)

Função de Transferência em Malha Aberta

- Desprezando os blocos não-lineares, a função de transferência *em malha aberta* é:

$$KGH(s) = \frac{K_A \; K_G \; K_R}{(1 \; + \; s \; T_A)(K_E \; + \; s \; T_E)(1 \; + \; s \; T_G)(1 \; + \; s \; T_R)}$$

- Valores típicos para os parâmetros (K_A variável):

$$\begin{array}{llll} T_A = 0,1 \; s & T_G = 1,0 \; s & K_R = 1,0 \; s & K_G = 1,0 \; s \\ T_E = 0,5 \; s & T_R = 0,05 \; s & K_E = -0.05 \; s & \end{array}$$

Análise da Estabilidade do Sistema de Excitação (I)

Função de Transferência em Malha Aberta

- Desprezando os blocos não-lineares, a função de transferência *em malha aberta* é:

$$KGH(s) = \frac{K_A \; K_G \; K_R}{(1 \; + \; s \; T_A)(K_E \; + \; s \; T_E)(1 \; + \; s \; T_G)(1 \; + \; s \; T_R)}$$

- Valores típicos para os parâmetros (K_A variável):

$$\begin{array}{llll} T_A = 0,1 \; s & T_G = 1,0 \; s & K_R = 1,0 \; s & K_G = 1,0 \; s \\ T_E = 0,5 \; s & T_R = 0,05 \; s & K_E = -0.05 \; s & \end{array}$$

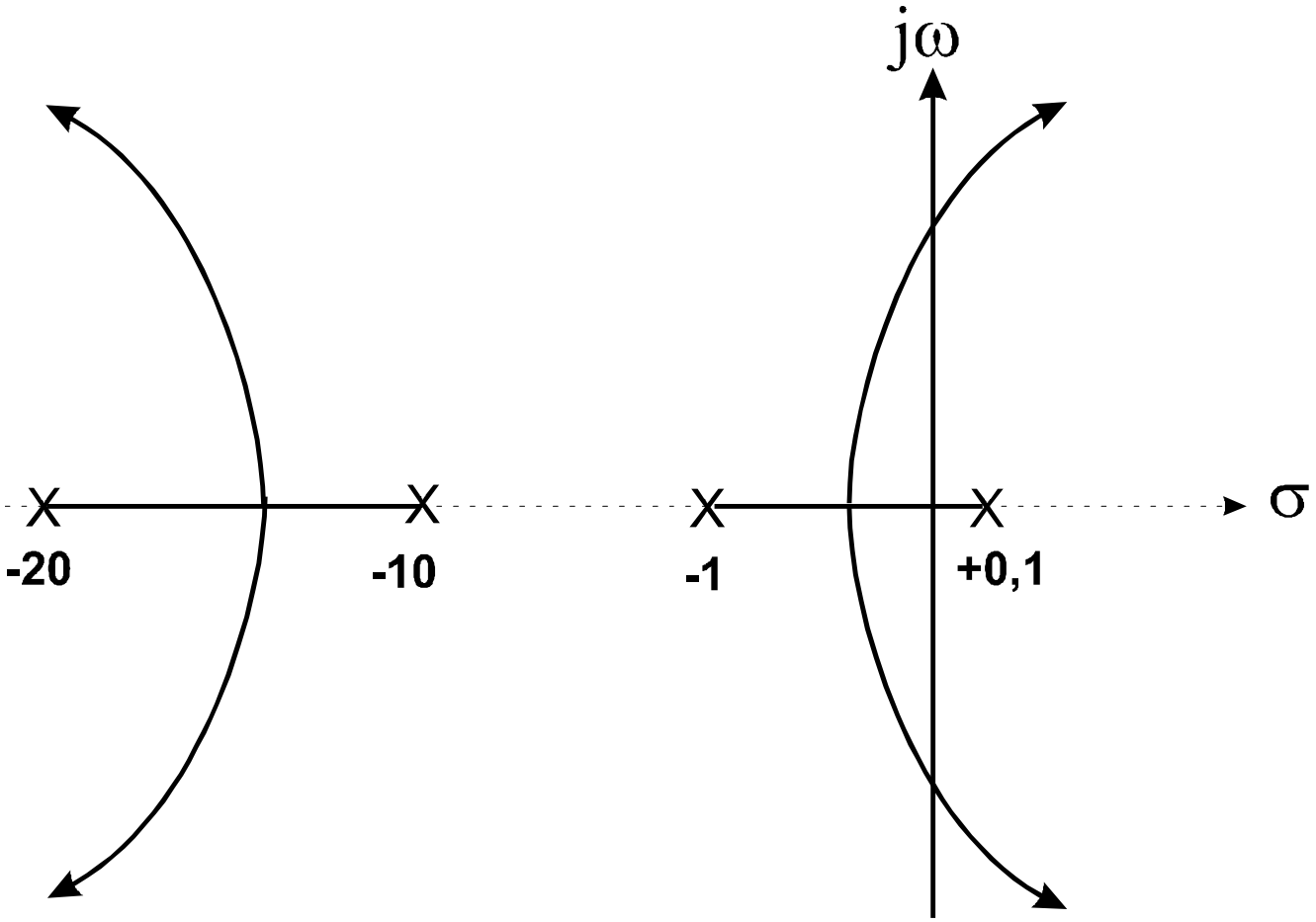
- *FTMA* com valores numéricos:

$$KGH(s) = \frac{400 \; K_A}{(s+10)(s-0,1)(s+1)(s+20)}$$

Análise da Estabilidade do Sistema de Excitação(II)

Lugar Geométrico das Raízes

- O lugar geométrico das raízes de malha fechada pode ser obtido de $KGH(s)$, para K_A variando de 0 a ∞:



Análise da Estabilidade do Sistema de Excitação (III)

Equação característica e limites de estabilidade

- A equação característica do sistema em malha fechada é

$$s^4 + 30,9\ s^3 + 226,9\ s^2 + 177\ s + (400K_A - 20) = 0$$

Análise da Estabilidade do Sistema de Excitação (III)

Equação característica e limites de estabilidade

- A equação característica do sistema em malha fechada é

$$s^4 + 30,9\ s^3 + 226,9\ s^2 + 177\ s + (400K_A - 20) = 0$$

- Com $\bar{K} \triangleq 400K_A - 20$, o arranjo de Routh-Hurwitz correspondente é:

$$\begin{array}{c|lll}
s^4 & 1 & 226,9 & \bar{K} \\
s^3 & 30,9 & 177 & \\
s^2 & 221,2 & \bar{K} & \\
s^1 & 177 - 0,14\bar{K} & & \\
s^0 & \bar{K} & &
\end{array}$$

Análise da Estabilidade do Sistema de Excitação (III)

Equação característica e limites de estabilidade

- A equação característica do sistema em malha fechada é

$$s^4 + 30,9\ s^3 + 226,9\ s^2 + 177\ s + (400K_A - 20) = 0$$

- Com $\bar{K} \triangleq 400K_A - 20$, o arranjo de Routh-Hurwitz correspondente é:

$$\begin{array}{c|lll} s^4 & 1 & 226,9 & \bar{K} \\ s^3 & 30,9 & 177 & \\ s^2 & 221,2 & \bar{K} & \\ s^1 & 177 - 0,14\bar{K} & & \\ s^0 & \bar{K} & & \end{array}$$

- As condições para estabilidade são:

$$\left.\begin{array}{lll} 0,14\bar{K} < 177 & \Rightarrow & \bar{K} < 1266 \\ \bar{K} > 0 & \Rightarrow & 400K_A - 20 > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{3,21 \ > \ K_A \ > \ 0,05}$$

Análise da Estabilidade do Sistema de Excitação (IV)

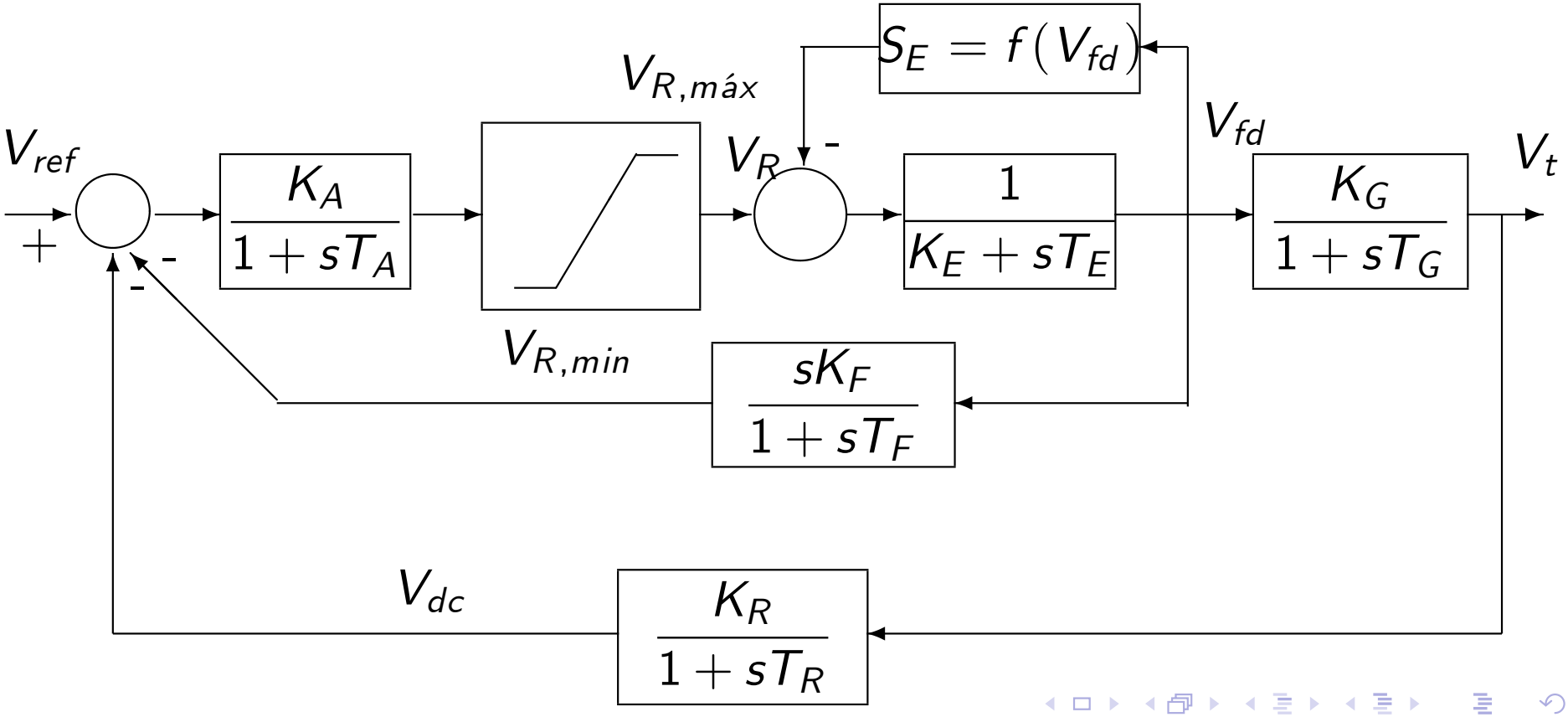
Necessidade de compensação

- As restrições de estabilidade em MF impõem uma faixa muito restrita para variação de $K_A \Rightarrow$ necessidade de compensação;

Análise da Estabilidade do Sistema de Excitação (IV)

Necessidade de compensação

- As restrições de estabilidade em MF impõem uma faixa muito restrita para variação de $K_A \Rightarrow$ necessidade de compensação;
- Estratégia tradicional: compensador de características derivativas em malha de realimentação secundária:



Projeto d Compensador para Sistema de Excitação

- Visa determinar os parâmetros T_F e K_F do compensador derivativo:

$$C(s) = \frac{s\ K_F}{1 + s\ T_F}$$

Projeto d Compensador para Sistema de Excitação

- Visa determinar os parâmetros T_F e K_F do compensador derivativo:

$$C(s) = \frac{s\ K_F}{1 + s\ T_F}$$

- O projeto pode ser realizado mediante o uso de técnicas de projeto baseadas no Lugar Geométrico das Raízes;

Projeto d Compensador para Sistema de Excitação

- Visa determinar os parâmetros T_F e K_F do compensador derivativo:

$$C(s) = \frac{s\ K_F}{1 + s\ T_F}$$

- O projeto pode ser realizado mediante o uso de técnicas de projeto baseadas no Lugar Geométrico das Raízes;
- As seguintes regras podem ser deduzidas da aplicação do método:

Projeto d Compensador para Sistema de Excitação

- Visa determinar os parâmetros T_F e K_F do compensador derivativo:

$$C(s) = \frac{s\ K_F}{1 + s\ T_F}$$

- O projeto pode ser realizado mediante o uso de técnicas de projeto baseadas no Lugar Geométrico das Raízes;
- As seguintes regras podem ser deduzidas da aplicação do método:
  - Constante de tempo T_F :

$$T_R < T_F < 1,0$$

Projeto d Compensador para Sistema de Excitação

- Visa determinar os parâmetros T_F e K_F do compensador derivativo:

$$C(s) = \frac{s\ K_F}{1 + s\ T_F}$$

- O projeto pode ser realizado mediante o uso de técnicas de projeto baseadas no Lugar Geométrico das Raízes;
- As seguintes regras podem ser deduzidas da aplicação do método:
  - Constante de tempo T_F :

$$T_R < T_F < 1,0$$

  - Ganho derivativo K_F :

$$\frac{20\ T_F}{K_F} \geq K_{compl}$$

onde K_{compl} é um ganho suficientemente alto para garantir que o compensador produzirá pólos dominantes complexos suficientemente amortecidos para o sistema em MF (valor típico: 500).