

# EEL 7052 - Sistemas Lineares

## Exercícios sobre Transformada de Laplace

1. Ache as transformadas de Laplace das seguintes funções:

- a)  $t^2 e^{-mt}$                       b)  $t^3 - 2t + 1$                       c)  $3t^2 u(t - 5)$   
d)  $t e^{-\alpha t} u(t - T)$                       e)  $(t + 2)^2 u(t - 1)$                       f)  $t \cos(\omega t + \theta)$   
g)  $\text{sen } 2\omega(t - t_0) u(t - 2t_0)$                       h)  $3e^{-4t} t \cos 2(t - 1)$                       i)  $e^{-5t} \cosh 3t$

2. Mostre que, se  $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$ , então  $\mathcal{L}\{f(at)\} = (1/a) F(s/a)$ . Então, determine:

- a)  $\mathcal{L}\{e^{-t/b} f(t/b)\}$ ;  
b)  $\mathcal{L}\{e^{-bt} f(t/b)\}$ .

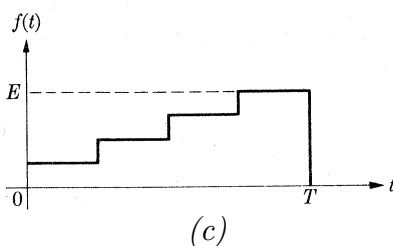
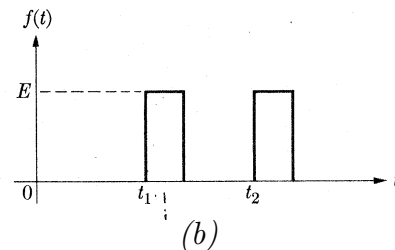
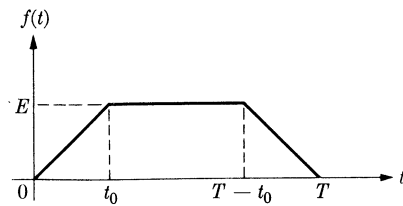
3. Ache as transformadas de Laplace das funções abaixo:

- i)  $e^{-2t} u(t)$                       ii)  $e^{-2t} u(t - 1)$   
iii)  $e^{-2(t-1)} u(t)$                       iv)  $e^{-2(t-1)} u(t - 1)$ .

4. A partir da propriedade  $\mathcal{L}\{t f(t)\} = -dF(s)/ds$ , encontre as transformadas de  $t^2 e^{at}$ ,  $t \cos \beta t$  e  $t^n$ .

5. A partir da propriedade  $\mathcal{L}\{f(t)/t\} = \int_s^\infty F(\lambda) d\lambda$ , encontre  $\mathcal{L}\{(1 - e^{-t})/t\}$ .

6. Encontre as transformadas de Laplace das funções representadas nas figuras abaixo:



7. Transforme as equações diferenciais abaixo termo a termo e determine  $Y(s)$ , explicitando as respostas forçada e livre:

a)  $\frac{d^2y}{dt^2} + 4\frac{dy}{dt} + 3y = 0, \quad y(0^+) = 1, \quad \frac{dy}{dt}(0^+) = -1$

b)  $\frac{d^2y}{dt^2} + 4\frac{dy}{dt} + 3y = 3, \quad y(0^+) = 1, \quad \frac{dy}{dt}(0^+) = 3$

c)  $\frac{d^2y}{dt^2} + 4y = 2, \quad y(0^+) = \frac{dy}{dt}(0^+) = 0$