EEL 7052 - Sistemas Lineares

Exercícios sobre Transformada de Laplace

1. Ache as transformadas de Laplace das seguintes funções:

   a) $t^2\, e^{-mt}$ b) $t^3 - 2t + 1$ c) $3t^2\, u(t-5)$

   d) $t\, e^{-\alpha\, t}\, u(t-T)$ e) $(t+2)^2\, u(t-1)$ f) $t\, \cos(\omega t + \theta)$

   g) $sen\, 2\omega(t-t_0)\, u(t-2t_0)$ h) $3e^{-4t}\, t\, \cos 2(t-1)$ i) $e^{-5t}\, \cosh\, 3t$

2. Mostre que, se $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$, então $\mathcal{L}\{f(at)\} = (1/a)\, F(s/a)$. Então, determine:

   a) $\mathcal{L}\{e^{-t/b}\, f(t/b)\}$;
   b) $\mathcal{L}\{e^{-bt}\, f(t/b)\}$.

3. Ache as transformadas de Laplace das funções abaixo:

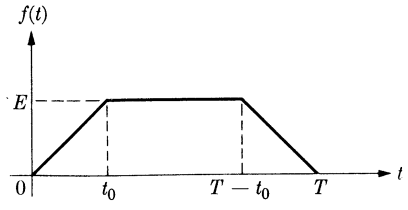
   i) $e^{-2t}\, u(t)$ ii) $e^{-2t}\, u(t-1)$

   iii) $e^{-2(t-1)}\, u(t)$ iv) $e^{-2(t-1)}\, u(t-1)$.

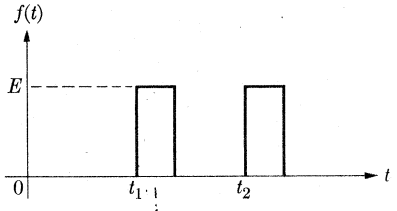
4. A partir da propriedade $\mathcal{L}\{t\, f(t)\} = -dF(s)/ds$, encontre as transformadas de $t^2 e^{at}$, $t\, \cos\beta t$ e t^n.

5. A partir da propriedade $\mathcal{L}\{\, f(t)/t\} = \int_s^\infty F(\lambda)\, d\lambda$, encontre $\mathcal{L}\{(1-e^{-t})/t\}$.

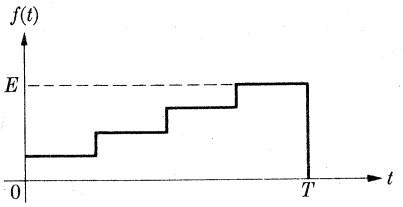
6. Encontre as transformadas de Laplace das funções representadas nas figuras abaixo:



(a)



(b)



(c)

7. Transforme as equações diferenciais abaixo termo a termo e determine $Y(s)$, explicitando as respostas forçada e livre:

a) $\frac{d^2y}{dt^2} + 4\frac{dy}{dt} + 3y = 0, \quad y(0^+) = 1, \ \frac{dy}{dt}(0^+) = -1$

b) $\frac{d^2y}{dt^2} + 4\frac{dy}{dt} + 3y = 3, \quad y(0^+) = 1, \ \frac{dy}{dt}(0^+) = 3$

c) $\frac{d^2y}{dt^2} + 4y = 2, \qquad\qquad y(0^+) = \frac{dy}{dt}(0^+) = 0$